

1) Si calcoli il numero medio N di fotoni rivelati nell'unità di tempo. Considerare l'attività della sorgente $A \sim 10 \mu\text{Ci}$ ($1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10}$ disintegrazioni al secondo) e l'angolo solido sotteso dal rivelatore $\Delta\Omega$. Se la sorgente è appoggiata al rivelatore ($h = 0$) la frazione di angolo solido da considerare è $\Delta\Omega/4\pi = 0.5$. Se è necessario ridurre N si può diminuire $\Delta\Omega$ aumentando la distanza h fra sorgente e rivelatore con gli appositi spessori in dotazione.

In prima approssimazione si può considerare trascurabile la riduzione dovuta all'efficienza di rivelazione ε ($\varepsilon \sim 100\%$). Si ottiene: $N = A \cdot \varepsilon \cdot \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \cong A \cdot \frac{\Delta\Omega}{4\pi}$

2) Si calcoli la probabilità $P_{pile-up}(\Delta t)$ di rivelare due fotoni entro un intervallo temporale Δt . Si ricorda che la variabile casuale "numero di conteggi rivelati" segue la statistica di Poisson:

$$P_{pile-up}(\Delta t) = 1 - P(0)$$

$$P(n) = \frac{m^n e^{-m}}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} P(n) = 1$$

con m numero medio di conteggi in Δt , cioè $m = N \Delta t$.

3) Si fissi una probabilità massima $P_{MAX} = P_{pile-up}(\Delta t^*)$ che si ritiene di poter accettare per la misura (ad es. $P_{MAX} = 1 \div 3\%$), e si calcoli il Δt^* corrispondente. Quindi si vuole minimizzare la cross-energy (sovrapposizione) di due segnali a distanza temporale Δt^* o maggiore.

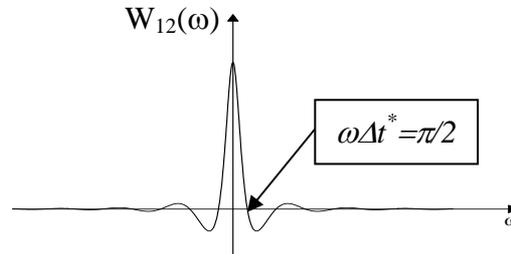
4) Si passi nel dominio delle frequenze e si calcoli il cross-power spectrum (CPS). Si può considerare per semplicità come modello del segnale in uscita dal fotomoltiplicatore un singolo esponenziale $s(t) = A e^{-t/\tau_2} \sigma(t)$ con $\tau_2 = 250 \text{ ns}$ (si può comunque fare il calcolo col modello doppio esponenziale). In questo caso si ottiene per il CPS:

$$s_1(t) = A_1 e^{-t/\tau_2} \sigma(t) \quad s_2(t) = A_2 e^{-(t-\Delta t^*)/\tau_2} \sigma(t - \Delta t^*) \rightarrow W_{12}(\omega) = \Re[S_1(\omega) \cdot S_2^*(\omega)] = A_1 A_2 \frac{\cos(\omega \Delta t^*)}{\tau_2^2 + \omega^2}$$

- i) se $\Delta t^* \gg \tau_2$ la cross-energy è trascurabile (l'integrale del CPS è nullo ed i segnali sono separati);
- ii) se $\Delta t^* \sim \tau_2$ il CPS ha un carattere più di bassa frequenza rispetto allo spettro dei segnali singoli (i segnali sono separabili con un taglio sul CPS);
- iii) se $\Delta t^* \ll \tau_2$ il CPS è simile allo spettro dei segnali singoli (i segnali non sono separabili in pratica).

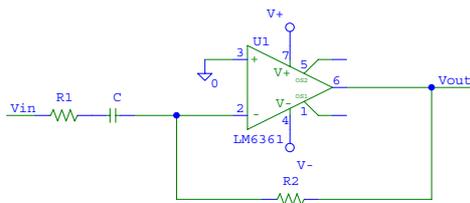
Si effettuino scelte di h e P_{MAX} tali da ricadere almeno nel caso ii).

In questo caso e' possibile ridurre la cross-energy con un filtro passa-alto con una opportuna frequenza di taglio. Ad esempio il primo zero del CPS $\omega\Delta t^* = \pi/2$ puo' essere un buon compromesso, in quanto il contributo principale all'integrale del CPS proviene dalla regione al di sotto del primo zero, mentre i contributi al di sopra sono piccoli e tendono a cancellarsi per il loro diverso segno.



Si ottiene una frequenza di taglio $\nu_{CPS} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\Delta t^*}$.

4) Si progetti un filtro passa-alto con frequenza di taglio ν_{CPS} da inserire fra amplificatore e comparatore. Ad esempio si puo' realizzare il seguente circuito (derivatore reale):



Si puo' facilmente mostrare che la funzione di trasferimento e': $k(i\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1}$ con $Z_2 = R_2$ e

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{i\omega C}, \text{ da cui: } k(i\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{i\omega R_1 C}{1 + i\omega R_1 C} \quad (1)$$

La (1), a parte il fattore $G = -\frac{R_2}{R_1}$ che determina il guadagno ($G=1$ per un filtro passivo), e' proprio

la funzione di trasferimento di un passa-alto con frequenza di taglio $\nu_f = \frac{1}{2\pi\tau_f}$ con

$\tau_f = R_1 C$ (attenzione: $R_1 C$ e non $R_2 C$!). Quindi fissando il valore della capacita' ad un valore ragionevole (non troppo piccolo da essere paragonabile alle capacita' parassite), R_1 fissa $\nu_f = \nu_{CPS}$ (ed anche la resistenza d'ingresso del filtro ad alta frequenza) ed R_2 il suo guadagno.

Controllare che la banda passante ($B \cdot G = \text{cost}$) consenta un corretto funzionamento del filtro ($B \gg \nu_f$).

Se ν_{CPS} e' un valore troppo elevato per essere realizzato in pratica o perche' il filtro funzioni correttamente, si operi una diversa scelta di h e P_{MAX} .

5) Realizzare e verificare il funzionamento del sistema amplificatore + filtro e amplificatore + filtro + comparatore utilizzando sia Wavecad sia la sorgente + scintillatore + fotomoltiplicatore.