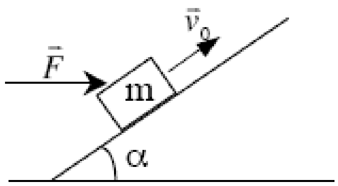
Corso di Laurea in Fisica – Meccanica Classica – A. A. 2007-2008

Esercizio da consegnare **<u>martedì 15 Aprile 2008</u>**

Nome ………………………….Cognome ……………………………



Ad un blocco di **massa m = 4.80 kg**, che si trova su un piano inclinato di un angolo α = 39.0° rispetto all'orizzontale, è applicata la forza **F = 46.0 N**, orizzontale, disegnata in figura. Il **coefficiente di attrito dinamico** fra blocco e piano inclinato è **μ_D = 0.330**. All'istante iniziale t=0 il blocco è in moto lungo il piano inclinato con velocità **v_0 = 4.3 m/s** verso l'alto. Si osserva che per tempi successivi il blocco rallenta, fino a fermarsi in corrispondenza del tempo **t***. Considerare $|g|$=9.81 m/s^2. Calcolare:

(1) la **legge del moto** del blocco fino all'istante di arresto t*; [8]

Scegliamo un sistema di riferimento cartesiano ortogonale levogiro, con asse x giacente lungo il piano inclinato, positivo verso l'alto, e asse y ortogonale al piano inclinato. Poniamo l'origine del sistema in corrispondenza della posizione occupata dal blocco al tempo t=0 [x(t=0) = y(t=0) = 0]. $\vec{F}_{TOT} = \vec{F} + m\vec{g} + \vec{R} = m\vec{a}$, proiettata sugli assi:

$$\begin{cases} (x) \quad F\cos\alpha - mg\sin\alpha - R_x = ma \\ (y) \quad -F\sin\alpha - mg\cos\alpha + R_y = 0 \end{cases}$$

La componente R$_x$ $|R_x| = \mu_D |R_y|$ rappresenta la forza di **attrito dinamico**, che si oppone al moto del blocco, ed è quindi negativa.

Risolvendo il sistema, si trova:

$$\begin{cases} R_y = F\sin\alpha + mg\cos\alpha = 65.5\ \mathrm{N} \quad \Rightarrow \quad |R_x| = 21.6\ \mathrm{N} \\ a = \dfrac{1}{m}\left(F\cos\alpha - mg\sin\alpha - R_x\right) = -3.23\ \mathrm{m/s^2} \quad \text{Moto uniformemente decelerato} \end{cases}$$

La legge oraria del moto (che avviene lungo la direzione x) è quindi:

$$v(t) = at + v_0 \quad \Rightarrow \quad x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t$$

(2) il tempo **t*** in corrispondenza del quale il blocco si ferma; [3]

t* tale che $v(t^*) = 0 = at^* + v_0 \quad \Rightarrow \quad t^* = -\dfrac{v_0}{a} = 1.33\ \mathrm{s}$

(3) il **lavoro** compiuto complessivamente dalle forze agenti sul blocco nell'intervallo di tempo t*; [5]

Il lavoro è uguale alla variazione di energia cinetica: $L = \Delta K = K_f - K_i = 0 - \dfrac{1}{2}mv_0^2 = -44.4\ \mathrm{J}$

(4) nell'intervallo di tempo t*, l'**impulso** della forza risultante applicata al blocco e l'impulso fornito dalle singole forze agenti sul blocco. [4+4]

L'impulso della forza risultante è uguale alla variazione della quantità di moto: $\vec{I}_{TOT} = \Delta\vec{q} = m v_f - m\vec{v}_i$ è un vettore orientato come l'asse x (direzione del moto), verso negativo e modulo $|I_{TOT}| = 20.6\ \mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$

Per ciascuna delle forze agenti sul sistema vale la relazione $\vec{I} = \int_0^{t^*} \vec{f}\cdot dt$. Se $\vec{f}$ è una forza costante (come sono, in effetti le forze agenti sul sistema: $\vec{F}, m\vec{g}$ e $\vec{R}$) si ottiene un vettore parallelo a $\vec{f}$ e di modulo $|\vec{I}| = |\vec{f}|\cdot t^*$, quindi:

$|\vec{I}_F| = |\vec{F}|\cdot t^* = 61.2\ \mathrm{N\cdot s}$, $|\vec{I}_p| = |m\vec{g}|\cdot t^* = 61.2\ \mathrm{N\cdot s}$, $|\vec{I}_R| = |\vec{R}|\cdot t^* = 91.8\ \mathrm{N\cdot s}$, avendo calcolato il modulo di $\vec{R} : |\vec{R}| = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} = 69.0$ N.

(5) per t ≥ t* il valore della forza di **attrito statico** agente sul corpo. [3]

Dall'equazione della dinamica proiettata lungo x, ponendo a=0 si ottiene: $F\cos\alpha - mg\sin\alpha + R_x = 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow \quad R_x^* = -(F\cos\alpha - mg\sin\alpha) = -6.12\ \mathrm{N}$, cioè si trova che la forza di attrito statico ha segno negativo.

(6) Il vincolo può fornire la forza di attrito calcolata al punto (5)? [3]

R$_x$* deve essere minore della forza di attrito massima $f_{MAX} = \mu_S R_y$. Pur non conoscendo il coefficiente di attrito statico **μ_S**, sappiamo che esso è sempre maggiore di μ_D. Pertanto, dal momento che R$_x$* calcolata al punto (5) è inferiore al prodotto $\mu_D R_y$, essa è senz'altro inferiore a f_{MAX}, e quindi il vincolo può fornire R$_x$*.