Capitolo 1

Forze gravitazionali e forze elettriche

1.1 Forze fra 'cariche' puntiformi

Nonostante, per 'misteriosi' motivi di prassi della didattica della Fisica, la forza fra cariche elettriche puntiformi venga introdotta soltanto nel secondo anno del corso di laurea (la vecchia 'Fisica 2'), essa non presenta alcuna novità rispetto ad altre forze che vengono trattate il primo anno. Al contrario l'introduzione simultanea di forze gravitazionali ed elettriche permetterebbe di coglierne gli aspetti analoghi ed, in particolare, il ruolo di *carica gravitazionale* della massa (gravitazionale!) nella teoria newtoniana della gravità. Infatti alla famosa

$$F = \frac{G\,M\,m}{d^2} \tag{1.1}$$

della forza di gravità, corrisponde l'altrettanto celebre espressione della forza di Coulomb:

$$F = \frac{k\,Q\,q}{d^2}\,, \tag{1.2}$$

con la differenza che, mentre nel caso gravitazionale la forza è soltanto attrattiva, nel caso elettrico essa può essere repulsiva o attrattiva a seconda che i segni delle cariche siano, rispettivamente, concordi o discordi (vedi figura 1.1). Questo comportamento può reso evidente nelle formule se, al posto della distanza d fra le 'cariche', sostituiamo la coordinata r orientata dalla 'carica' scritta con il segno maiuscolo (M o Q) a quella scritta con il segno minuscolo (m o q), intendendo così per F la forza esercitata da M su m o da Q su q, che riscriviamo quindi

$$F_m^{(M)} = -\frac{G\,M\,m}{r^2} \tag{1.3}$$

$$F_q^{(Q)} = \frac{k\,Q\,q}{r^2}\,. \tag{1.4}$$

Ricordiamo inoltre che le costanti G e k valgono rispettivamente

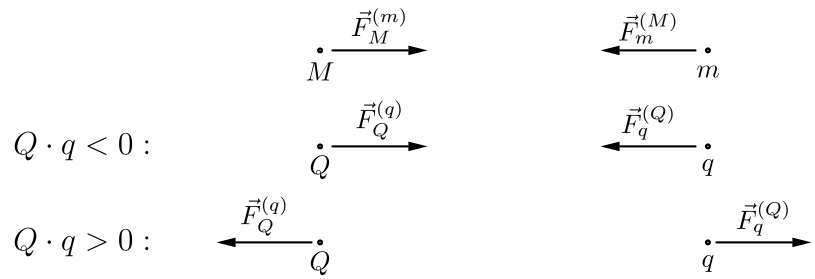


Figura 1.1: Forza gravitazionale e forza elettrica.

$$
\begin{aligned}
G &= 6.67 \times 10^{-11}\,\mathrm{Nm^2kg^{-2}} \\
k &= 8.99 \times 10^{9}\,\mathrm{Nm^2C^{-2}},
\end{aligned}
$$

anche se, per questioni pratiche, k viene talvolta riscritta come

$$
k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0},
$$

con ϵ_0, pari a $8.854 \times 10^{-12}\,\mathrm{m^2C^2N^{-1}}$, *costante dielettrica del vuoto* (o più propriamente *permittività elettrica del vuoto*).

Date le due espressioni delle forze (1.3) e (1.4), gli effetti dinamici su oggetti 'puntiformi' (o approssimamente tali) derivano dalla ben nota seconda legge di Newton della meccanica,[1] $a = F/m$, e dal fatto che se su uno stesso punto materiale agiscono più forze, la forza totale è data dalla somma vettoriale delle forze. Ad esempio la forza di attrazione totale fra un elettrone e un protone (si ricorda che queste particelle hanno cariche uguali ed opposte) valgono [con r orientata dal protone (p) all'elettrone (e)]:

$$
F_e^{(p)} = -\frac{G\,m_p\,m_e}{r^2} - \frac{k\,Q_e^2}{r^2} \tag{1.5}
$$

$$
F_p^{(e)} = +\frac{G\,m_p\,m_e}{r^2} + \frac{k\,Q_e^2}{r^2} \tag{1.6}
$$

da cui si ottengono le rispettive accelerazioni

$$
a_e = -\frac{G\,m_p}{r^2} - \frac{1}{m_e}\frac{k\,Q_e^2}{r^2} \tag{1.7}
$$

$$
a_p = +\frac{G\,m_e}{r^2} + \frac{1}{m_p}\frac{k\,Q_e^2}{r^2}\,. \tag{1.8}
$$

[1] Si noti, per inciso che la grandezza 'm' che compare nella seconda legge di Newton sia la *massa inerziale*, come risulta evidente dalla scrittura della stessa legge come $a = F/m$. Il fatto che la 'carica gravitazionele' (*massa gravitazionale* e la massa inerziale siano *proporzionali* (non 'uguali'!) deriva da pure constatazioni sperimentali. Questa osservazione suggerisce quindi la convenienza di usare la stessa grandezza 'm' sia nell'espressione della forza di gravità che in "$F = ma$", espressione con la quale è più comunemente conosciuta la seconda legge di Newton e il fattore di proporzionalità viene assorbito nella costante G, rendendo così le 'm' che compaiono nelle due formule effettivamente 'uguali'. [Alternativamente, avremmo potuto chiamare μ la carica gravitazionale, misurata ad esempio in un'ipotetica unità 'Isaac', tale per cui due corpi di un Isaac ciascuno e distanti un metro si attraggano con la forza di un Newton. Ne risulterebbe $F = \mu_1\,\mu_2/d^2$, da cui si evincono per μ dimensioni $\mathrm{N^{1/2}m}$ e fattore di conversione $\mu = \sqrt{G}\,m$ (circa 122 tonnellate per fare un Isaac!).]

Ovviamente, essendo il protone circa duemila volte più ‘pesante’ (*‘massivo’*) dell’elettrone, l’effetto pratico è che sarà l’elettrone a muoversi verso il protone, per lo stesso motivo per cui è la mela (tanto per citare ancora una volta Newton[2]) a cadere. Infatti $a_e/a_p = m_p/m_e \approx 2000$. Inoltre è facile verificare come la forza gravitazionale sia assolutamente trascurabile nelle interazioni fra costituenti della materia, in quanto, ad esempio:

$$F_e^{(p,\text{gravità})}/F_e^{(p,\text{elettricità})} \;=\; \frac{G\,m_p\,m_e}{k\,Q_e^2} = 4.4\times 10^{-40}, \qquad (1.9)$$

essendo $Q_e = -Q_p = -1.602\times 10^{-19}$ C.

Riscriviamo infine le espressioni delle forze (1.3) e (1.4) in modo più generale, usando la notazione vettoriale

$$\vec F_m^{(M)}(\vec r) \;=\; -\frac{G\,M\,m}{r^3}\,\vec r \qquad (1.10)$$

$$\vec F_q^{(Q)}(\vec r) \;=\; \frac{k\,Q\,q}{r^3}\,\vec r\,, \qquad (1.11)$$

ricordando che $\vec r/r^3 = \hat r/r^2$, ove $\hat r$ è il versore di $\vec r$, positivo se orientato da M a m o da Q a q [nelle (1.10) e (1.11) abbiamo anche esplicitato la dipendenza della forza da $\vec r$].

1.1.1 Forze e campi

Può essere interessante (oltre che spesso utile) fattorizzare le espressioni delle forze in due termini: la ‘carica’ che subisce la forza e un fattore che dipende dalla ‘carica’ che la *genera*, dalla sua distanza e ovviamente dalle opportune costanti universali. Questi fattori hanno quindi il significato di *forza per unità di ‘carica’* – elettrica o gravitazionale – e vanno sotto il nome di *campi*. Possiamo quindi riscrivere le (1.10) e (1.11) come

$$\vec F_m^{(M)}(\vec r) \;=\; m\cdot\vec{\mathcal{G}}^{\,(M)}(\vec r)\,, \qquad (1.12)$$

$$\vec F_q^{(Q)}(\vec r) \;=\; q\cdot\vec E^{\,(Q)}(\vec r)\,, \qquad (1.13)$$

ove, chiaramente

$$\vec{\mathcal{G}}^{\,(M)}(\vec r) \;=\; -\frac{G\,M}{r^3}\,\vec r \qquad (1.14)$$

$$\vec E^{\,(Q)}(\vec r) \;=\; \frac{k\,Q}{r^3}\,\vec r\,. \qquad (1.15)$$

Un caso notevole, ben noto, anche se raramente posto in questi termini nei manuali scolastici, è quello del caso gravitazionale in prossimità della superficie terrestre, nel quale il campo $\vec{\mathcal{G}}(R_T)$ ha *intensità* (standard) g, di valore

[2] L’episodio mela di Newton sembra veramente avvenuto. Vedi
`http://rs.onlineculture.co.uk/accessible/SpreadDetails.aspx?BookID=1807da00-909a-4abf-b9c1-0279a08e4bf2&params=0&LangID=1&OrgID=19&o=1`;
`http://blogs.discovermagazine.com/80beats/2010/01/19/1752-manuscript-with-the-real-story-of-newton-and-the-apple-goes-online/`

a 9.8 N/kg.[3] la ben nota accelerazione di gravità standard di valore 9.8 m/s^2. Esso è diretto verso il basso e quindi possiamo scrivere

$$\vec{\mathcal{G}}^{(M_T)}(R_T) \;\;=\;\; -g\,\hat{z}\,, \tag{1.16}$$

con l'asse z rivolto verso l'alto. In questo modo, come è ben noto, per valutare il modulo della forza basta calcolare mg, invece di dover usare ogni volta l'espressione generale della forza di gravità.

La ragione per cui il campo gravitazione ha dimensioni e significato di accelerazione è dovuto alla ben nota 'uguaglianza' fra massa inerziale gravitazionale ricordata poc'anzi (vedi nota 1): il rapporto fra forza e massa è dal punto di vista di 'causa della forza' un campo e quindi il suo valore andrebbe meglio espresso in N/kg; dal punto di vista di 'consequenza della forza' esso invece una accelazione, la quale si manifesta soltanto se la forza gravitazionale è la sola forza in gioco. Le dimensioni del *campo elettrico* sono, come si evince dalla definizione stessa, Newton su Coulomb (N/C), anche se per ragioni pratiche se ne preferisce un'altra (V/m), come vedremo fra breve.

Per ora i campi possono essere interpretati come dei semplici artifici matematici, in qualche modo utili quando il loro calcolo è facile. Infatti si immagina che in ogni punto intorno ad una 'carica' ci sia un *campo vettoriale*[4], la cui intensità dipende dalla grandezza della carica 'che lo ha generato' e dal quadrato della distanza del punto dalla carica; la direzione è quella della retta che passa per il punto ove si trova la 'carica' e quello in cui si valuta il campo; il verso punta verso la 'sorgente' nel caso gravitazionale e nel caso elettrico con sorgente negativa, nel verso opposto se è invece prodotto da una carica elettrica positiva, come evidente dalle (1.14) e (1.15). Inoltre, segue dalla legge di composizione delle forze che anche i *campi dovuti a cariche della stessa natura si sommano vettorialmente*:

$$\vec{\mathcal{G}}(\vec{r}) \;\;=\;\; \sum_i \vec{\mathcal{G}}^{(M_i,\vec{r}_i)} = -G\sum_i \frac{M_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\,(\vec{r}_i-\vec{r}) \tag{1.17}$$

$$\vec{E}(\vec{r}) \;\;=\;\; \sum_i \vec{E}^{(Q_i,\vec{r}_i)} = k\sum_i \frac{Q_i}{|\vec{r}-\vec{r}_i|^3}\,(\vec{r}_i-\vec{r}), \tag{1.18}$$

In queste espressioni si apprezza il vantaggio della notazione vettoriale, mentre nel caso di due sole cariche il problema è manifestamente unidimensionale.

[3] Il valore usuale di g è pari a 9.8 m/s^2, facendo riferimento all'accelerazione in caduta libera. Ma come rapporto forza/massa l'unità N/kg è molto più naturale, anche se ovviamente dimensionalmente equivalente. A tale proposito si fa notare che esistono altri modi per esprimere g, intesa come accelerazione, e che potrebbe agevolare la comprensione da parte degli studenti delle medie e del grande pubblico, evitando di far riferimento ai misteriosi "secondi al quadrato":

- 9.8 (m/s)/s rende molto bene l'idea che ogni secondo la velocità aumenta di 9.8 m/s $\approx$ 10m/s. Quindi $\approx$ 10 m/s dopo un secondo, $\approx$ 20 m/s dopo due secondi, e così via.
- 35 (km/h)/s fa capire ancora meglio il concetto al grande pubblico.

[4] In generale, l'espressione *campo vettoriale* indica semplicemente che ad ogni punto dello spazio è assegnato un vettore. Se si assegna soltanto un numero abbiamo un *campo scalare*, come ad esempio nel caso delle temperature e pressioni mostrate nelle mappe metereologiche (nel caso del vento il campo è ovviamente vettoriale in quanto, oltre all'intensità, contano anche direzione e verso).

Se abbiamo una sola carica sorgente posta all'origine riotteniamo le (1.14) e (1.15).

Come detto, per come sono stati introdotti, i campi di forza sono sono degli oggetti puramente matematici, introdotti per convenienza di calcolo. E questo rimane sostanzialmente vero nei casi statici. Per apprezzarne la vera natura fisica bisogna considerare i casi dinamici, analizzando i quali si può assegnare loro grandezze fisiche come energia e quantità di moto. La trattazione di tali fenomeni esula chiaramente dal tema di questi appunti e sarà uno degli argomenti, indubbiamente il più interessante, del corso di Elettromagnetismo.

1.2 Energia potenziale e 'potenziale'

Un altro concetto ben noto agli studenti che seguono questo corso è quello di *energia potenziale*, indicata qui con E_p, associato a quello di *lavoro* e quindi legato alle forze e, in particolare, alle cosiddette *forze conservative*. Particolarmente ben studiato è il caso gravitazionale, memorizzato tipicamente in due formule

$$E_p(r) = -\frac{G\,M\,m}{r} \tag{1.19}$$

$$E_p(h) = mg\,h \tag{1.20}$$

in cui la seconda non è altro che una linearizzazione della prima intorno a $r = R_T$, previa opportuna ridefinizione dello zero sulla superficie terrestre [invece di $r \to \infty$ della (1.19)], ovvero partendo dalla

$$E_p(R_T + h) = -\frac{G\,M_T\,m}{(R_T + h)}\,, \tag{1.21}$$

da cui segue la (1.20) se $E_p(R_T) = 0$ e $h \ll R_T$.[5]

Tutto quello che abbiamo imparato sull'energia potenziale gravitazionale fra due masse, che ora cominciamo ad interpretare come energia potenziale di una massa 'immersa' nel campo gravitazionale dell'altra, può essere esteso al caso elettrico, data l'identica struttura matematica delle forze. Quindi anche la forza elettrica è conservativa e può essere ricavata dall'espressione dell'energia potenziale. La tabella 1.1 riassume le analogie fra le due forze. In essa abbiamo riportato, oltre alle espressioni di forze e campi nei due casi, anche quelle dell'energia potenziale. Si noti come, mentre nel caso gravitazionale l'energia potenziale aumenta con la distanza fra le masse, essendo la forza attrattiva, nel

[5] Ricordiamo:

$$\begin{aligned} E_p(R_T + h) &= -\frac{G\,M_T\,m}{R_T(1 + h/R_T)} \\ &\approx -\frac{G\,M_T\,m}{R_T}\cdot\left(1 - \frac{h}{R_T}\right) \\ &\approx -\frac{G\,M_T\,m}{R_T} + \frac{G\,M_T\,m\,h}{R_T^2} \\ &\approx E_P(R_T) + mgh\,, \end{aligned}$$

con $g = GM_T/R_T^2$.

	masse	cariche
F	$-\frac{G\,M\,m}{d^2}$	$\frac{k\,Q\,q}{d^2}$
$\vec{F}(r)$	$-\frac{G\,M\,m}{r^3}\vec{r}$	$\frac{k\,Q\,q}{r^3}\vec{r}$
campo	$\vec{\mathcal{G}}^{(M)} = -\frac{G\,M}{r^3}\,\vec{r}$	$\vec{E}^{(Q)} = \frac{k\,Q}{r^3}\,\vec{r}$
$\longrightarrow$	$\vec{F} = \vec{\mathcal{G}}\,m$	$\vec{F} = \vec{E}\,q$
$E_p(r)$	$-\frac{G\,M\,m}{r}$	$\frac{k\,Q\,q}{r}$
potenziale	$V_G = -\frac{G\,M}{r}$	$V = \frac{k\,Q}{r}$
$\longrightarrow$	$E_p(r) = V_G\,m$	$E_p(r) = V\,q$
	$\Delta E_p\vert_A^B = m\,\Delta V_G\vert_A^B$	$\Delta E_p\vert_A^B = q\,\Delta V\vert_A^B$

Tabella 1.1: Tabella di analogie fra forze gravitazionali ed elettriche fra oggetti puntiformi nel vuoto.

caso elettrico essa può aumentare o diminuire con la distanza a seconda dei segni delle cariche (vedi figura 1.2).

Introduciamo quindi, in modo assolutamente analogo al concetto di campo, quello di *potenziale* come *energia potenziale per unità di 'carica'*.[6] Questa nuova grandezza fisica sarà fondamentale in questo corso, in virtù di alcune peculiarità dei fenomeni elettrici che non hanno alcuna corrispondenza nel caso gravitazionale e che vedremo fra breve. Avendo l'energia potenziale esattamente lo stesso significato nei due casi, le dimensioni di potenziali saranno J/kg e e J/C rispettivamente nei due casi, anche se nel caso elettrico esso ha una unità di misura apposita, il famoso *Volt* (simbolo 'V').

L'utilità di questa nuova grandezza è presto detta. Come la conoscenza del campo in un punto ci permette di valutare la forza a cui sarà soggetta una carica posta in quel punto (assumendo che essa non perturbi il sistema spostando le altre cariche e modificando quindi il campo da esse prodotto), così pure, nota la differenza di potenziale fra due punti, è facile valutare la variazione di energia potenziale se una generica 'carica' va da un punto all'altro, come riportato nell'ultima riga della tabella 1.1. (Approfittiamo per ricordare che la variazione di energia potenziale è *indipendentemente dal percorso effettuato*.)

Per fare un banale esempio meccanico, un dislivello di tre metri, dal pavimento al soffitto di una normale abitazione implica una differenza di potenziale gravitazionale, ΔV_G di +29.4 J/kg. Quindi il sollevamento di un oggetto di 2 kg dal pavimento al soffitto comporta una variazione di energia potenziale di

[6] Si facci attenzione al 'dannato' *per* che in italiano significa sia 'per' ($\times$) che 'diviso' ($\div$), come in questo caso.

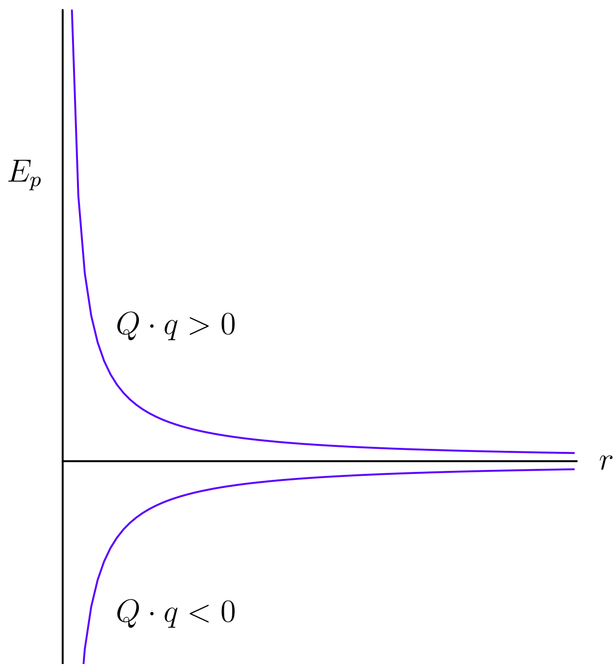


Figura 1.2: Curve di evergia potenziale della forza di Coulomb per cariche di segno uguale e opposto.

58.8 J e un lavoro *del campo gravitazionale* di $-58.8\,$J (mentre siamo noi ad aver compiuto un lavoro positivo di 58.8 J). Infatti, nel caso di campo gravitazionale costante e pari a $-g$, otteniamo, indicando con L_G il lavoro compiuto dal campo gravitazionale,

$$\Delta E_p|_0^h \;=\; -\,L_G|_0^h = -(-mg)h = mgh \tag{1.22}$$

$$\tag{1.23}$$

da cui

$$\Delta V_G|_0^h \;=\; \left.\frac{\Delta E_p}{m}\right|_0^h = gh\,. \tag{1.24}$$

Per quanto riguarda dimensioni e unità di misura del potenziale gravitazionale, dal prodotto gh della formula precedente otteniamo $\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2$, ovvero una velocità al quadrato, la quale non dà però l'idea del significato di tale grandezza fisica. È molto più conveniente pensare al suo significato energia per unità di massa per ottenere la più naturale unità di misura J/kg, già menzionata precedentemente e che segue immediantamente da quella di g quando è pensata come un campo ($g \approx 9.8\,$N/kg).

Nello stesso modo, se sappiamo che fra un punto A e un punto B dello spazio c'è una differenza di potenziale elettrico di 4.5 V, e più precisamente

$$\Delta V|_A^B \;\equiv\; V_B - V_A = 4.5\,\mathrm{V}\,, \tag{1.25}$$

possiamo valutare facilmente la variazione di energia potenziale, e quindi eventualmente anche di energia cinetica (E_c), se una particella carica va da un punto all'altro, indipendentemente dal percorso effettuato. Ad esempio se una carica elettrica negativa di 10^{-12} Coulomb (ovvero $q = -10^{-12}\,\mathrm{C}$) va da B ad A, si ottene una variazione di energia potenziale pari a

$$\begin{aligned} \Delta E_p|_B^A &= q\,\Delta V|_B^A && (1.26)\\ &= q\left(-\,\Delta V|_A^B\right) && (1.27)\\ &= (-10^{-12}\,\mathrm{C}) \times (-4.5\,\mathrm{V}) = +4.5\times 10^{-12}\,\mathrm{J}, && (1.28) \end{aligned}$$

e quindi una variazione di energia cinetica di $-4.5\ \times 10^{-12}$J.

In questo esempio la variazione negativa di energia cinetica è dovuta al fatto che lo spostamento da B ad A implica una variazione di potenziale negativa ($-4.5\,\mathrm{V}$), che per una carica negativa è, per usare un'espressione aristotelica, 'innaturale'. Essa viene quindi frenata. Difatti, analizzando le espressioni di forze, campi e della tabella 1.1 si evincono le seguenti regole generali:

- il campo gravitazionale spinge sempre le masse dal potenziale più alto al potenziale più basso (le mele cadono);
- il campo elettrico spinge cariche positive dal potenziale più alto a quello più basso; spinge cariche negative dal potenziale più basso a quello più alto.

1.2.1 Relazioni fra campo elettrico e potenziale elettrico

Essendo campo e potenziale rispettivamente forza ed energia potenziale per unità di carica, dalle ben note relazioni fra queste ultime seguono analoghe relazioni fra i primi. In particolare, nel caso unidimensionale, e limitandoci al caso elettrico, otteniamo

$$\Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} F(x)\,\mathrm{d}x \quad\Leftrightarrow\quad \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -\int_{x_1}^{x_2} E(x)\,\mathrm{d}x \qquad (1.29)$$

$$F(x) = -\frac{dE_p(x)}{dx} \quad\Leftrightarrow\quad E(x) = -\frac{dV(x)}{dx} \qquad (1.30)$$

da cui, nel caso di <u>forza costante</u>:

$$\Delta E_p|_{x_1}^{x_2} = -F\cdot\Delta x \quad\Leftrightarrow\quad \Delta V|_{x_1}^{x_2} = -E\cdot\Delta x\,. \qquad (1.31)$$

Queste relazioni ci suggeriscono l'utile unità di misura di Volt su metro (V/m) per il campo elettrico. La scrittura delle formule analoghe nel caso tridimensionale è lasciata come esercizio.

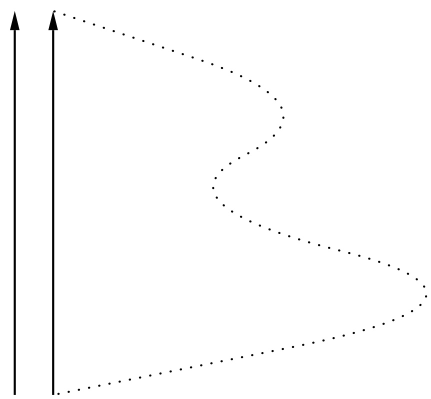


Figura 1.3: Schema di un ‘circuito gravitazionale’: un flusso di massa sale grazie ad un motore e scende per gravità (vedi testo).

1.3 Un ‘circuito gravitazionale’

Consideriamo un sistema meccanico nel quale delle masse vengono sollevate verso l’alto da forze generate da opportuni motori, per ridiscendere in virtù all’azione naturale della forza di gravità. Potrebbe trattarsi di un impianto di risalita di una stazione sciistica seguito da una pista che riconduce alla base dell’impianto stesso; o di un liquido spinto verso l’alto da una pompa e che riscende per gravità, come nelle fontane ornamentali. Inoltre assumiamo che l’energia fornita dal motore durante il sollevamento sia completamente dissipata per attrito durante la discesa. Questo è alquanto ovvio nell’esempio degli sciatori i quali hanno energia cinetica iniziale (quando salgono sulla telecabina) e finale (quando ne scendono) essenzialmente nulla (in confronto a quella potenziale dovuta al dislivello fra partenza e arrivo). Quindi, durante la discesa c’è una conversione di energia potenziale in energia cinetica, successivamente persa, parlando in termini generali, per attrito (più in dettaglio l’effetto è quello di deformare il manto nevoso, eventualmente di sciogliere un po’ di neve e comunque). Anche nel caso del *circuito idraulico* l’energia fornita dalla pompa è dissipata per attrito, in quanto a regime l’energia cinetica dell’intera massa in movimento è costante.

Assimilando entrambi i modelli a ‘circuiti continui di massa’ (vedi Fig. 1.3), e concentrandoci su un elemento di massa m, analizziamo il lavoro compiuto dalla forza di gravità (G) e dai motori (M). Con ovvi simboli

$$L^{(G)}\Big|_0^h = -\,\Delta E_p|_0^h = -m\,\Delta V_G|_0^h = -m \times (+gh) = -mgh \tag{1.32}$$

$$L^{(M)}\Big|_0^h = -\,L^{(G)}\Big|_0^h = m\,\Delta V_G|_0^h = +mgh\,. \tag{1.33}$$

La potenza necessaria per far funzionare il sistema è quindi pari a

$$P_M = \frac{dL_M}{dt} = \frac{dm}{dt}\cdot \Delta V_G|_0^h \tag{1.34}$$

che possiamo riscrivere come

$$P_M \;=\; \phi_m \cdot \Delta V_G|_0^h \tag{1.35}$$

avendo indicato con $\phi_m = dm/dt$ il *flusso di massa*, ovvero la quantità di massa per unità di tempo che attraversa il motore e tutti i punti del circuito.

Per quanto riguarda la gravità, il lavoro durante la salita è negativo, mentre quello durante la discesa è positivo e, siccome la forza è conservativa e quindi il lavoro totale nullo [e quindi anche $P_G^{(salita)} + P_G^{(discesa)} = 0$], otteniamo

$$P_G^{(discesa)} = P_M^{(salita)} \;=\; \phi_m \cdot \Delta V_G|_0^h = -\phi_m \cdot \Delta V_G|_h^0 \;, \tag{1.36}$$

da confrontarsi con

$$P_G^{(salita)} = -P_M^{(salita)} \;=\; -\phi_m \cdot \Delta V_G|_0^h \;. \tag{1.37}$$

Ovvero,

- in generale, la potenza fornita dal campo gravitazionale per far attraversare ad un flusso di massa ϕ_m una differenza di potenziale ΔV_G vale

$$P_G \;=\; -\phi_m \cdot \Delta V_G \,. \tag{1.38}$$

- in caso di energie cinetiche in gioco trascurabili, o comunque in sistemi a regime nei quali l'energia cinetica totale è costante, e in assenza di altre forze, la potenza fornita dal campo gravitazionale è dissipata termicamente (per attrito);
- sotto le stesse condizioni, la potenza (*motrice*) fornita da eventuali forze esterne serve a contrastare la forza gravitazionale.

Ovviamente un discorso analogo è valido per il caso elettrico nel caso di un *circuito elettrico* fatto funzionare da una forza esterna (*forza elettromotrice*).

Prima di affrontare l'analogo elettrico dell'impianto di risalita, vediamo invece quali sono le peculiarità dell'elettricità e del perché in eletricità diventa fondamentale il concetto di potenziale.

1.4 Peculiarità dell'elettricità

Vediamo ora alcuni aspetti dei fenomeni elettrici che non hanno equivalente gravitazionale e che, opportunamente modellizzati, permettono di affrontare lo studio dei circuiti. Infatti dovremo soltanto prender atto di alcuni dati di fatto, peraltro abbastanza ben noti, anche se forse soltanto a livello qualitativo. Una volta che alcune proprietà saranno state chiarite nei termini di potenziali e di movimenti di carica appena incontrati, sarà sufficiente enunciare un paio di leggi empiriche – cosa che faremo all'inizio del prossimo capitolo – per essere, per così dire, 'operativi'. Per cominciare, come si fa di solito in fisica, cominceremo considerando *comportamenti ideali* dei vari dispositivi e strumenti di misura, per discutere solo in un secondo tempo gli effetti pratici della deviazione da tali assunzioni.

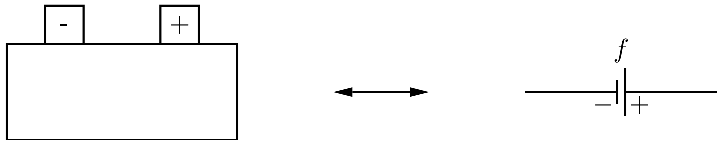


Figura 1.4: Simbolo grafico di generatore di tensione corrispondente ad una batteria.

1.4.1 Generatori di tensione

La prima osservazione è che esistono dei *generatori di tensione*, intendendo con essi dei dispositivi in grado di mantenere una *differenza di potenziale costante* ai loro capi, indipendentemente, per dirla alla buona, "da dove sono messi". Si tratta, nel caso più semplice, delle comuni pile (batterie) che usiamo per far funzionare apparecchi elettrici ed elettronici di vario uso. Ad esempio dire che una pila ha 4.5 V vuol dire che fra il *polo positivo* $(+)$ e *polo negativo* $(-)$ c'è una differenza di potenziale di 4.5 V, o 4.5 N/C. Più precisamente, indicando con V_+ e V_- i potenziali dei due poli, abbiamo $V_+ - V_- = 4.5\,$V. Quindi se un elettrone va dal polo negativo al polo positivo subisce una variazione di energia di potenziale di $(-1.6 \times 10^{-19}\mathrm{C}) \times 4.5\,\mathrm{V}$, pari a -7.2×10^{-19} J, con conseguente guadagno di energia cinetica di 7.2×10^{-19} J, corrispondente, nel caso fosse inizialmente a riposo e di moto nel vuoto, ad una velocità finale di circa 1300 km/s (ricordiamo che la massa dell'elettrone vale circa 9.1×10^{-31} kg). Viceversa, questa rappresenta la velocità minima con la quale occorre 'sparare' un elettrone dal polo positivo affinché arrivi sul polo negativo (ovviamente sempre nel vuoto).

Il simbolo grafico del generatore di tensione ottenuto con una batteria è mostrato in figura 1.4, ove la differenza di potenziale (*tensione*) fra i poli è indicato con l'usuale simbolo f, a ricordare che si tratta di una *forza elettromotrice*, una 'forza' in senso lato, responsabile del movimento di cariche dal momento in cui si permette loro di scorrere da un polo all'altro all'esterno del generatore (vedremo fra poco come).

Un punto cruciale del concetto di generatore di tensione è che la differenza di potenziale fra i poli è *indipendente dal potenziale assoluto* a cui si trovano. Infatti, come è ben noto dalla meccanica, e in questo caso l'analogia vale ancora, i valori assoluti dei potenziali non hanno alcun significato fisico, in quanto gli effetti misurabili dipendono dalle loro differenza. Se si ha un solo generatore, per comodità si considera nullo il potenziale inferiore, ovvero $V_- = 0$, da cui segue

$$V_+|_{V_-=0} \;=\; f\,, \tag{1.39}$$

ove il simbolo $|_{cond}$ sta ad indicare un condizionamento indicato da 'cond'. Ma se ci sono altri generatori in gioco e il polo negativo viene collegato ad un punto che, nella convenzione dei generatori preesistenti si trovava a potenziale V_0, ad esempio 12 V, il polo positivo del nostro generatore si troverà a $V_0 + f$, ovvero 16.5 V nell'esempio numerico. E se insistessimo nel dire che il polo negativo del nostro generatore da 4.5 V 'deve' essere a 0? Non c'e' problema. Basta cambiare convenzione e lo zero della vecchia configurazione diventerà -12 V, come indicato in figura 1.5.

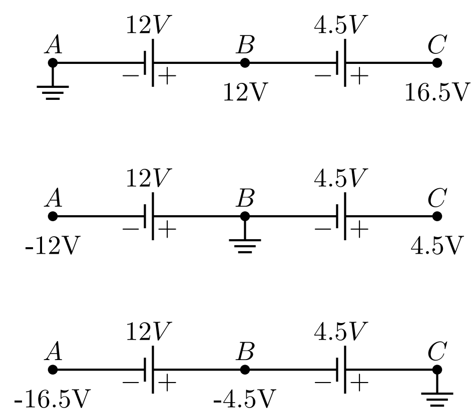


Figura 1.5: Generatori ideali di tensione posti in serie. La tensione dei vari punti dipende dallo 'zero di riferimento', indicato in figura con il simbolo dell *massa* (o 'terra', in inglese '*ground*')

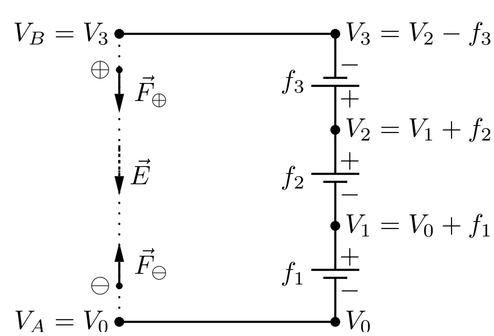


Figura 1.6: Generatori connessi da tratti equipotenziali. Sono anche rappresentati in modo schematico (vedi nota) il campo fra V_A e V_B e le forze agenti su particelle cariche sia positive ($\vec{F}_\oplus$) che negative ($\vec{F}_\ominus$), assumendo che le forze elettromotrici siano tali per cui $V_B > V_A$.

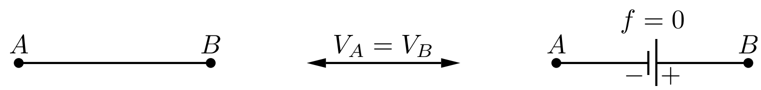


Figura 1.7: Equivalenza fra un corto circuito e un generatore di tensione ideale di forza elettromotrice nulla.

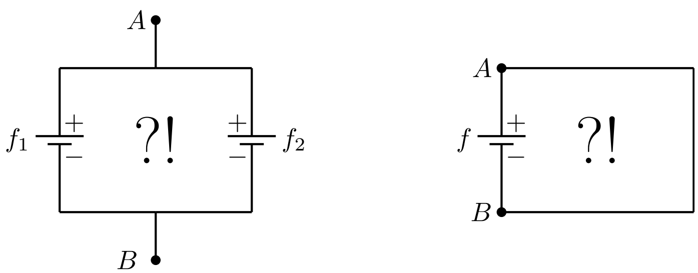
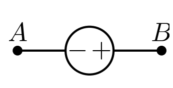


Figura 1.8: Generatori ideali di tensione posti in parallello (si ricorda che il circuito a destra è equivalente al parallelo di due generatori ideali di tensione, con uno dei due di forza elettromotrice nulla).

La figura 1.6 mostra tre generatori connessi in cascata ('in serie'). Data la loro disposizione, il potenziale aumenta da V_0 a V_2 per poi diminuire. Sono anche stati disegnati due tratti *equipotenziali*, del tutto equivalenti a generatori di forza motrice nulla, come mostrato in figura 1.7. La figura 1.6 illustra anche come cariche positive sono spinte dal campo elettrico dal potenziale maggiore al minore, mentre quelle negative sono spinte nel verso opposto.(Ad essere pignoli, si precisa come in un circuito reale, ottenuto realizzando in scala quello della figura, le linee di campo fra A e B non sarebbero lungo una retta, in quanto particelle lungo tale retta risentirebbero delle forze dell'intero circuito. Una schematizzazione del genere sarebbe valida soltanto se la distanza fra A e B fosse molto piccola.)

Cosa succede se invece poniamo due generatori *in parallelo*, come mostrato in figura 1.8? Per definizione, ai capi di generatore ideale di tensione c'è una differenza di potenziale pari alla forza elettromostrice del generatore stesso, mentre i fili ideali sono equipotenziali. Ne segue che la disposizione di figura 1.8 porta ad un assurdo, a meno che le due differenze di potenziale non siano esattamente uguali (ovvero, nei due casi illustrati e con i simboli della figura, $f_1 = f_2$ e $f = 0$). Tale disposizione è invece possibile per *generatori reali*, come vedremo nel seguito.

Completiamo il paragrafo riportando il simbolo grafico usato in generale per i generatori di tensione



anche se noi **useremo preferibilmente**, nel caso di corrente continua, **quello che ricorda la batteria**, come nelle figure da 1.4 a 1.8).

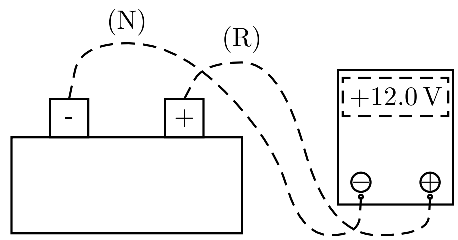


Figura 1.9: Voltmetro collegato ad una batteria per misurare la differenza di potenziale ai suoi capi. È anche indicata la convenzione usuale dei colori (R e N per rosso e nero) dei cavi di collegamento dei multimetri.

1.4.2 Cavi di connessione come superfici equipotenziali

Un altro ingrediente importante per il 'gioco' che stiamo per cominciare è quello dei fili di connessione mediante i quali *è possibile trasportare le differenze di potenziale*. Questa è un'altra proprietà che non ha eguali nel caso gravitazionale: non soltanto esistono dispositivi in grado di mantenere ai loro capi una differenza di potenziale costante, indipendentemente da dove li poniamo (l'equivalente gravitazionale è impensabile!), ma riusciamo anche a trasportare tale differenza di potenziale mediante opportuni fili conduttori. Se colleghiamo ad esempio un filo di rame (con guaina isolante rossa (R), per riconoscerlo) al polo positivo e un altro (nero, N) al polo negativo, fra gli estremi dei fili misureremo sempre $V_R - V_N = f$, indipendentemente dalla distanza alla quale si trovano tali estremi e dal complicato percorso che possono aver fatto i cavi (i quali hanno una 'tendenza naturale' ad intrecciarsi sul tavolo di lavoro. . .). Anche in questo caso, vedremo a tempo debito qual'è il significato dell'approssimazione di equipotenzialità e quando essa non è più valida.

1.4.3 Voltmetri (e multimetri)

Un altro punto di partenza che diamo per scontato è l'esistenza di strumenti in grado di misurare le differenze di potenziale. Sono i famosi *voltmetri*. Nel capitolo 2 vedremo, più per questioni didattiche che pratiche, i dettagli di funzionamento uno di quelli 'vecchi', ovvero *analogici*, mentre nella maggior parte delle misure di laboratorio useremo quelli digitali, del cui principio di funzionamente, invece, ci disinteresseremo completamente. La figura 1.9 mostra la misura della tensione di una batteria, la cui differenza di potenziale è riportata agli 'ingressi' del voltmetro mediante i cavetti di connessione. Infatti la tensione misurata dal voltmetro è pari alla differenza $V_+^{IN} - V_-^{IN}$. Se i cavetti vengono invertiti, anche il valore visualizzato sul display cambia segno, come mostrato in figura 1.10. Per questo motivo, siccome non è facile seguire il percorso dei cavi per capire le connessioni, essi vengono identificati dai opportuni colori: rosso per il positivo ($\rightarrow V_+^{IN}$) e nero per il negativo ($\rightarrow V_-^{IN}$).

Nel seguito saremo interessati ad altre misure elettriche, usando strumenti versatili, che come dice il nome stesso (*multimetri*) sono in grado di misurare più cose. Per cominciare considereremo ideale il comportamento di tali strumenti. Solo in un secondo momento ci interesseremo ad eventuali perturbazio-

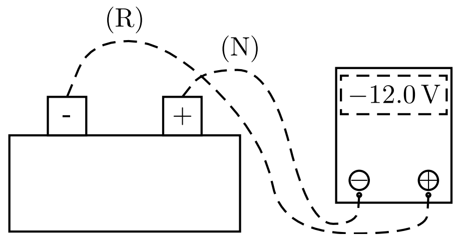


Figura 1.10: Un voltmetro digitale collegato ad una batteria con i puntali scambiati legge un valore negativo, corrispondente alla differenza fra la il potenziale che si 'presenta' all'ingresso positivo e quello che si 'presenta' all'ingresso negativo (i cavi sono superfici equipotenziali).

ni che essi possono causare al circuito, perturbazioni dovute al discostamento dalle loro caratteristiche ideali, con conseguenti 'letture falsate'.[7]

1.4.4 Scorrimento di cariche in circuiti elettrici chiusi e misura dell'intensità di corrente

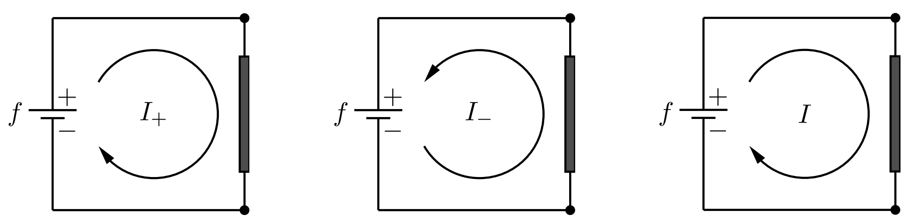


Figura 1.11: Scorrimento di cariche quando un circuito viene chiuso su un apposito materiale conduttore. Il circuito a sinistra mostra una corrente di cariche positive (I_+) che scorre dal polo positivo al polo negativo del generatore. Il circuito al centro mostra invece una corrente di cariche negative (I_-) che fluisce nel verso opposto. Infine viene mostrato a destra il circuito con la corrente convenzionale che comprende cariche mobili sia cariche positive che negative.

Siamo quindi arrivati all'ultima constatazione empirica, quella che se "chiudiamo il circuito", nel senso mostrato dalla figura 1.11, avviene uno scorrimento di cariche, in analogia ai circuiti di massa (o idraulici) descritti precedentemente. Ma in questo caso ci sono due possibilità:

- eventuali cariche mobili positive presenti nei materiali esterni al generatore tendono a scorrere dal potenziale maggiore a quello minore[8], come

[7] Chiariamo subito che questo 'errore' non ha niente a che vedere con i tipici *errori di misura*, ovvero con il fatto che la differenza di potenziale indicata dal voltmetro sia diversa da quella 'vera'. La 'lettura falsata' che stiamo accennando è dovuta al fatto che è proprio il valore 'vero' ad essere cambiato e questo è letto correttamente dallo strumento – poi ci potranno essere errori statistici e sistematici (di 'calibrazione') dello strumento, ma questa è un'altra storia!

[8] Comunemente si dice "vanno dal $+$ al $-$" in quanto "respinte dal $+$ e attirate dal $-$", quasi sottintendendo che i poli di una batteria siano delle cariche elettriche. Non si tratta di cariche, ma di potenziali, i quali fra l'altro non hanno niente di intrinsecamente positivo o negativo, ma, come abbiamo già fatto notare, soltanto $V_+ > V_-$.

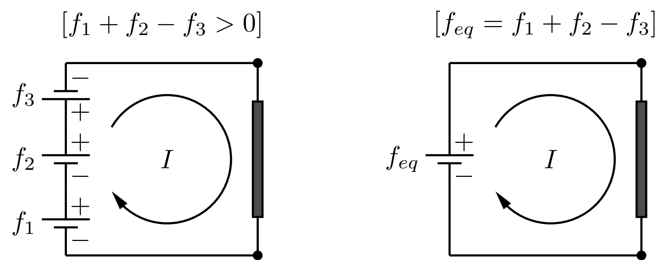


Figura 1.12: Generatore equivalente di più generatori in serie. Si noti come la corrente possa anche scorrere, all'interno di un generatore (ad es. f_3 della figura) dal potenziale maggiore al potenziale minore.

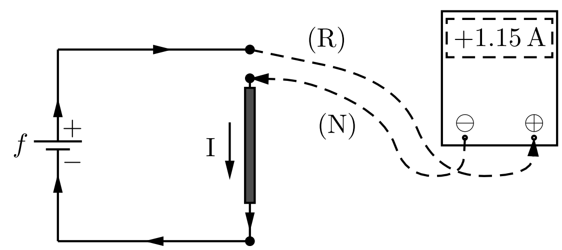


Figura 1.13: Misura di intensità di corrente elettrica mediante un multimetro digitale in configurazione "amperometro".

illustrato nel circuito a sinistra di figura 1.11;

- eventuali cariche mobili negative tendono a scorrere nel verso opposto, come indicato al centro della stessa figura.

Come è ben noto, nei conduttori le cariche mobili sono essenzialmente elettroni, negativi. Ciò nonostante, dal punto di vista pratico si usa una *corrente convenzionale* positiva (vedi circuito di destra di Fig. 1.11), in quanto, almeno nei circuiti cui siamo interessati in questo corso, cariche negative che scorrono in un verso danno gli stessi effetti misurabili di cariche positive che scorrono nel verso opposto.

Un altro fatto empirico interessante è quello mostrato in figura 1.12, ovvero che la differenza di potenziale ai capi di generatori di tensione posti in serie si sommi algebricamente, con segni che dipendono dalla loro polarità. Questa proprietà deriva banalmente, come abbiamo già visto, dalla definizione di generatore di tensione. Ne segue che possiamo considerare più generatori in serie come un solo generatore equivalente (f_{eq} in figura) e se è chiuso su una resistenza scorrerà una corrente (nominale) dal polo positivo a quello negativo. Si noti quindi che se i generatori in serie non sono tutti disposti nello stesso verso, in alcuni di essi la corrente scorrerà internamente dal polo negativo a quello positivo, in altri nel verso opposto.

L'intensità della *corrente elettrica* in un tratto di circuito, ovvero la carica che scorre per unità di tempo, è misurabile dai suoi effetti fisici, come ad esempio la deflessione di aghi magnetizzati. Quindi un altro dato di fatto su cui basiamo la nostra introduzione ai circuiti è l'esistenza di *amperometri*, nome derivante da Ampere (A), unità di misura dell'intensità della corrente elettrica

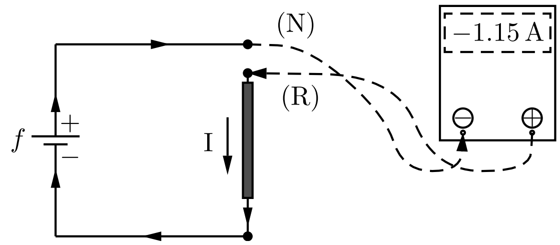


Figura 1.14: Un amperometro digitale collegato ad una batteria con i puntali scambiati legge un valore negativo, in quanto la corrente I attraversa lo strumento dal puntale negativo ($-$) a quello positivo ($+$).

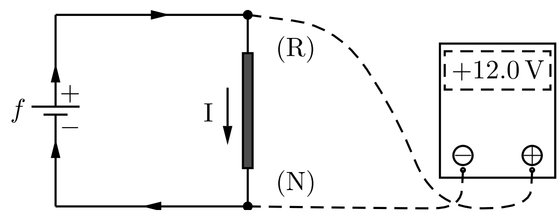


Figura 1.15: Voltmetro digitale con i puntali posizionati in modo tale da misurare la differenza di potenziale fra il punto in alto, sondato dal cavo rosso ('R') collegato all'ingresso identificato con $\oplus$, e quello in basso, sondato dal cavo nero ('N') collegato all'ingresso identificato con $\ominus$. Si noti come il voltmetro non sia 'virtualmente' attraversato da corrente.

(1 A = 1 Coulomb al secondo).[9] Si noti come la funzione 'amperometro' è inclusa in un normale multimetro e, come valeva per il voltmetro, per il momento ci disinteressiamo del suo funzionamento interno.

La figura 1.13 mostra un amperometro connesso ad un circuito elementare per la misura dell'intensità di corrente che attraversa il carico. Si noti come, affinché la corrente possa essere misurata, essa deve anche attraversare l'amperometro, come raffigurato dalle frecce di scorrimento. E, anche in questo caso, la corretta polarità dei puntali è importante in quanto la lettura sullo strumento mostra l'intensità della corrente convenzionale positiva che va dal $\oplus$ al $\ominus$ dello strumento, come indicato in figura. Quindi, come succedeva per il voltmetro, se i puntali vengono invertiti il valore indicato dallo strumento cambia segno (vedi figura 1.14).[10]

Dal fatto che per essere misurata la corrente debba scorrere nell'amperometro ne segue che, a differenza delle misure di tensione, le misure di corrente sono 'scomode', in quanto, se si vuole misurare l'intensità di corrente in un tratto di circuito bisogna prima aprirlo (ovvero, in genere, dissaldare un estremo di un elemento circuitale) per inserirvi l'amperometro in serie.[11] Quin-

[9] Nota sull'uso in italiano di 'al' e 'per'...

[10] Questo è valido per i moderni voltmetri e amperometri elettronici. Quelli analogici, che vedremo in dettaglio nel capitolo 6 funzionano correttamente soltanto con la polarità giusta.

[11] Per completezza diciamo che esistono amperometri industriali a 'pinza' che permettono di misurare la corrente che scorre in un filo senza doverlo interrompere. Comunque un metodo del genere non è sempre applicabile in quanto la pinza si deve chiudere intorno al filo (si pensi ad esempio alla misura della corrente che scorre in una pista di un circuito stampato!).

di raramente esse sono eseguite in laboratorio e le correnti vengono dedotte indirettamente, facendo uso dell'importante relazione fra tensione e corrente che vedremo nel prossimo capitolo. Per inciso, un voltmetro 'ideale' non è attraversato da corrente, come mostrato in figura 1.15.

1.5 Bilancio energetico in un circuito elettrico stazionario

Sfruttando l'analogia con il caso gravitazionale discusso precedentemente, le considerazioni energetiche su un circuito chiuso in cui scorre corrente diventano molto semplici.

- All'interno del generatore (equivalente al tratto in salita del circuito di massa) il campo elettrico compie un lavoro negativo, in quanto cariche positive subiscono una variazione di potenziale positiva e cariche negative subiscono una variazione di potenziale negativa (vedi Fig. 1.11).
- Nel *carico*, indicato a destra nei circuiti della figura con un segmento spesso, il campo elettrico compie lavoro positivo per il motivo opposto.
- Nei fili di collegamento non viene compiuto lavoro, in quanto le cariche non subiscono variazioni di potenziale.
- All'interno del generatore è la *forza elettromotrice* (di natura chimica nel caso di batterie) a compiere un lavoro positivo, il quale, date le ipotesi di circuito stazionario già utilizzate nel caso gravitazionale, è uguale ed opposto a quello compiuto dal campo elettrico.
- Per chiudere il bilancio energetico, facendo uso delle stesse ipotesi di stazionariatà, non rimane che ipotizzare che il lavoro positivo compiuto dal campo elettrico nel carico finisca in energia termica. Il trasferimento è mediato dall'energia cinetica delle cariche libere. Ovvero il lavoro compiuto dal campo elettrico aumenta la velocità delle cariche libere, le quali successivamente vengono frenate per urto, con conseguente produzione di calore.

Riassumendo, in formule, e considerando una carica infinitesima dq:

- Nel generatore, chiamando L_{fem} il lavoro della forza elettromotrice e $L_E^{(G)}$ quello del campo elettrico (G sta ad indicare "nel generatore", mentre $L_E^{(C)}$ indicherà il lavoro "sul carico"):

$$L_{fem} = dq \cdot (V_+ - V_-) = f dq \tag{1.40}$$
$$L_E^{(G)} = -L_{fem} \tag{1.41}$$

  da cui, valutando il lavoro nell'unità di tempo e ricordandoci che $I = dq/dt$, otteniamo le potenze

$$P_{fem} = fI \tag{1.42}$$
$$P_E^{(G)} = -fI\,. \tag{1.43}$$

La potenza P_{fem} è quella fornita dal generatore per far funzionare il circuito.

- Nei fili di collegamento (che per ora consideriamo ideali) dal punto di vista energetico non succede nulla.
- Nel carico

$$P_E^{(C)} = -P_E^{(G)} \tag{1.44}$$

in quanto il lavoro totale del campo elettrico sul circuito deve essere nullo, essendo la forza elettrica conservativa. Ne segue una potenza dissipata

$$P_{cal} = P_E^{(C)} = -P_E^{(G)} = fI\,, \tag{1.45}$$

ove f, ricordiamo, non soltanto è pari alla forza elettromotrice del generatore, ma in questo semplice circuito è anche uguale alla differenza di potenziale ai capi del carico.

Questa relazione è facilmente generalizzabile. Se infatti fra i capi A e B di un carico c'è una differenza di potenziale $V_A - V_B$ positiva, con una corrente $I_{A\rightarrow B}$, con verso positivo quando va da A a B, il lavoro nell'unità di tempo compiuto dal campo elettrico vale

$$P = (V_A - V_B) \cdot I_{A\rightarrow B} \tag{1.46}$$

in quanto d$q \cdot (V_A - V_B)$ è il lavoro eseguito su una carica infinitesima dq.

Da questi ragionamenti possiamo ricavarci una regola generale sui segni, illustrata dalla figura 1.16: ove i rettangolini rappresentano 'scatole nere', ovvero elementi circuitali ignoti:

- se la corrente (convenzionale positiva) va **dal potenziale maggiore a quello minore** (dal '+' al '−') vuol dire che quell'elemento del circuito sta **assorbendo energia** (la quale sarà *eventualmente* rilasciata all'ambiente sotto forma di calore) e quindi la **potenza** associata sarà **positiva** ('$P > 0$' in figura);
- se la corrente va dal **potenziale minore a quello maggiore** (dal '−' al '+') è l'elemento circuitale a **fornire energia** e quindi la **potenza** associata sarà **negativa** ('$P < 0$' in figura) e saremo *generalmente* in presenza di un **generatore**.

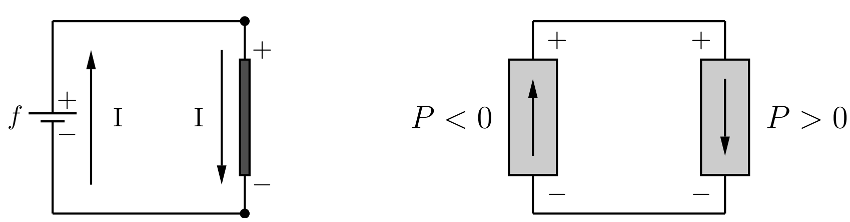


Figura 1.16: Convenzione dei segni per le potenze assorbite dagli elementi del circuito.

Gli avverbi precauzionali *eventualmente* e *generalmente* stanno ad indicare che le cose possono essere leggermente più complicate di quelle dalle quali stiamo cominciando. Incontreremo infatti elementi (condensatori e induttori) in grado di immagazzinare e successivamente restituire energia.

Negli elementi passivi che non sono in grado di immagazzinare energia, ovvero, negli **elementi dal comportamento puramente resistivo** già impliciti in molti ragionamenti fatti finora, l'energia assorbita si manifesterà in riscaldamento del componente stesso e va sotto il nome di *effetto Joule*. Esso sta alla base dell'uso dell'elettricità per scaldare e anche di riscaldamenti non voluti e spesso indesiderati di apparecchiature elettroniche, le quali necessitano quindi di opportuno raffreddamento, come ad esempio accade nei computer.

1.6 Ricapitolando

- La forza di Colomb fra cariche puntiformi è analoga alla forza di Newton fra punti materiali, con la particolarità che essa può essere attrattiva o repulsiva a seconda dei segni delle cariche.

- Ne segue che anche la forza di Colomb è conservativa e quindi ad essa è associato un potenziale, misurato in Volt.

- Se un punto materiale di carica q passa dal punto A a potenziale V_A al punto B di potenziale V_B, esso subisce una variazione di energia di potenziale $q \cdot (V_B - V_A)$ e una variazione di energia cinetica uguale e opposta.

- I generatori ideali di tensione modellizzano dispositivi in grado di mantenere ai loro capi una differenza di potenziale (o 'forza elettromotrice' f) che non dipende da dove vengono collegati, dalla corrente che li attraversa e dal verso di quest'ultima.

- I fili conduttori ideali modellizzano superfici equipotenziali che permettono di trasportare le differenze di potenziale dei generatori di tensione.

- Se i poli di un generatore di tensione sono collegati fra di loro da un conduttore (almeno in parte non ideale – un generatore ideale cortocircuitato da un conduttore ideale è un assurdo logico!) delle cariche elettriche scorrono da un polo all'altro.

- Nell'analisi dei circuiti si considerano correnti convenzionali positive che scorrono dal potenziale maggiore al potenziale inferiore. L'intensità di corrente è misurata in Ampere, corrispondente a un Coulomb al secondo.

- La potenza necessaria per spostare all'interno di un generatore di tensioni cariche positive (convenzionali) dal potenziale minore a quello maggiore vale $I \cdot f$ ed è fornita dalla forza elettromotrice.

- In un circuito stazionario il campo elettrico compie un lavoro negativo nel generatore e lavoro positivo all'esterno.

- In tali condizioni (e in assenza di elementi in grado di immagazzinare energia) la potenza fornita dal generatore viene assorbita dall'elemento 'resistivo' e successivamente dissipata dissipata verso l'ambiente (effetto Joule).

- Opportuni strumenti permettono di misurare differenze di potenziale e intensità di corrente.

1.7 Problemi

1. Discutere la fattibilità di un esperimento con sfere di piombo tali che l'attrazione gravitazionale reciproca sia pari a un newton.

2. Calcolare la differenza di potenziale gravitazionale dalla superficie della Terra alla Luna.

3. Calcolare l'energia (cinetica, totale) con la quale bisogna 'sparare' uno contro l'altro due protoni affinché essi si avvicinino fino a 'toccarsi' (concetto non affatto banale, che quantifichiamo, ai fini dell'esercizio, con una distanza fra i due centri di 1.5 fermi, con $1\,\mathrm{fm} = 10^{-15}\,\mathrm{m}$). Calcolare inoltre (classicamente) la velocità, ricordando che il protone ha una massa di $1.67 \times 10^{-27}\,\mathrm{kg}$.

4. Calcolare la potenza necessaria ad una pompa per mantenere un flusso di 20 litri di acqua al minuto su un dislivello di 3 metri.

5. In una centrale idroelettrica vengono convogliati verso la turbina $180\,\mathrm{m^3/s}$ di acqua dopo un salto di 7 metri. Assumendo un'efficienza di trasformazione del 100% calcolare la potenza elettrica prodotta dalla centrale.

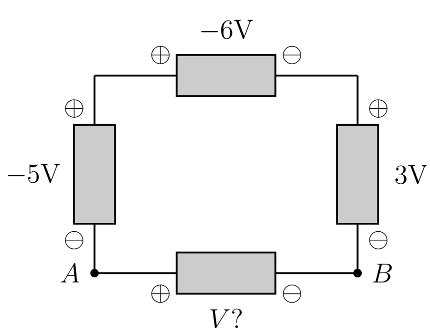
6. Quanto deve valere la corrente erogata batteria di un'auto ($f = 12\,\mathrm{V}$) affinché possa alimentare un dispositivo da 600 W?

7. Una batteria di 7.2 Ah ('amperora') è (nominalmente) in grado di erogare 1 A per 7.2 h, o 7.2 A per un'ora, e così via. Assumendo che la tensione ai suoi capi sia di 12 V e che essa non dipenda dal tempo e dall'intensità di corrente, calcolare

   (a) l'energia che essa è in grado di fornire prima che essa si scarichi completamente;

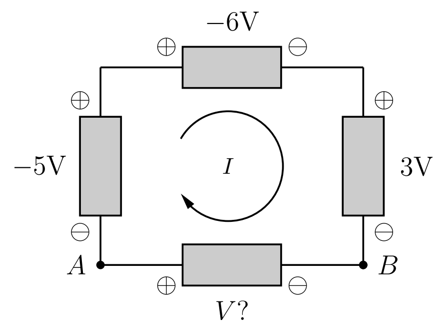
   (b) la carica totale che è possibile estrarre da un polo per farla rientrare nell'altro.

8. Dati quattro elementi connessi come in figura



   si misura la tensione fra i capi di tre di essi, ponendo i puntali del voltmetro come indicato dai simboli ⊕ e ⊖. Ricavare la tensione che si misurerebbe ai capi del quarto elemento, ponendo i puntali del voltmetro come indicato in figura.

9. Continuazione del problema precedente. Successivamente si misura la corrente che scorre nel circuito chiuso. Dalla sola informazione che essa scorre nel verso orario, come da figura che segue, si individui quali dei quattro dispositivi sono dei generatori di tensione.



10. Continuazione del problema precedente. Sapendo che la potenza erogata dal generatore di maggiore forza elettromotrice vale 30 W, si determini la corrente che circola nel circuito e la potenza fornita o erogata dagli altri tre elementi.