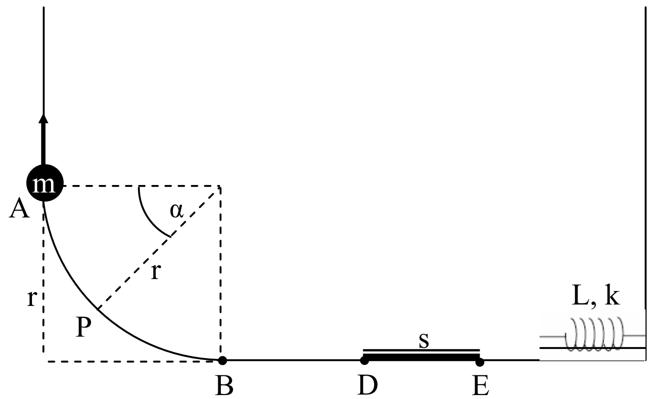
Corso di Laurea in Fisica – Meccanica Classica – A. A. 2007-2008

Esercizio da consegnare lunedì 21 Aprile 2008

Nome ………………………….Cognome ……………………………

Un punto materiale, di dimensioni trascurabili e massa m = 200 g, viene lanciato verticalmente verso l'alto, dal punto A ≡ (0, r = 60.0 cm), con velocità $|\vec{v}_0|$=0.300 m/s. Come mostrato in figura, il punto, nel ricadere verso il basso, ripassa in A e successivamente percorre un arco di circonferenza di raggio r, privo di attriti. Calcolare:



(1) il modulo della reazione vincolare della guida, quando, dopo aver percorso un arco di circonferenza pari a α = 45.0°, il punto si trova in P; [10]

L'energia del punto materiale all'istante iniziale è E_i

$$E_i = K_i + U_i = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgr$$

(avendo scelto come livello di riferimento del potenziale la quota del punto B).

L'energia si conserva nella prima fase del moto (la massa è lanciata verso l'alto e si muove sotto l'azione della forza peso in assenza di attriti) ed è ancora E_i quando il punto materiale ripassa in A. Questo valore rimane costante nel moto lungo la guida circolare (che è priva di attrito). Quindi, lungo la guida, per una generica posizione definita dall'angolo α: $E(\alpha) = \frac{1}{2}mv^2 + mgr(1-\sin\alpha) = E_i \Rightarrow v^2 = v_0^2 + 2gr\sin\alpha$.

In questa fase del moto, la massa è soggetta alla forza peso (verticale) e alla reazione vincolare, che è sempre ortogonale alla guida (assenza di attriti). In direzione radiale, la composizione delle due forze fornisce l'accelerazione centripeta necessaria per mantenere il punto in traiettoria: la proiezione dell'equazione $\vec{F} = m\vec{a}$ in direzione radiale, scegliendo come positiva la direzione centripeta, è $R - mg\sin\alpha = ma_c = m\frac{v^2}{r}$. Sostituendo a v^2 l'espressione ricavata dalla conservazione dell'energia meccanica, si trova $R = m\frac{v_0^2}{r} + 3mg\sin\alpha$ che calcolata per $\alpha = \frac{\pi}{4}$ è $|R| = 4.19$ N

Dopo essere transitato in B il punto materiale può muoversi su una guida orizzontale che nel tratto DE di lunghezza s = 3.00 m presenta attrito. Il punto materiale prosegue nel suo moto e comprime una molla inizialmente a riposo, con costante elastica k = 100 N/m e lunghezza a riposo L = 20.0 cm.

Sapendo che la massima compressione della molla è pari a 15 cm, determinare:

(2) il valore del coefficiente di attrito dinamico μ_d caratteristico della guida nel tratto DE; [10]

$E(A) = E(P) = E(B) = E(D)$ (conservazione dell'energia meccanica). In B (e in D) l'energia è solo cinetica $\frac{1}{2}mv_B^2 = \frac{1}{2}mv_A^2 + mgr$. Nel tratto DE agiscono forze non conservative (la forza di attrito dinamico, di modulo $\mu_d mg$); ci aspettiamo, quindi una variazione dell'energia meccanica: $\Delta K = L_{TOT} = L_C + L_{NC} \Rightarrow \Delta K - L_C = L_{NC}$ e $\Delta U = -L_C \Rightarrow \Delta K + \Delta U = \Delta E = L_{NC}$. Tenendo conto che in condizioni di massima compressione della molla l'energia cinetica è nulla e che il lavoro della forza di attrito è $L_{NC} = -\mu_d mgs$, si trova: $-\frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}k(\Delta L_{MAX})^2 = -\mu_d mgs \Rightarrow$

$$\mu_d = +\frac{1}{2gs}v_A^2 + \frac{r}{s} - \frac{1}{2mgs}k(\Delta L_{MAX})^2 = 0.0105$$

Dopo aver compresso massimamente la molla, il punto materiale torna indietro lungo la guida, riattraversa il tratto DE con attrito e risale lungo l'arco di circonferenza.

(3) Calcolare la massima quota che il punto raggiunge risalendo lungo la guida circolare. [10]

Prima di ripassare in E, l'energia a disposizione della massa è pari al valore di energia potenziale in corrispondenza dalla massima compressione: $\tilde{E} = \frac{1}{2}k(\Delta L_{MAX})^2$. Nell'attraversare nuovamente il tratto DE si ha un'ulteriore variazione (negativa) di energia meccanica, pari al lavoro (negativo) della forza di attrito: $\Delta E = E_f - \tilde{E} = -\mu_d mgs \Rightarrow$ $E_f = \frac{1}{2}k(\Delta L_{MAX})^2 - \mu_d mgs$. Si raggiunge la massima quota h_{max} quando l'energia E_f è tutta convertita in energia potenziale gravitazionale, quindi: $mgh_{max} = E_f = \frac{1}{2}k(\Delta L_{MAX})^2 - \mu_d mg \Rightarrow h_{max} = \frac{E_f}{mg} = 0.542$ m