

1) Si calcoli il numero medio  $N$  di fotoni rivelati nell'unità di tempo. Considerare l'attività della sorgente  $A \sim 10 \mu\text{Ci}$  ( $1 \text{ Ci} = 3.7 \cdot 10^{10}$  disintegrazioni al secondo) e l'angolo solido sotteso dal rivelatore  $\Delta\Omega$ . Se la sorgente è appoggiata al rivelatore ( $h = 0$ ) la frazione di angolo solido da considerare è  $\Delta\Omega/4\pi = 0.5$ . Se è necessario ridurre  $N$  si può diminuire  $\Delta\Omega$  aumentando la distanza  $h$  fra sorgente e rivelatore con gli appositi spessori in dotazione.

In prima approssimazione si può considerare trascurabile la riduzione dovuta all'efficienza di rivelazione  $\varepsilon$  ( $\varepsilon \sim 100\%$ ). Si ottiene:  $N = A \cdot \varepsilon \cdot \frac{\Delta\Omega}{4\pi} \cong A \cdot \frac{\Delta\Omega}{4\pi}$

2) Si calcoli la probabilità  $P_{pile-up}(\Delta t)$  di rivelare due fotoni entro un intervallo temporale  $\Delta t$ . Si ricorda che la variabile casuale "numero di conteggi rivelati" segue la statistica di Poisson:

$$P_{pile-up}(\Delta t) = 1 - P(0)$$

$$P(n) = \frac{m^n e^{-m}}{n!} \quad \sum_{n=0}^{\infty} P(n) = 1$$

con  $m$  numero medio di conteggi in  $\Delta t$ , cioè  $m = N \Delta t$ .

3) Si fissi una probabilità massima  $P_{MAX} = P_{pile-up}(\Delta t^*)$  che si ritiene di poter accettare per la misura (ad es.  $P_{MAX} = 1 \div 3\%$ ), e si calcoli il  $\Delta t^*$  corrispondente. Quindi si vuole minimizzare la cross-energy (sovrapposizione) di due segnali a distanza temporale  $\Delta t^*$  o maggiore.

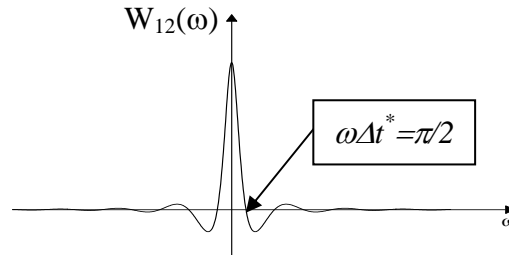
4) Si passi nel dominio delle frequenze e si calcoli il cross-power spectrum (CPS). Si può considerare per semplicità come modello del segnale in uscita dal fotomoltiplicatore un singolo esponenziale  $s(t) = A e^{-t/\tau_2} \sigma(t)$  con  $\tau_2 = 250 \text{ ns}$  (si può comunque fare il calcolo col modello doppio esponenziale). In questo caso si ottiene per il CPS:

$$s_1(t) = A_1 e^{-t/\tau_2} \sigma(t) \quad s_2(t) = A_2 e^{-(t-\Delta t^*)/\tau_2} \sigma(t - \Delta t^*) \rightarrow W_{12}(\omega) = \Re[S_1(\omega) \cdot S_2^*(\omega)] = A_1 A_2 \frac{\cos(\omega \Delta t^*)}{\tau_2^2 + \omega^2}$$

- i) se  $\Delta t^* \gg \tau_2$  la cross-energy è trascurabile (l'integrale del CPS è nullo ed i segnali sono separati);
- ii) se  $\Delta t^* \sim \tau_2$  il CPS ha un carattere più di bassa frequenza rispetto allo spettro dei segnali singoli (i segnali sono separabili con un taglio sul CPS);
- iii) se  $\Delta t^* \ll \tau_2$  il CPS è simile allo spettro dei segnali singoli (i segnali non sono separabili in pratica).

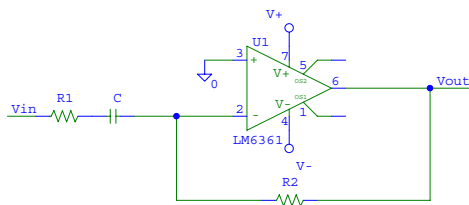
Si effettuino scelte di  $h$  e  $P_{MAX}$  tali da ricadere almeno nel caso ii).

In questo caso e' possibile ridurre la cross-energy con un filtro passa-alto con una opportuna frequenza di taglio. Ad esempio il primo zero del CPS  $\omega\Delta t^* = \pi/2$  puo' essere un buon compromesso, in quanto il contributo principale all'integrale del CPS proviene dalla regione al di sotto del primo zero, mentre i contributi al di sopra sono piccoli e tendono a cancellarsi per il loro diverso segno.



Si ottiene una frequenza di taglio  $\nu_{CPS} = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{1}{\Delta t^*}$ .

4) Si progetti un filtro passa-alto con frequenza di taglio  $\nu_{CPS}$  da inserire fra amplificatore e comparatore. Ad esempio si puo' realizzare il seguente circuito (derivatore reale):



Si puo' facilmente mostrare che la funzione di trasferimento e':  $k(i\omega) = -\frac{Z_2}{Z_1}$  con  $Z_2 = R_2$  e

$$Z_1 = R_1 + \frac{1}{i\omega C}, \text{ da cui: } k(i\omega) = -\frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{i\omega R_1 C}{1 + i\omega R_1 C} \quad (1)$$

La (1), a parte il fattore  $G = -\frac{R_2}{R_1}$  che determina il guadagno ( $G=1$  per un filtro passivo), e' proprio

la funzione di trasferimento di un passa-alto con frequenza di taglio  $\nu_f = \frac{1}{2\pi\tau_f}$  con

$\tau_f = R_1 C$  (attenzione:  $R_1 C$  e non  $R_2 C$ !). Quindi fissando il valore della capacita' ad un valore ragionevole (non troppo piccolo da essere paragonabile alle capacita' parassite),  $R_1$  fissa  $\nu_f = \nu_{CPS}$  (ed anche la resistenza d'ingresso del filtro ad alta frequenza) ed  $R_2$  il suo guadagno.

Controllare che la banda passante ( $B \cdot G = \text{cost}$ ) consenta un corretto funzionamento del filtro ( $B \gg \nu_f$ ).

Se  $\nu_{CPS}$  e' un valore troppo elevato per essere realizzato in pratica o perche' il filtro funzioni correttamente, si operi una diversa scelta di  $h$  e  $P_{MAX}$ .

5) Realizzare e verificare il funzionamento del sistema amplificatore + filtro e amplificatore + filtro + comparatore utilizzando sia Wavecad sia la sorgente + scintillatore + fotomoltiplicatore.