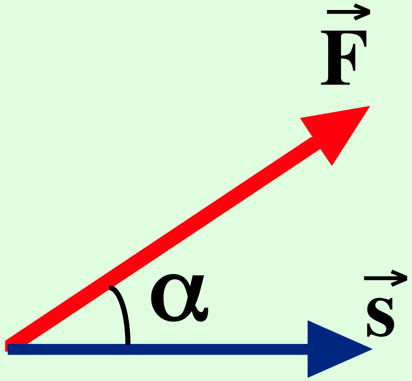
MECCANICA

parte II^a

- LAVORO E ENERGIA
- PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA
- ENERGIA CINETICA
- FORZE CONSERVATIVE ED ENERGIA POTENZIALE
- FORZE DISSIPATIVE (FORZA D'ATTRITO)
- CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA
- EQUILIBRIO DI UN SISTEMA MECCANICO
- POTENZA MECCANICA

LAVORO



$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F\, s \cos\alpha$$

$[\text{lavoro}] = [M][L][t]^{-2}\,[L] = [M][L]^2[t]^{-2}$

- **S.I. joule (J) = newton metro**

  $10^5 \times 10^2 = 10^7$

- **C.G.S. erg = dina cm**

  $\boxed{1 \text{ joule} = 10^7 \text{ erg}}$

- **PRATICO: kgmetro** = $kg_{\mathbf{peso}}$ metro

  $\boxed{kg_{\mathbf{peso}} \text{metro} = 9.8 \text{ N m} = 9.8 \text{ joule}}$

ENERGIA

capacità potenziale di compiere lavoro meccanico

unità di misura ≡ unità di misura del LAVORO

FORME di ENERGIA :

(evidenziate direttamente o nelle trasformazioni da una forma all'altra)

- cinetica
- potenziale gravità
- potenziale elastica
- potenziale elettrica
- termica (calore)
- chimica
- nucleare
- ....
- ....

PRINCIPIO di CONSERVAZIONE dell'ENERGIA

ENERGIA

PRINCIPIO di CONSERVAZIONE dell'ENERGIA

$$E_{totale} = \text{costante}$$

oppure

$$\Delta E_{totale} = 0$$

(sistema isolato)

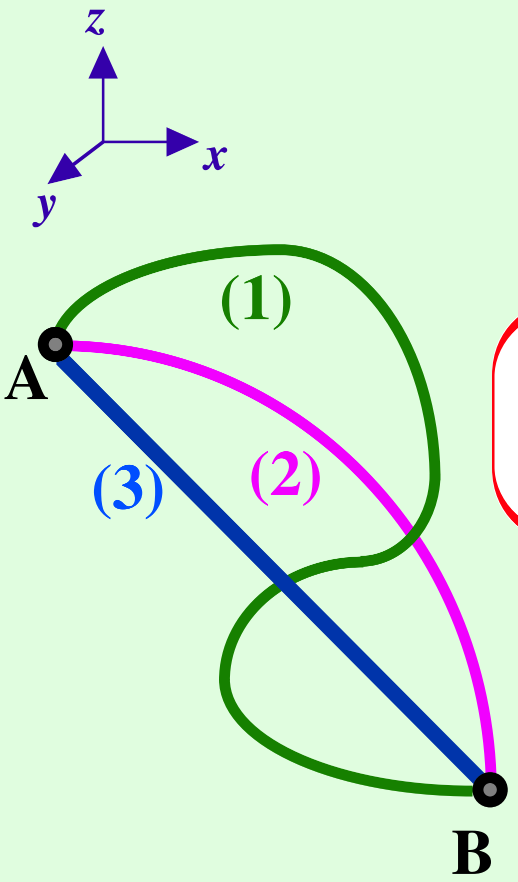
ENERGIA CINETICA

$$T = \frac{1}{2}\,\mathrm{m}\,\mathrm{v}^2$$

TEOREMA dell'ENERGIA CINETICA
(conservazione dell'energia)

$$\boxed{L = \Delta T} = T_2 - T_1 = \frac{1}{2}\mathrm{m}\,\mathrm{v}_2^2 - \frac{1}{2}\mathrm{m}\,\mathrm{v}_1^2$$

FORZE CONSERVATIVE



$$L^{(1)}_{A\to B} = L^{(2)}_{A\to B} = L^{(3)}_{A\to B} = ...$$

oppure

$$L_{A\to B} + L_{B\to A} = 0 \rightarrow L_{\text{linea chiusa}} = 0$$

$$L_{A\to B} = f(A,B)$$

$A \rightarrow x_A, y_A, z_A$

$B \rightarrow x_B, y_B, z_B$

FORZE CONSERVATIVE

ESEMPI :

F = costante — forza peso $p = mg$

$F \propto 1/r^2$ — forza di gravità; forza elettrostatica

$F = -K\,r$ — forza elastica

$$\boxed{\begin{array}{l} L_{A \to B} = f(A,B) \\ A \rightarrow x_A, y_A, z_A \\ B \rightarrow x_B, y_B, z_B \end{array}}$$

conseguenze formali $\longrightarrow$ **ENERGIA POTENZIALE**

ENERGIA POTENZIALE

$$L_{A\to B} = f(A,B)$$

$$A \longrightarrow x_A, y_A, z_A$$

$$B \longrightarrow x_B, y_B, z_B$$

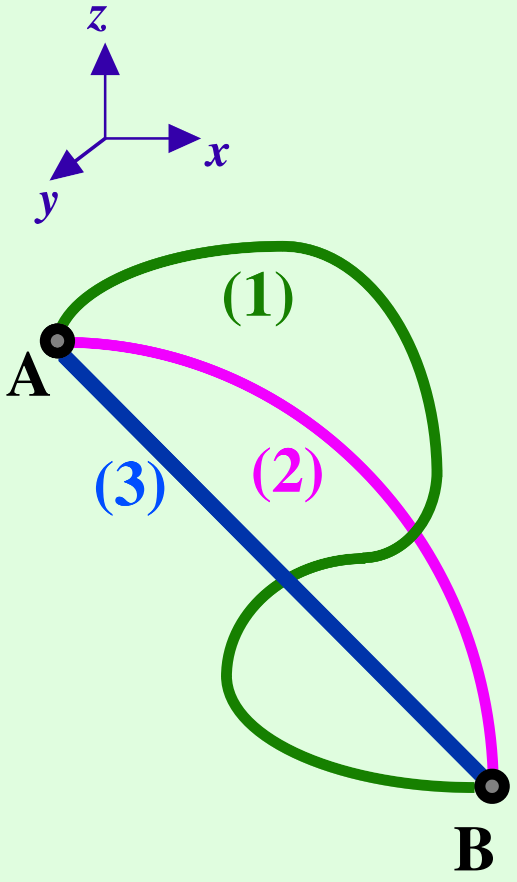
$$L_{A\to B} = f(A) - f(B) \equiv U(A) - U(B) \equiv$$

$$\equiv U(x_A, y_A, z_A) - U(x_B, y_B, z_B)$$

ENERGIA POTENZIALE

$U(x,y,z)$

FORZE DISSIPATIVE



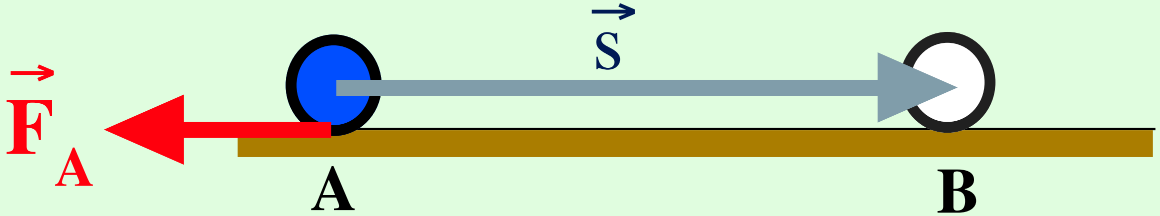
$$L^{(1)}_{A\to B} \neq L^{(2)}_{A\to B} \neq L^{(3)}_{A\to B} \neq \ldots.$$

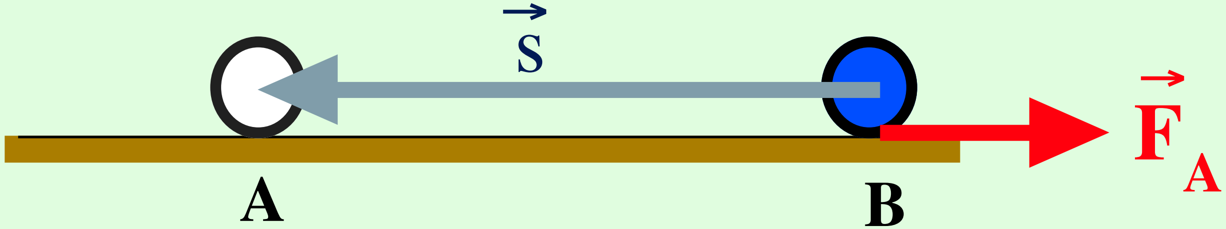
oppure

$$L_{\text{linea chiusa}} \neq 0$$

FORZE DISSIPATIVE

ESEMPIO forze di attrito $\vec{F}_A = -f\,\vec{v}$





$$L_{AB} = \vec{F}_A \cdot \vec{s} = -F_A\, s$$

+

$$L_{BA} = \vec{F}_A \cdot \vec{s} = -F_A\, s$$

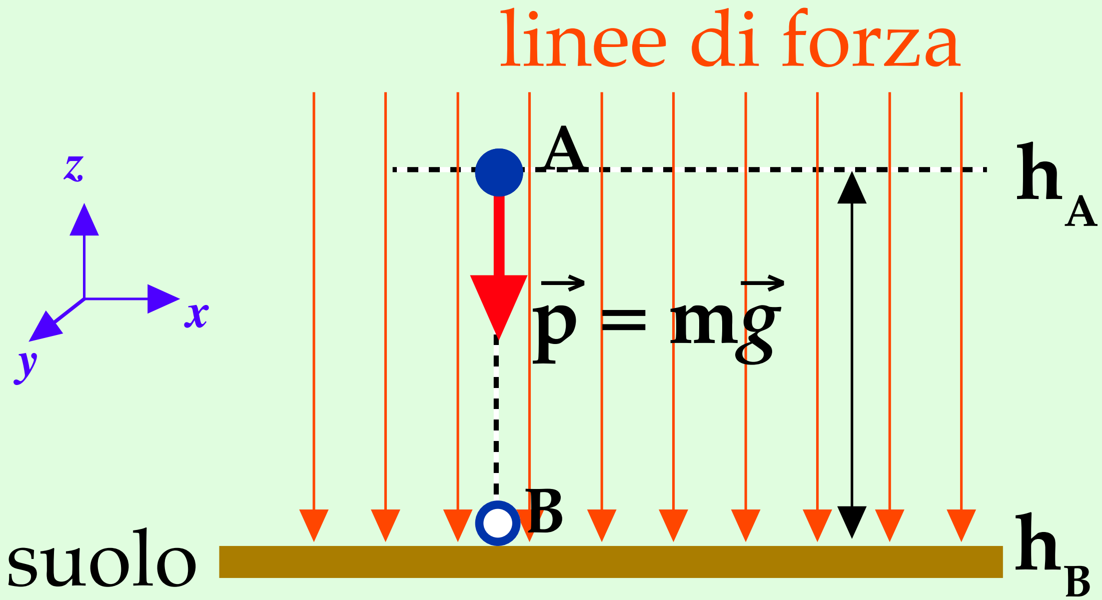
$$L_{totale} = -2\,FA\,s \neq 0$$

(traiettoria chiusa)

ENERGIA POTENZIALE di GRAVITA'

forza peso

$$\boxed{\vec{p} = m\,\vec{g}}$$



$$L = \vec{p} \cdot \vec{h} = p\,h = mg\,h = mg\,h_A - mg\,h_B = U(A) - U(B)$$

assumendo $h_B = 0$, $U(B) = 0$ $\longrightarrow$ $U(A) = mg\,h_A$

in generale

ENERGIA POTENZIALE di GRAVITA'

in generale :

ENERGIA POTENZIALE della FORZA PESO

$$\mathbf{U = m\,\mathit{g}\,h}$$

dipende solo dall'altezza h rispetto al suolo (coordinata z), non dalle coordinate orizzontali x,y

CONSERVAZIONE dell'ENERGIA MECCANICA

CAMPO di FORZA CONSERVATIVO

$$\left.\begin{aligned} L &= \Delta T = T_2 - T_1 \\ L &= U_1 - U_2 \end{aligned}\right\}$$

$$\boxed{T_1 + U_1 = T_2 + U_2}$$

$$\boxed{E_{totale} = U + T = \text{costante}}$$

energia meccanica

nel campo di forze peso :

CONSERVAZIONE dell'ENERGIA MECCANICA

$$E_{totale} = U + T = \text{costante}$$

nel campo di forze peso :

$$m\, g\, h + \frac{1}{2}\, m\, v^2 = \text{costante}$$

esempio : caduta gravi
(sono trascurate le forze di attrito)

idem per liquido che cade in un condotto

TEOREMA DI BERNOULLI

In presenza di forze non conservative: l'energia meccanica non si conserva

$$L_{TOT} = \Delta T = T_2 - T_1 = L_{CONS} + L_{NONCONS}$$

$$L_{CONS} = U_1 - U_2$$

da cui

$$T_2 + U_2 - T_1 - U_1 = L_{NONCONS} \neq 0$$

$$T_2 + U_2 = T_1 + U_1 + L_{NONCONS}$$

CONDIZIONI di EQUILIBRIO di un SISTEMA MECCANICO

condizione di equilibrio traslazionale :

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \ldots = \sum_i \vec{F}_i \equiv \vec{F} = 0$$

forze conservative

$$L = F\,\Delta x = U_1 - U_2 = -\Delta U$$

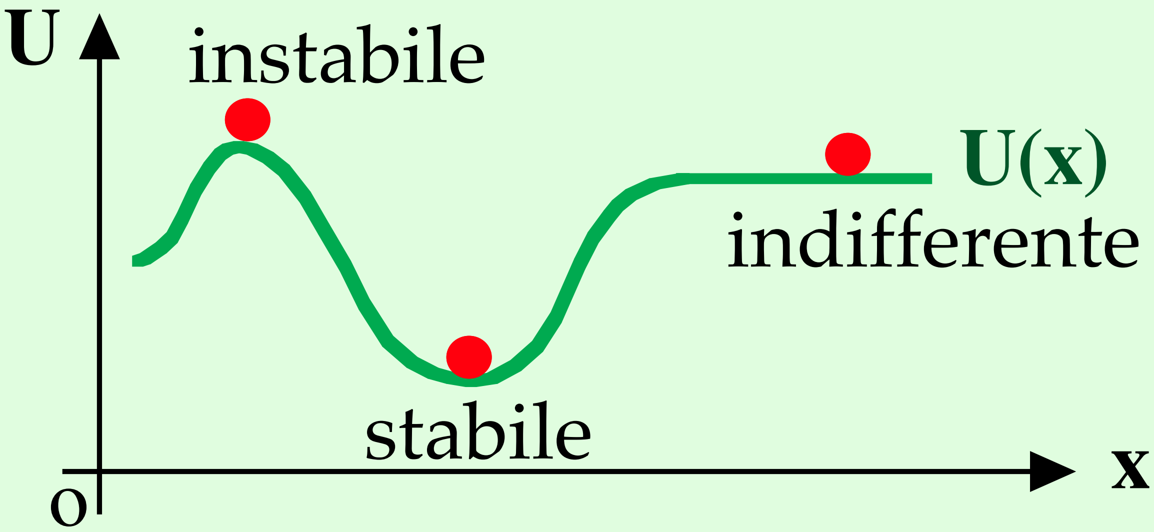
$$\vec{F} = -\,grad\,U \longleftarrow F = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

equilibrio : $F = 0 \longrightarrow \boxed{\Delta U = 0}$

$$\Delta U = U_2 - U_1 = 0 \longrightarrow \boxed{U_1 = U_2}$$

CONDIZIONI di EQUILIBRIO di un SISTEMA MECCANICO

$$\Delta U = 0$$



POTENZA MECCANICA

POTENZA $W = \dfrac{L}{\Delta t} = \dfrac{\vec{F}\cdot\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \vec{F}\cdot\dfrac{\Delta\vec{s}}{\Delta t} = \vec{F}\cdot\vec{v}$

$[W] = [M][L]^2[t]^{-2}[t]^{-1} = [M][L]^2[t]^{-3}$

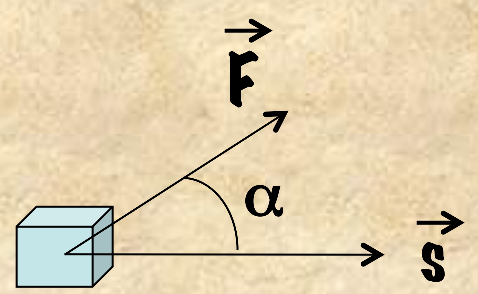
- **S.I.** **watt (W) = joule s^{-1}**
- **C.G.S.** **erg s^{-1}**
- **sistemi pratici:** **kgmetro s^{-1}, hp**

1 hp = 75 kgm s^{-1} = 735 watt

(cavallo vapore)

POTENZA MECCANICA

POTENZA $W = \dfrac{L}{\Delta t}$



Esempio:
Forza di 1000 N che provoca uno spostamento di un corpo di 25 m in 15 secondi ed agente ad un angolo di 34.8 gradi rispetto alla linea dello spostamento

Lavoro compiuto dalla forza:

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = F\, s \cos\alpha = 1000\ \text{N} \times 25\ \text{m} \times \cos 34.8^\circ =$$
$$= 25000 \times 0.821\ \text{N m} = 20529\ \text{joule}$$

lavoro compiuto in 15 secondi

Potenza erogata: $W = \dfrac{20529\ \text{joule}}{15\ \text{secondi}} = 1.3686\ \text{kwatt}$

Il kilowattora e' un' unità pratica di energia (non della potenza!!)

1 kilowattora = $1000 \frac{J}{s} \times 3600\ s = 3.6\ 10^6$ joule