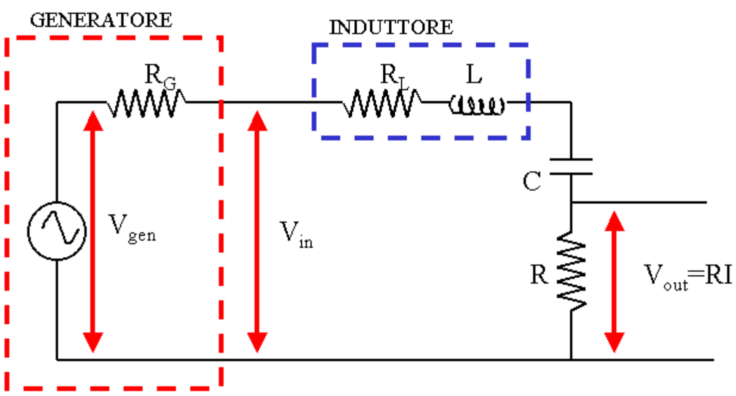
Corso di Laboratorio di Elettromagnetismo e Circuiti - A. A. 2009-2010
Esercitazione n.4
Studio di filtri e circuiti risonanti in regime sinusoidale

1) Filtro passa-basso
Progettare e realizzare un semplice filtro passa-basso costituito da un circuito del primo ordine con una frequenza di taglio $\nu_T = 10$ kHz.
Il circuito dovra' essere realizzato utilizzando un induttore con L = 10 mH $R_L = 40\ \Omega$ ed un resistore con resistenza R scelta opportunamente. Si noti che l'induttore disponibile in laboratorio non ha un comportamento ideale; si puo' considerare equivalente ad un induttore ideale in serie ad un resistore di resistenza R_L.
Misurare la *risposta in frequenza* $H(j\omega) = V_{out}/V_{in}$ del filtro, cioe' l'andamento del modulo $|H(j\omega)|$ (*risposta in ampiezza*) e della fase $\arg[H(j\omega)]$ (*risposta in fase*) in funzione della frequenza, e confrontarla qualitativamente con quella attesa.
Determinare la frequenza di taglio effettiva del filtro sia dal grafico della risposta in ampiezza che da quella in fase e confrontarla col valore di progetto.
I grafici dovranno essere effettuati su carta millimetrata (non al calcolatore) ed avere la scala logaritmica per le frequenze (in ascissa) e lineare per $|H(j\omega)|$ o $\arg[H(j\omega)]$ (in ordinata).

2) Circuito RLC serie in regime sinusoidale; uscita ai capi del resistore
Montare sulla basetta il circuito risonante:



Si consiglia di utilizzare i componenti con i seguenti valori:
L = 10 mH $R_L = 40\ \Omega$
C = 4.7 nF
R = 470 Ω
(alla fine della prova conservare i componenti ed utilizzarli per la prossima esercitazione!!)
Si noti che l'induttore disponibile in laboratorio non ha un comportamento ideale; si puo' considerare equivalente ad un induttore ideale in serie ad un resistore di resistenza R_L.
Il generatore di segnale puo' essere schematizzato col suo equivalente di Thevenin ed ha una resistenza interna $R_G = 50\ \Omega$. Tuttavia la sua presenza puo' essere trascurata nei calcoli se si misura V_{in} oltre che V_{out}.

Misurare la risposta in frequenza del circuito $H(j\omega) = V_{out}/V_{in}$ dove V_{in} e' la tensione in uscita dal generatore sinusoidale e V_{out} la tensione ai capi del resistore. (Attenzione! V_{in} non e' costante in funzione della frequenza e deve essere misurata per ogni frequenza scelta.)
Determinare la frequenza di risonanza ν_0 del circuito sia dalla risposta in ampiezza che da quella in fase (ν_0 si puo' anche determinare "visivamente" all'oscilloscopio). Dal grafico della risposta in ampiezza determinare le due frequenze ν_1 e ν_2 per cui $|H(j\omega)|$ si riduce di un fattore $1/\sqrt{2}$; determinare il fattore di qualita' Q del circuito.
Confrontare i valori di ν_0 e Q ottenuti dalle misure con quelli calcolati dai valori di R, L e C.

3) Circuito RLC serie in regime sinusoidale; uscita ai capi del condensatore
Misurare $|V_{out}|$ e $|V_{in}|$ e quindi la risposta in ampiezza del circuito $|H(j\omega)| = |V_{out}|/|V_{in}|$ dove V_{in} e' la tensione in uscita dal generatore sinusoidale e V_{out} la tensione ai capi del condensatore. Evidenziare l'extra-tensione in prossimita' della risonanza.

Richiami di teoria per il circuito RLC serie (caso con induttore non ideale):
La corrente che scorre nel circuito e':

$$I = \frac{V_{in}}{R + R_L + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

La tensione ai capi di R e':

$$V_{out} = IR = \frac{R}{R + R_L + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot V_{in} = H(j\omega) \cdot V_{in}$$

da cui

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{R}{\sqrt{(R+R_L)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{e} \quad \arg\left[H(j\omega)\right] = -\arctan\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R+R_L)}$$

La tensione ai capi di C e':

$$V_{out} = I\frac{1}{j\omega C} = \frac{1/j\omega C}{R + R_L + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)} \cdot V_{in} = H(j\omega) \cdot V_{in} \quad \text{da cui}$$

$$\left|H(j\omega)\right| = \frac{1/\omega C}{\sqrt{(R+R_L)^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \text{e} \quad \arg\left[H(j\omega)\right] = -\frac{\pi}{2} - \arctan\frac{\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}{(R+R_L)}$$

Alla frequenza di risonanza il circuito si comporta come se fosse puramente resistivo e si annulla l'impedenza della serie C + L, cioe'

$$Z_{C+L} = j\omega L + \frac{1}{j\omega C} = j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = 0\,.$$

La frequenza di risonanza e' $\nu_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$ con $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Il fattore di qualita' e' definito come :

$Q = \frac{\nu_0}{\left|\nu_1 - \nu_2\right|}$ (dove ν_1 e ν_2 sono le frequenze per cui la risposta ai capi di R si riduce di $1/\sqrt{2}$ rispetto al massimo, cioè $\left|H(j\omega_0)\right| = \frac{R}{(R+R_L)}$ e $\left|H(j\omega_{1,2})\right| = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{R}{(R+R_L)}$) e vale:

$$Q = \frac{\omega_0 L}{(R+R_L)} = \frac{1}{(R+R_L)}\sqrt{\frac{L}{C}}\,.$$

Alla risonanza ai capi di C si ha una extra-tensione pari a $\left|V_{out}\right| = Q\left|V_{in}\right|$

Consigli pratici:

- Misurare sempre i valori dei componenti scelti utilizzando il ponte d'impedenze ed il mutimetro a disposizione in laboratorio. Questi sono i valori da usare per il calcolo "teorico" delle grandezze che caratterizzano il circuito, come ω_0.
- Il valore V_{in} potrebbe cambiare in funzione della frequenza. Misurarlo sempre insieme a V_{out}.
- Nell'effettuare le connessioni ricordarsi che i terminali "ground" dei due canali dell'oscilloscopio sono connessi internamente. Connettere il terminale "ground" del generatore di segnali con il "ground" del circuito e con quello dell'oscilloscopio.