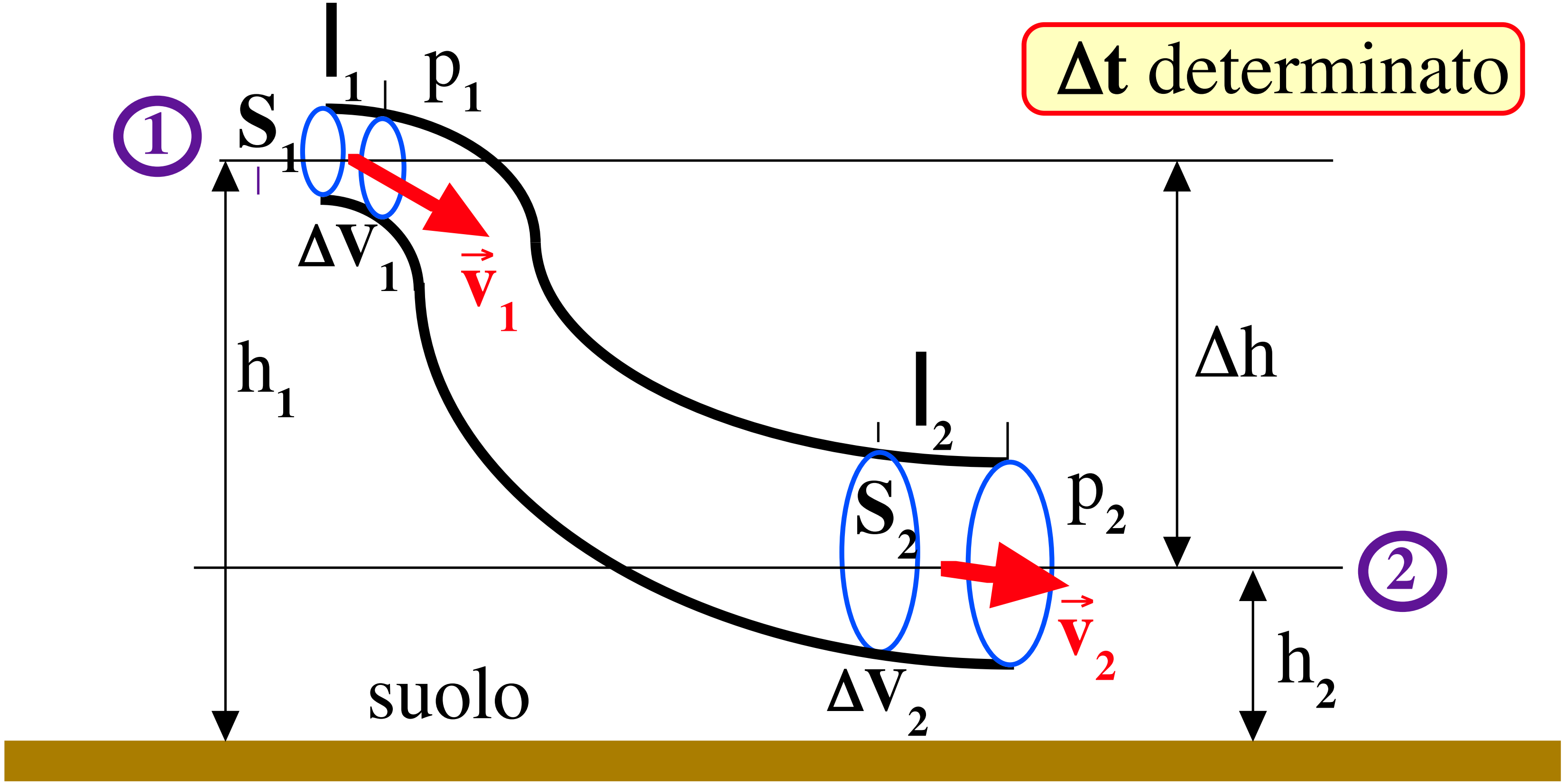
MECCANICA dei FLUIDI nei SISTEMI BIOLOGICI

parte III^a

-TEOREMA DI BERNOULLI
-APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI BERNOULLI

Lucidi del Prof. D. Scannicchio

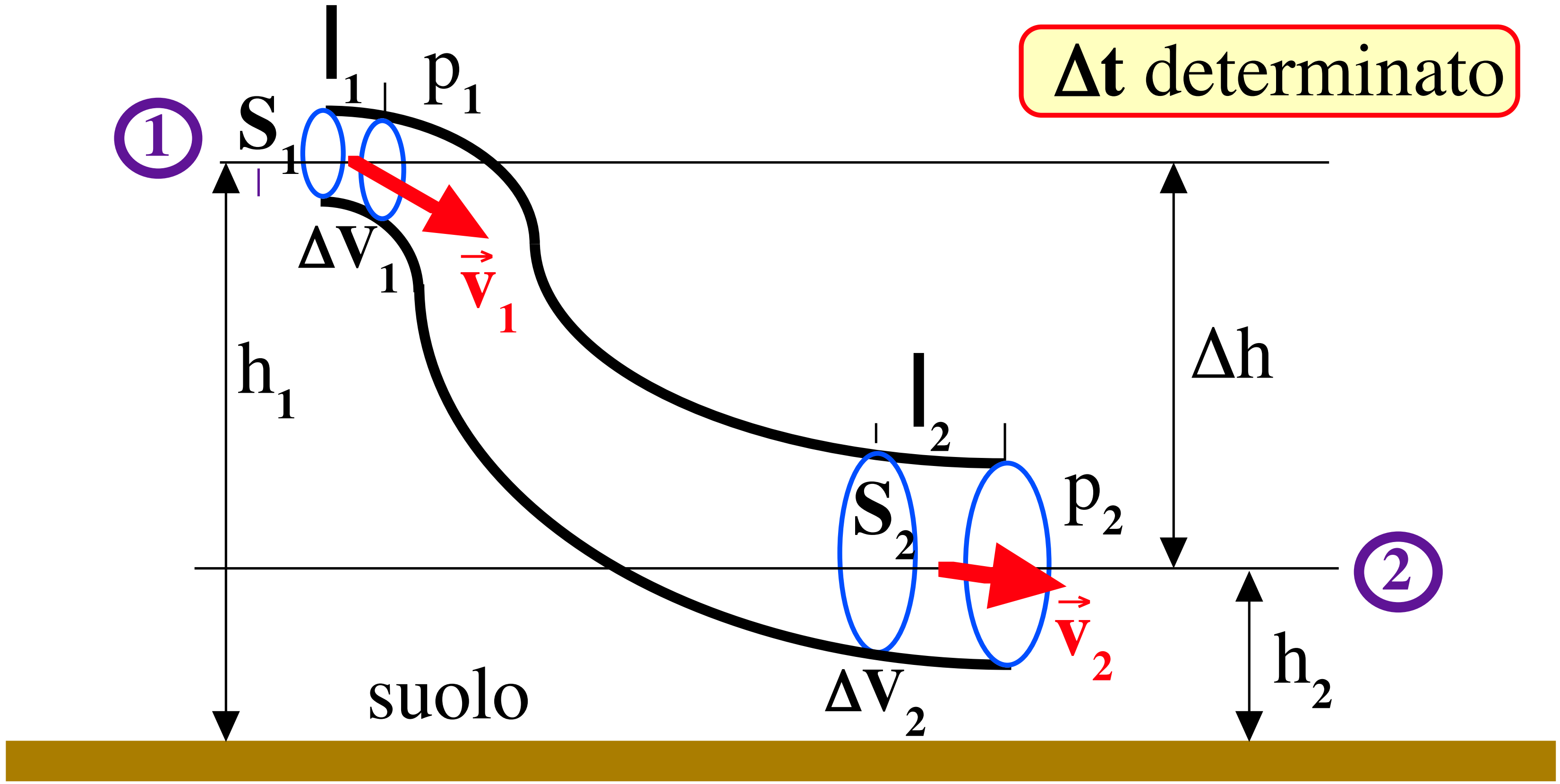
TEOREMA di BERNOULLI



- **fluido perfetto** (forze di attrito nulle) (liquido non viscoso : $\eta = 0$)
- **condotto rigido**
- **moto stazionario** (**Q** = costante)

TEOREMA di BERNOULLI

Δt determinato

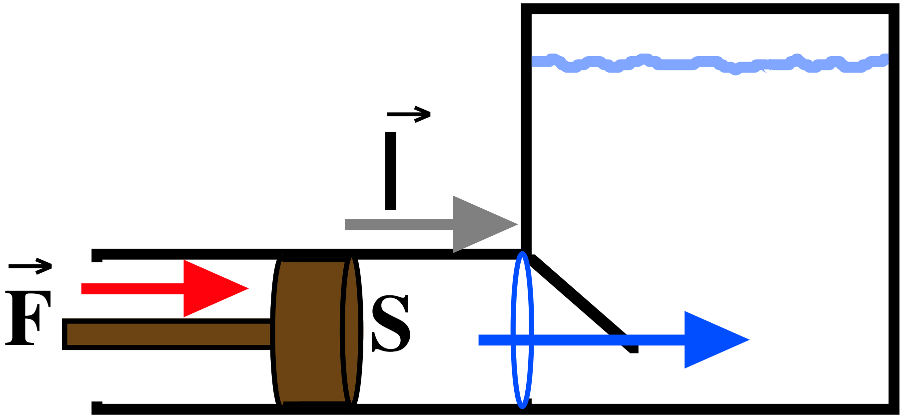


$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S\,v = S_1 \frac{l_1}{\Delta t} = S_2 \frac{l_2}{\Delta t}$$

Δt determinato

$$\boxed{S_1\, l_1 = S_2\, l_2 \;\rightarrow\; \Delta V_1 = \Delta V_2}$$

ENERGIA di PRESSIONE nei LIQUIDI



$\vec{F}$ e $\vec{l}$ hanno uguali direzione e verso normale alla superficie **S**

$$p = \frac{F}{S} \rightarrow F = p\,S$$

$$S\,l = \Delta V$$

$$L = \vec{F}\,\vec{l} = F\,l = p\,S\,l = p\,\Delta V$$

$$\boxed{E_p = p\,\Delta V}$$

Lavoro forze di superficie

- moto stazionario $\rightarrow$ ΔV = costante

  (Δt determinato)

- **principio di conservazione dell'energia**

$$T = \frac{1}{2}\, m\, v^2 \quad \rightarrow \quad \frac{T}{\Delta V} = \frac{1}{2}\, d\, v^2 \quad +$$

$$U = m\, g\, h \quad \rightarrow \quad \frac{U}{\Delta V} = d\, g\, h \quad +$$

$$Ep = p\, S\, l = p\, \Delta V \quad \rightarrow \quad \frac{Ep}{\Delta V} = p \quad =$$

TEOREMA di BERNOULLI

TEOREMA di BERNOULLI

$$\frac{E_{totale}}{\Delta V} = d g\, h + p + \frac{1}{2} d\, v^2 = \text{costante}$$

$$h + \frac{p}{d g} + \frac{v^2}{2g} = \text{costante}$$

altezza geometrica

altezza piezometrica

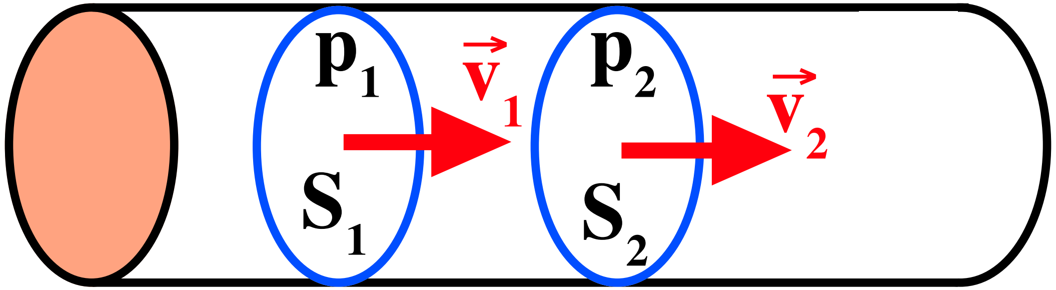
altezza cinetica

- liquidi non viscosi
- condotti rigidi
- moto stazionario

applicabile con buona approssimazione al sangue e ai condotti del sistema circolatorio

applicazione 1 sistema circolatorio

condotto uniforme orizzontale $\begin{cases} \boxed{h_1 = h_2} \\ S_1 = S_2 \end{cases}$

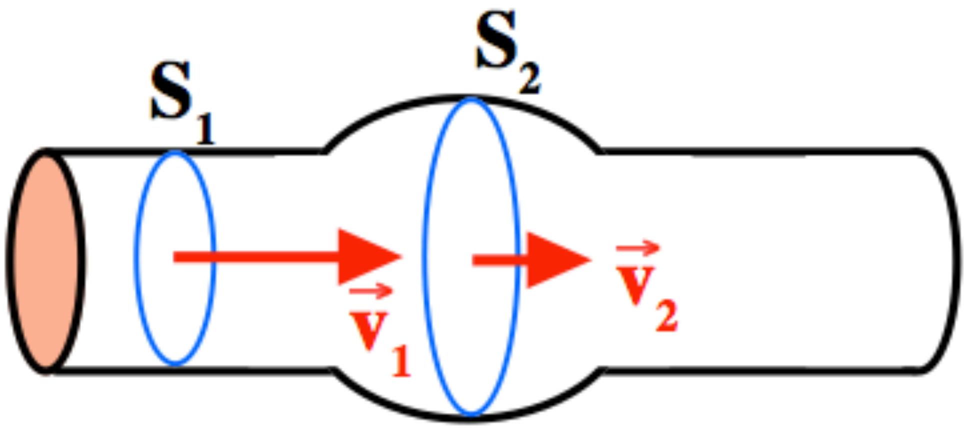


$Q = \text{costante}$

$S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \boxed{v_1 = v_2}$

$\left.\begin{matrix} v = \text{costante} \\ h = \text{costante} \end{matrix}\right\}$ *BERNOULLI* $\longrightarrow \boxed{p = \text{costante}}$

applicazione 2 aneurisma $h_1 = h_2$



$Q =$ costante

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

$S_2 > S_1 \rightarrow v_2 < v_1$

$$\boxed{\frac{1}{2} d v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} d v_2^2 + p_2}$$

$v_2 < v_1 \rightarrow \boxed{p_2 > p_1}$

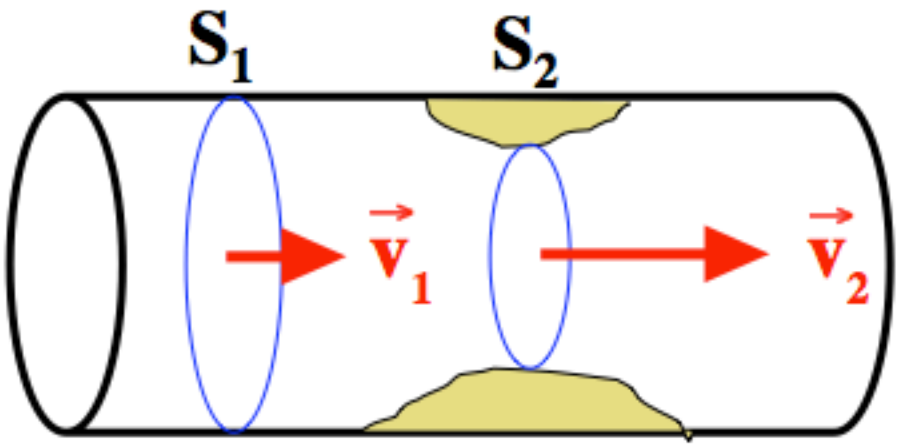
aneurisma tende a peggiorare

- attriti trascurabili per modeste dimensioni
- condotti quasi rigidi per modeste dimensioni
- moto quasi stazionario su modeste distanze

applicazione 3

stenosi

$h_1 = h_2$



$Q = \text{costante}$

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

$S_2 < S_1 \rightarrow v_2 > v_1$

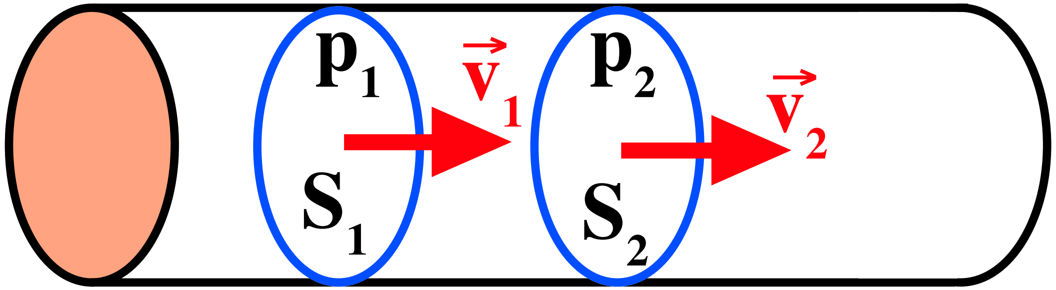
$$\boxed{\frac{1}{2} d v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} d v_2^2 + p_2}$$

$v_2 > v_1 \rightarrow \boxed{p_2 < p_1}$

stenosi tende a peggiorare

- attriti trascurabili per modeste dimensioni
- condotti quasi rigidi per modeste dimensioni
- moto quasi stazionario su modeste distanze

condotto uniforme orizzontale



$h_1 = h_2$

$v_1 = v_2$

forze di attrito viscoso :

dissipazione di energia (J cm^{-3})

A **= energia dissipata per attrito/ΔV**

BERNOULLI:

$$\cancel{\frac{1}{2} d v_1^2} + \cancel{d g h_1} + p_1 = \cancel{\frac{1}{2} d v_2^2} + \cancel{d g h_2} + p_2 + A$$

$$p_1 = p_2 + A$$

$$p_1 - p_2 = A$$

$$p_2 < p_1$$

DIMINUZIONE DI PRESSIONE IN CONDOTTI

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4}{8 \eta \ell} \Delta p$$

AORTA

ℓ = 10 cm, r = 0.8 cm, η = 4 10^{-2} poise, Q = 60 $cm^3\ s^{-1}$

$$\Delta p = \frac{8 \eta \ell}{\pi r^4} Q = \frac{8 \times 4\ 10^{-2}\ 10}{\pi (0.8)^4} 60 = 150 \text{ barie} = 0.11 \text{ mmHg}$$

ARTERIA (calibro medio)

(aorta $\longrightarrow$ 160 arterie)

ℓ = 10 cm, r = 0.15 cm, η = 4 10^{-2} poise, Q = 0,5 $cm^3\ s^{-1}$

$$\Delta p = \frac{8 \times 4\ 10^{-2}\ 10}{\pi (0.15)^4} 0{,}5 = 1010 \text{ barie} = 0.76 \text{ mmHg}$$

TRASCURABILE !!!