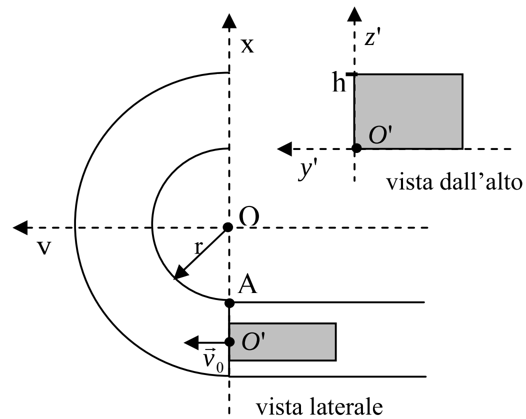
**Corso di Laurea in Fisica – Meccanica Classica – A. A. 2007-2008**

**Esercizio da consegnare <u>lunedì 31 Marzo 2008</u>**

**Nome ……………………….Cognome ……………………….**




Un veicolo si muove su una strada orizzontale rettilinea con velocità uniforme $|\vec{v}_0|$ = *90.0 km/h*. Considerare il S.R. *Oxyz* mostrato in figura, e il S.R $O'x'y'z'$ solidale con il veicolo in moto, ed inizialmente con assi paralleli ad x, y e z. All'istante $t_0 = 0$ in cui il veicolo sta per affrontare una curva, un oggetto di massa *m = 2.00 kg*, incollato internamente sul tetto del veicolo, si stacca dal tetto alla quota *h = 2.00 m* e cade sotto l'azione della forza peso ($|g|$ = *9.81 m/s²*). Al momento del distacco, la distanza di *m* dal centro di rotazione è $R = r + AO'$ con *r=45.0 m* e $AO'$ = *5.00 m*. Il veicolo continua a procedere con velocità costante in modulo, seguendo una traiettoria circolare, con $y'$ sempre tangente alla traiettoria del veicolo. Calcolare:

(1) i vettori accelerazione $\vec{a}(t)$, velocità $\vec{v}(t)$ e posizione $\vec{r}(t)$ di *m* subito dopo il distacco, nel S.R. fisso *Oxyz* [2+2+2]

Tenendo conto che al tempo $t_0 = 0$ si ha $\vec{r}_0 = (R, 0, h)$ e $\vec{v}_0 = (0, v_0, 0)$ (R =-50.0 m e $v_0$ = 25.0 m/s):

$$\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = 0 \\ a_z = -g \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x(t) = v_{x0} = 0 \\ v_y(t) = v_{y0} = v_0 \\ v_z(t) = -gt \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = x_0 = R \\ y(t) = v_0 t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g t^2 + h \end{cases}$$

(2) il tempo t* in corrispondenza del quale il corpo *m* raggiunge terra [2]

In corrispondenza del tempo t* $z(t^*) = 0 = -\frac{1}{2} g t^{*2} + h \Rightarrow t^* = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0.639 s$

(3) le coordinate *x* e *y* (nel S.R. fisso *Oxyz*) del corpo *m* al tempo t* [2]

$$\begin{cases} x(t^*) = -50.0 m \\ y(t^*) = 16.0 m \end{cases}$$

(4) la forza totale (in modulo, direzione e verso) che appare applicata sul corpo *m*, nell'istante immediatamente successivo al distacco ($\vec{v}' = 0$), se lo si osserva nel S.R. mobile $O'x'y'z'$ [4+3+3]

Il S.R $O'x'y'z'$ è **non inerziale**, in rotazione attorno ad *O* con velocità angolare $\vec{\omega} = -\omega \cdot \hat{k}' \ (\hat{k} = \hat{k}')$ con $\omega = \frac{v_0}{R} = 0.500 s^{-1}$.

In tale S.R agisce sul corpo *m*, oltre alla **forza peso** $\vec{F}_p = -mg \cdot \hat{k}'$, una **forza centrifuga** (apparente) $\vec{F}_{cen} = -m \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{R}$ ($\vec{\omega} \wedge \vec{\omega} \wedge \vec{R}$ è l'accel. centripeta di trascinamento di $O'$ che si trova a distanza $\vec{R} = -R \cdot \hat{i}'$ da *O*).

Quindi $\vec{F}_{cen} = -|\vec{F}_{cen}| \cdot \hat{i}'$, con $|\vec{F}_{cen}| = m \cdot \omega^2 R$

$$\Rightarrow \vec{F}_{TOT} = \vec{F}_p + \vec{F}_{cen} = -m \cdot \omega^2 R \cdot \hat{i}' + 0 \cdot \hat{j}' - mg \cdot \hat{k}' \Rightarrow \begin{cases} |\vec{F}_{TOT}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = 31.8 N \\ \tan(\theta) = \frac{F_x}{F_z} = \frac{\omega^2 R}{g} = 1.27 \Rightarrow \theta = 0.904 \text{ rad} = 51.8° \end{cases}$$

θ è l'angolo che la forza $\vec{F}_{TOT}$ forma con la direzione negativa dell'asse $z'$.

(5) Supponendo che il corpo di massa *m*, invece di staccarsi e cadere dal tetto del veicolo, sia sparato orizzontalmente, al tempo $t_0$, con velocità $\vec{v}'_{0m} = -v_m \hat{j}'$, $v_m$ = *10 m/s* quanto vale, in questo caso, la forza totale (in modulo, direzione e verso) che appare applicata sul corpo *m*, nell'istante immediatamente successivo al distacco ($v_z = 0$), se lo si osserva nel S.R. mobile $O'x'y'z'$? [4+3+3]

In questo caso, nel sistema di riferimento inerziale, essendo $\vec{v}' \neq 0$, appare anche la **forza di Coriolis** $\vec{F}_{cor} = -2m \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{v}'_{0m} \Rightarrow$

$\Rightarrow \vec{F}_{cor} = |\vec{F}_{cor}| \cdot \hat{i}'$ con $|\vec{F}_{cor}| = 2m \cdot \omega \cdot v_m$. Questa componente $\vec{F}_{cor}$ si aggiunge alle forze $\vec{F}_p$ e $\vec{F}_{cen}$ già calcolate, quindi:

$$\Rightarrow \vec{F}_{TOT} = \vec{F}_p + \vec{F}_{cen} + \vec{F}_{cor} = m\omega(-\omega \cdot R + 2v_m) \cdot \hat{i}' + 0 \cdot \hat{j}' - mg \cdot \hat{k}' \Rightarrow \begin{cases} |\vec{F}_{TOT}| = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} = 20.2 N \\ \tan(\theta) = \frac{F_x}{F_z} = \frac{\omega(-\omega \cdot R + 2v_m)}{g} = 0.255 \end{cases}$$

θ = 0.250 rad = 14.3°