

Esame 11 Febbraio 2019

Roberto Bonciani e Angelo Vulpiani

Corso di Modelli e Metodi Matematici della Fisica

Dipartimento di Fisica

Università degli Studi di Roma "La Sapienza"

Anno Accademico 2017-2018

Esame scritto – Modelli e Metodi Matematici della Fisica
Bonciani-Vulpiani 11 Febbraio 2019

NOTA: Gli esercizi vanno consegnati su due fogli distinti: Es. 1, 2, 3 su uno ed Es. 4, 5, 6 sull'altro. SCRIVERE IN MODO LEGGIBILE SU ENTRAMBI I FOGLI COGNOME, E NUMERO DI MATRICOLA.

Esempio “D. Hilbert, 23011862.”

Durante l'esame si può consultare UN SOLO libro di testo, né appunti, né quaderni, né eserciziari.

Esercizio 1 (6 pt)

Calcolare il seguente integrale

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(ax)}{e^{2\pi x} - 1} dx. \quad (1)$$

Esercizio 2 (4 pt)

Calcolare il seguente integrale

$$\int_{\gamma} \frac{e^z \sin(z)}{z^2 \cosh(3z)} dz, \quad (2)$$

con γ circonferenza di raggio unitario centrata nell'origine.

Esercizio 3 (5 pt)

Data la serie di potenze

$$\sum_{n=0}^{\infty} (n+1) \left(\frac{z}{3}\right)^n, \quad (3)$$

calcolarne il valore in $z = 4 + i$, discutendo la procedura.

Esercizio 4 (5 pt)

Si considerino le funzioni $f(x)$ continue e derivabili nell'intervallo $[0, \pi]$, $f(0) = f(\pi) = 0$, $f'(0) = f'(\pi)$ e

$$F_N(x, x') = \sum_{n=1}^N n \cos(nx) \sin(nx'), \quad (4)$$

calcolare

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \int_0^{\pi} f(x') F_N(x, x') dx'. \quad (5)$$

Esercizio 5 (5 pt)

Data la matrice 2×2 , \mathbf{A} i cui elementi sono

$$A_{11} = A_{22} = 1, \quad A_{21} = 0, \quad A_{12} = a, \quad (6)$$

calcolare, con un metodo a scelta, la matrice

$$M = e^{t\mathbf{A}}. \quad (7)$$

Esercizio 6 (5 pt)

Trovare la soluzione dell'equazione

$$\partial_t f(x, t) = \partial_{xx}^2 f(x, t) + g(x, t), \quad (8)$$

ove

$$\lim_{t \rightarrow \pm\infty} f(x, t) = 0, \quad (9)$$

$$g(x, t) = \delta(t - 1)\delta(e^{|x|} - 2), \quad (10)$$

$$f(x, 0) = \delta(x^2 - 4). \quad (11)$$