

# MECCANICA dei FLUIDI nei SISTEMI BIOLOGICI

## parte I

-EQUAZIONE DI CONTINUITA'  
-PRESSIONE IDROSTATICA

Lucidi del Prof. D. Scannicchio

# MASSA, PESO, DENSITA'



**m**

$\text{kg}_{\text{massa}}$        $\text{g}_{\text{massa}}$



**$\vec{p} = m \vec{g}$**

$\text{kg}_{\text{peso}}$        $\text{g}_{\text{peso}}$

$$\text{kg}_{\text{peso}} = \text{kg}_{\text{massa}} 9.8 \text{ m s}^{-2} = 9.8 \text{ N}$$



**$d = \frac{m}{V}$**

$$[d] = [M] [L]^{-3}$$

• S.I.  $\text{kg m}^{-3}$       C.G.S.  $\text{g cm}^{-3}$

**$\text{H}_2\text{O} \rightarrow d = 1 \text{ g cm}^{-3} = 1000 \text{ kg m}^{-3}$**

a 4°C e 1 bar

ricordare

densita' dell'acqua:

$$d=1000 \text{ kg/m}^3 \text{ (S.I.)}$$

oppure

$$d=1 \text{ g/cm}^3 \text{ (c.g.s.)}$$

oppure (regola mnemonica)

$$1 \text{ m}^3 = 10 \times 10 \times 10 \text{ dm}^3 = 1000 \text{ dm}^3$$

$$d=1000 \text{ kg} / 1000 \text{ dm}^3$$

$$=1 \text{ kg/dm}^3$$

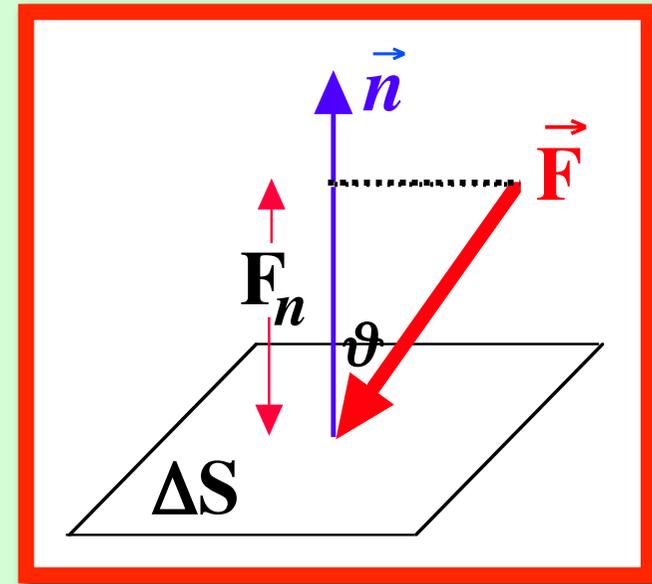
$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litro} = 1 \text{ l}$$

$$d=1 \text{ kg/l}$$



# PRESSIONE

$$p = \frac{|\vec{F}_n|}{\Delta S} = \frac{\vec{F} \cdot \vec{n}}{\Delta S}$$



$$[p] = \frac{[M][L][t]^{-2}}{[L]^2} = [M][L]^{-1}[t]^{-2}$$

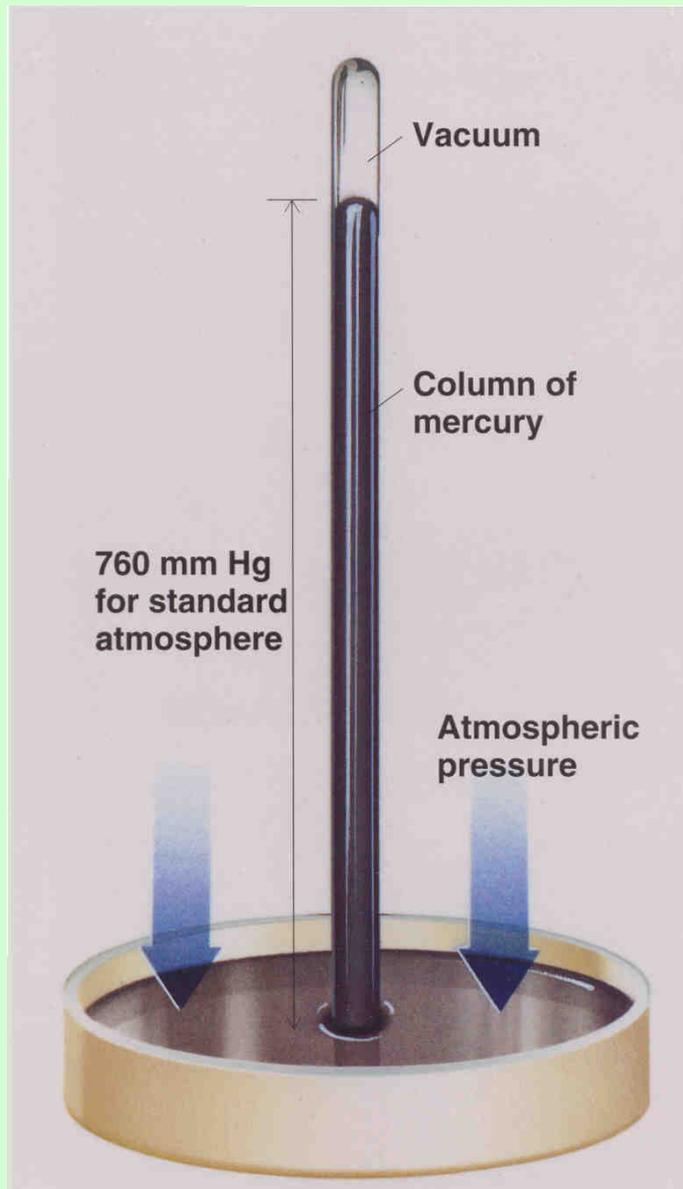
• S.I.  $\rightarrow$   $\text{N/m}^2 \equiv$  pascal (Pa)

C.G.S.  $\rightarrow$   $\text{dina/cm}^2 \equiv$  baria

$$\text{pascal} = \frac{10^5 \text{ dine}}{10^4 \text{ cm}^2} = 10 \text{ barie}$$

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barie} = 10^5 \text{ Pa}$$

# PRESSIONE ATMOSFERICA



# PRESSIONE ATMOSFERICA

(0°C)

$$1 \text{ atmosfera} = 760 \text{ mmHg} \equiv 760 \text{ tor} = 1.012 \cdot 10^6 \text{ barie} =$$

$$= 1.012 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1033 \text{ g}_{\text{peso}} \text{ cm}^{-2}$$


(corrispondente a 760mm Hg) *legge di Stevino*

pressione idrostatica  $p = d g h =$

$$= 13.59 \text{ g cm}^{-2} \cdot 980 \text{ cm s}^{-2} \cdot 76 \text{ cm} = 1.012 \cdot 10^6 \text{ barie}$$

densita' Hg

$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barie} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ baria} = 7.510 \times 10^{-4} \text{ mmHg}$$

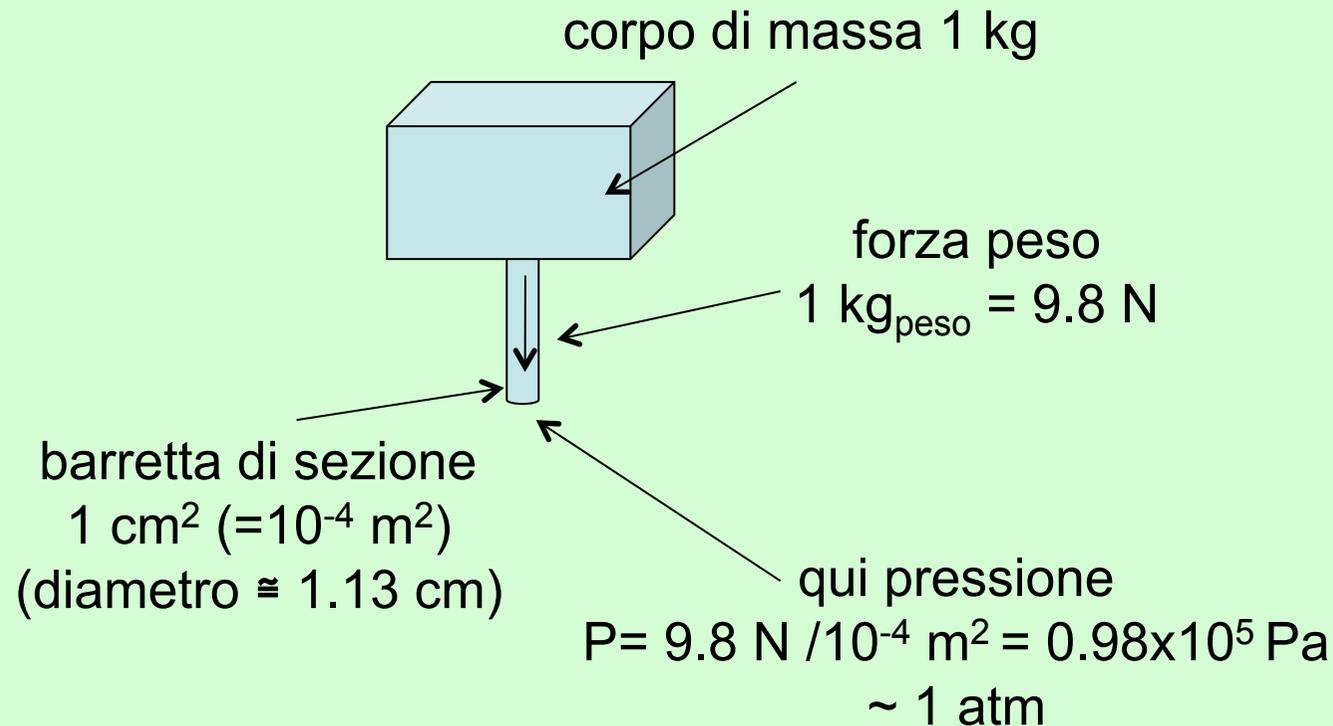
$$1 \text{ mmHg} = 1332 \text{ barie}$$

$$1 \text{ bar} \approx 1 \text{ atmosfera} = 760 \text{ mmHg}$$



# PRESSIONE ATMOSFERICA

per avere un'idea dell'entità della pressione atmosferica:



$$1 \text{ bar} = 10^6 \text{ barie} = 10^5 \text{ Pa}$$

$$1 \text{ bar} \cong 1 \text{ atmosfera} = 760 \text{ mm Hg}$$

# Esercizio

massa = densità' (H<sub>2</sub>O) x 1.5 litri = 1.5 kg



quanto vale la pressione esercitata sulla superficie del palmo della mano da una bottiglia di acqua capovolta?

diametro  $\approx$  2.5 cm

qui pressione = ?

# Esercizio

massa = densità (H<sub>2</sub>O) x 1.5 litri = 1.5 kg



forza peso  
di  $9.8 \times 1.5 = 14.7$  N

diametro  $\approx 2.5$  cm  
sezione =  $\pi(d/2)^2 = 4.9$  cm<sup>2</sup>

qui pressione =  $(14.7 \text{ N}) / (4.9 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$   
=  $0.3 \times 10^5$  Pa  $\sim 1/3$  atm



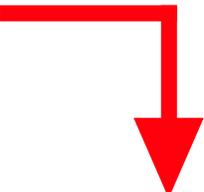
qui pressione  $\sim 1/3$  atm x 3  
 $\sim 1$  atm

# EQUILIBRIO nei FLUIDI

- principio di isotropia della pressione
- forze tangenti alla superficie limite = 0
- principio di Pascal

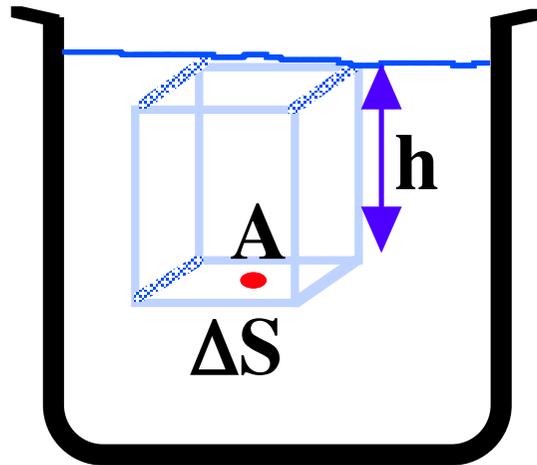
*p applicata in un punto della superficie limite si trasmette a tutta la superficie* (esempio: freno idraulico)

- legge di Stevino



**PRESSIONE IDROSTATICA**

# PRESSIONE IDROSTATICA



$$\vec{F} = \text{forza peso} = m \vec{g}$$

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow m = d V$$

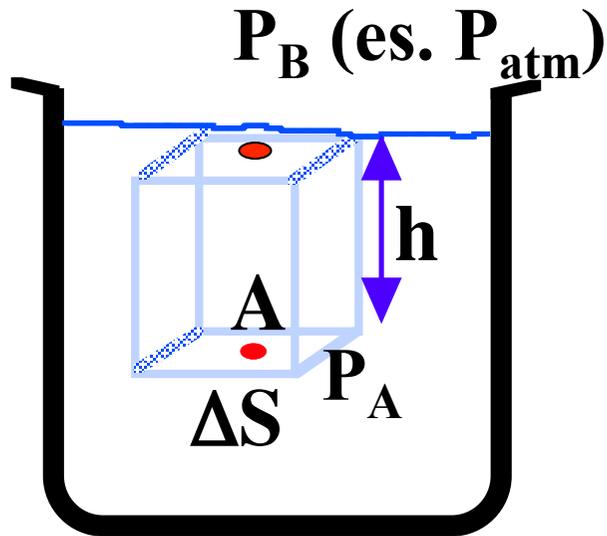
$$V = \Delta S h$$

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{m g}{\Delta S} = \frac{d V g}{\Delta S} = \frac{d \cancel{\Delta S} h g}{\cancel{\Delta S}} = d g h$$

Legge di Stevino

$$p = d g h$$

# PRESSIONE IDROSTATICA



$$\vec{F} = \text{forza peso} = m \vec{g}$$

$$d = \frac{m}{V} \rightarrow m = d V$$

$$V = \Delta S h$$

$$p = \frac{F}{\Delta S} = \frac{m g}{\Delta S} = \frac{d V g}{\Delta S} = \frac{d \cancel{\Delta S} h g}{\cancel{\Delta S}} = d g h$$

Legge di Stevino

$$p = d g h$$

$$P_A = P_B + dgh \rightarrow \Delta P = P_A - P_B = dgh$$

# EFFETTI FISIOLOGICI della PRESSIONE IDROSTATICA

$$p = d g h$$

esempio : arteria tibiale

$$h = 100 \text{ cm}$$

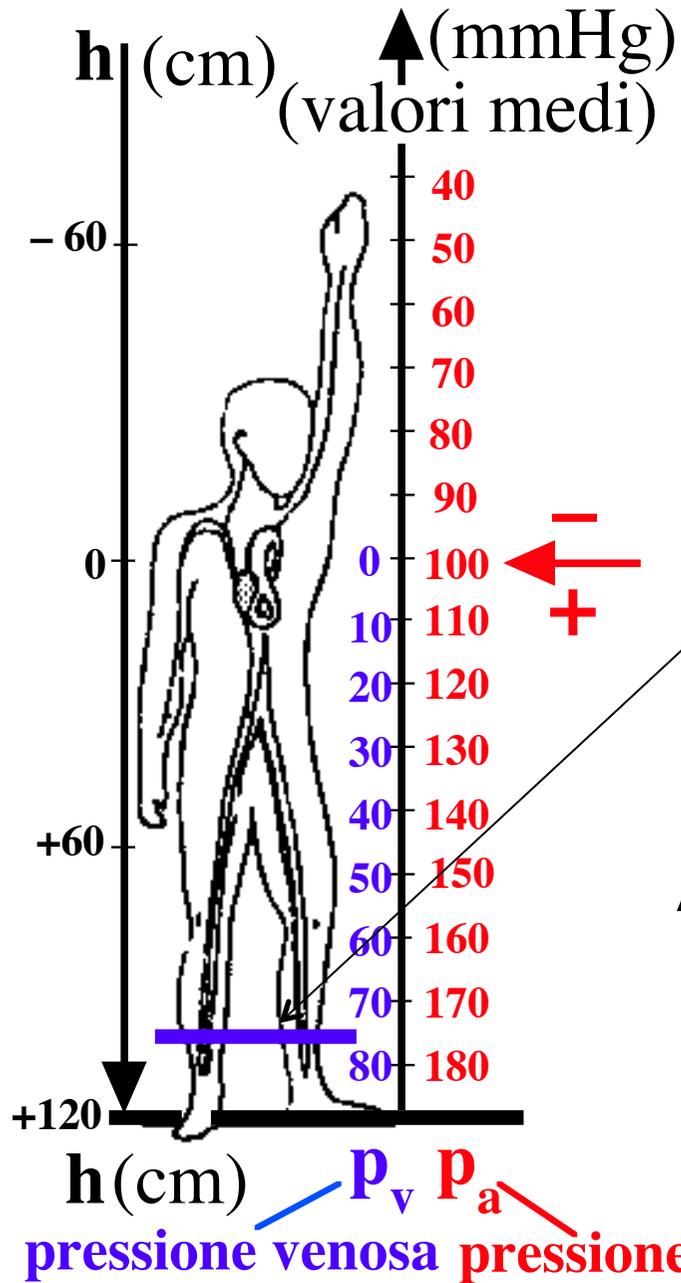
$$d = 1 \text{ g cm}^{-3}$$

$$g = 980 \text{ cm s}^{-2}$$

densita' sangue ~  
densita' acqua

$$\Delta p = d g h = 1 \times 980 \times 100 \text{ barie} =$$

$$= 10^5 \text{ barie} = 76 \text{ mmHg}$$



# EFFETTI FISIOLOGICI della PRESSIONE IDROSTATICA

**posizione eretta**

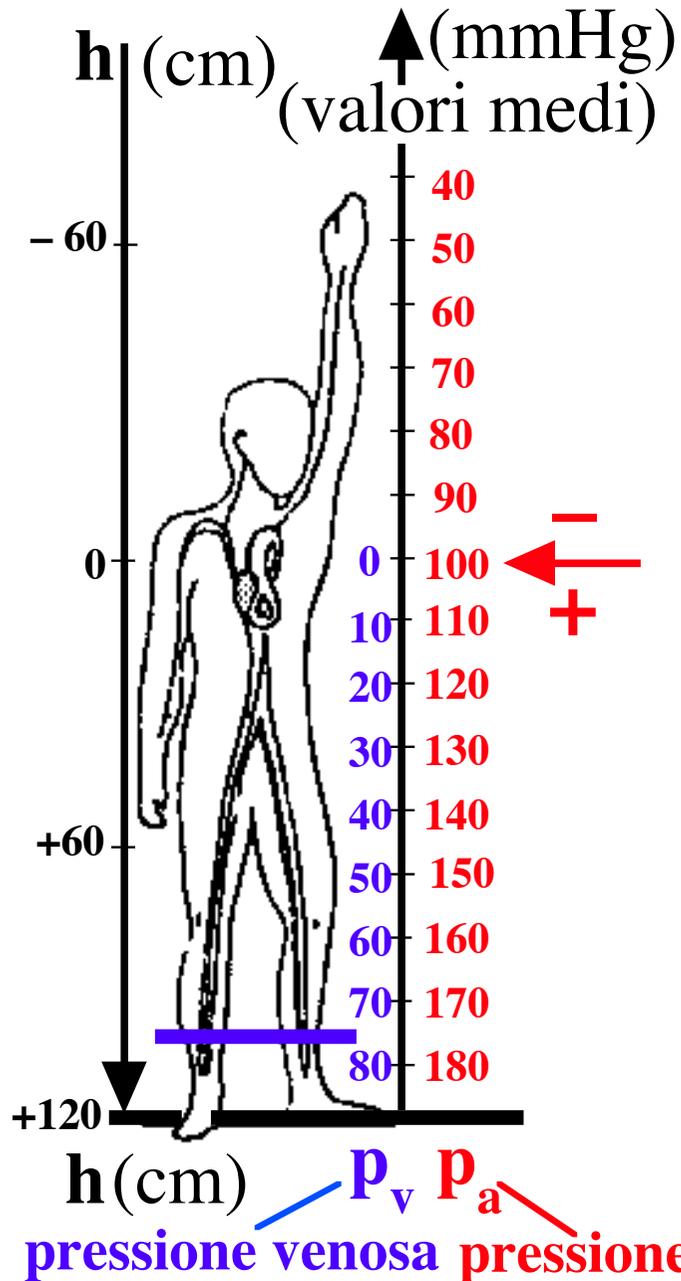
$$p = p_{\text{sangue}} + dg h$$

$$h(\text{cuore}) = 0$$

- ritorno venoso
- circolazione cerebrale

**posizione orizzontale**

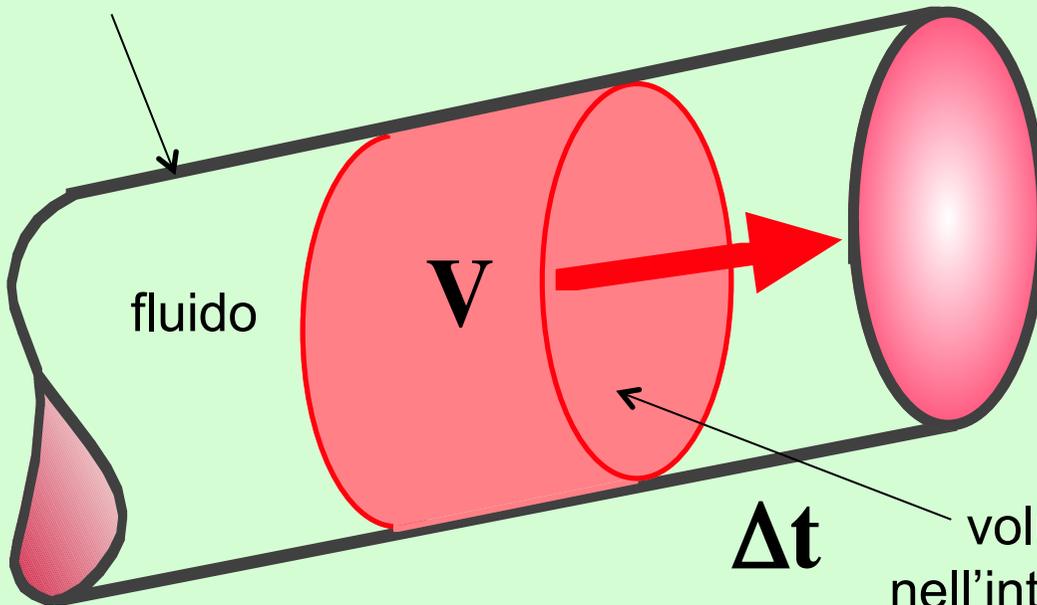
$$p = p_{\text{sangue}}$$



# PORTATA in un condotto o FLUSSO

o FLUSSO  
di velocità

condotto



fluido

**V**

**Δt**

volume V spostato  
nell'intervallo di tempo Δt

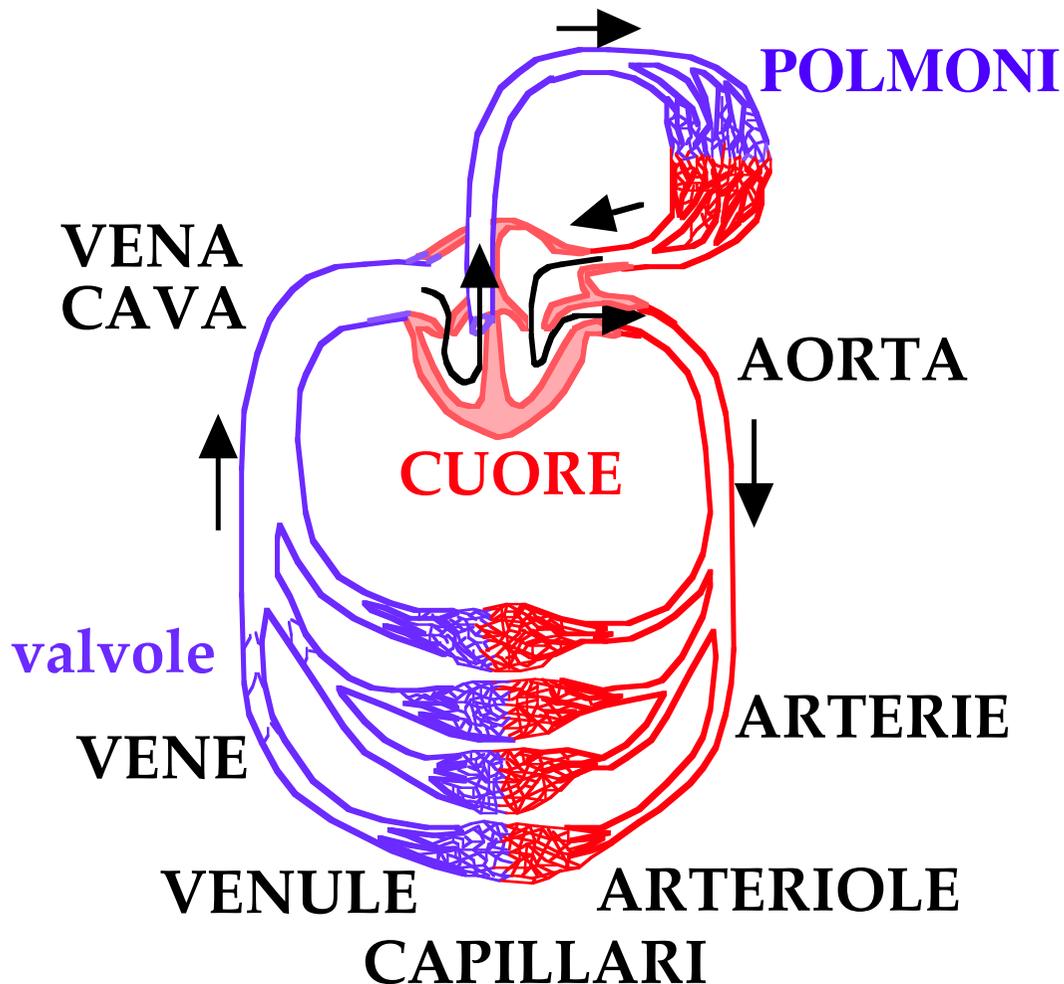
$$Q = \frac{V}{\Delta t}$$

$$[Q] = [L]^3 [t]^{-1}$$

• S.I.  $m^3 s^{-1}$  C.G.S.  $cm^3 s^{-1}$

# SISTEMA CIRCOLATORIO

$V_{tot} \sim 6 l$     $Q \sim 5 l/min$



● **pressione media**  
(nel tempo)

● **velocità media**  
(nel tempo)

AORTA  
ARTERIE  
ARTERIOLE  
CAPILLARI  
VENULE  
VENE  
VENA CAVA

# SISTEMA CIRCOLATORIO

✿ pressione media (nel tempo)

✿ velocità media (nel tempo)

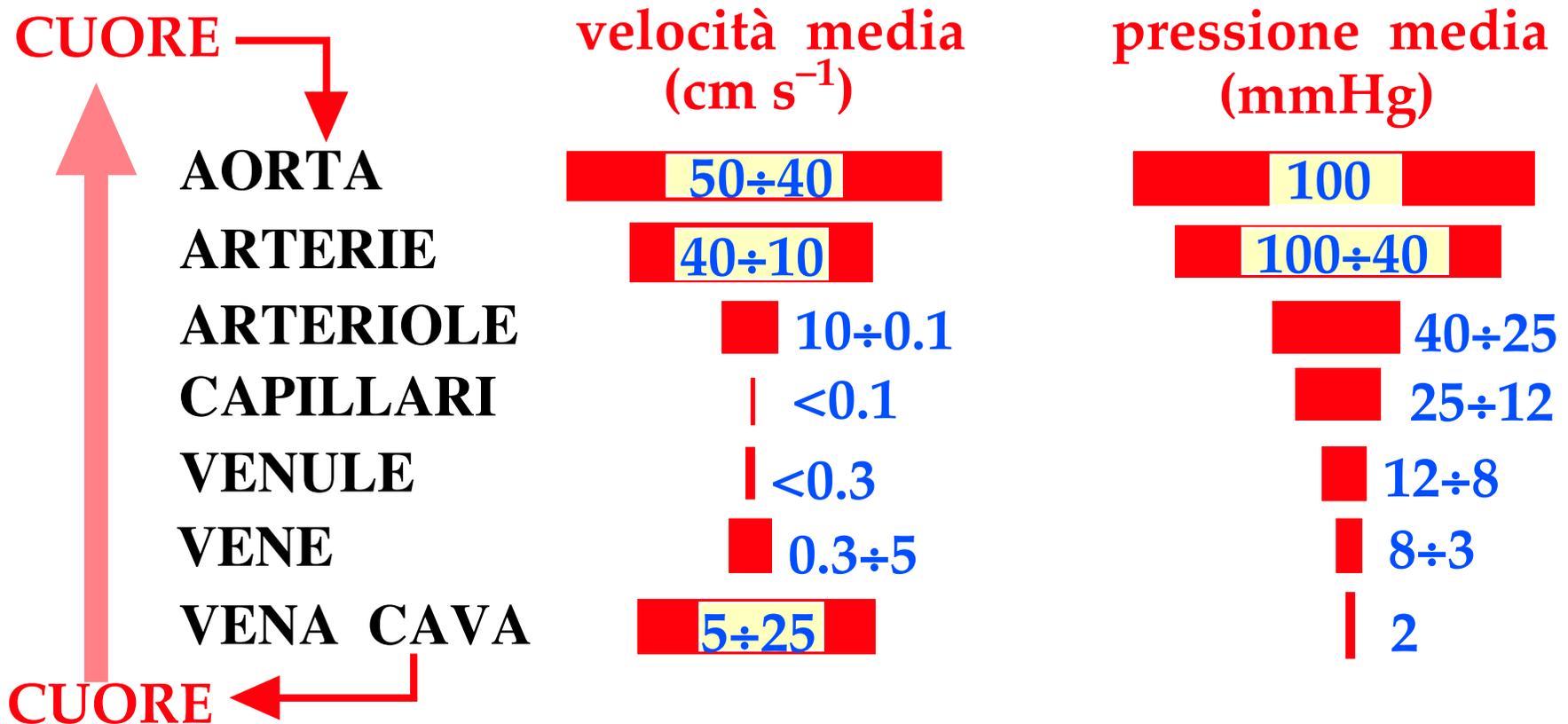


immagine da microscopia elettronica



*arteriole e capillari*

*100  $\mu\mu$*   
|-----|

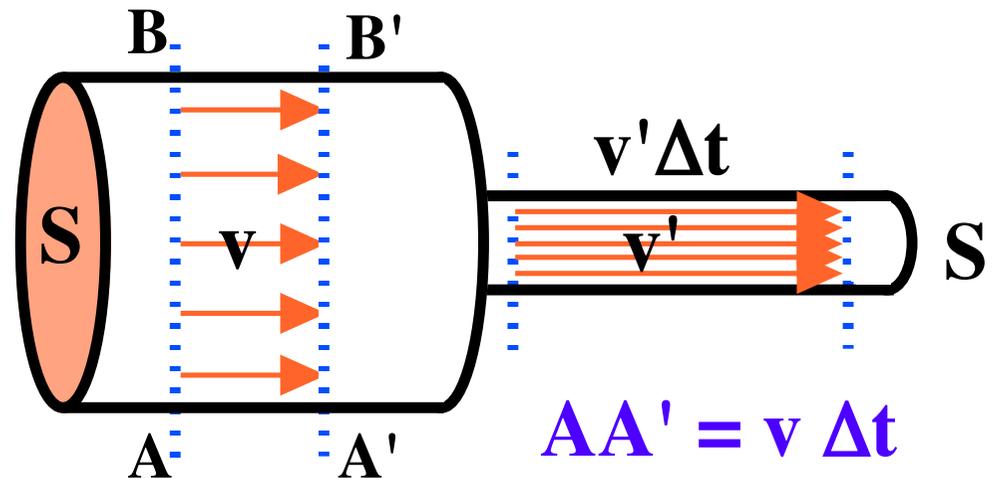


# EQUAZIONE di CONTINUITA'

(Legge di Leonardo o della conservazione della massa)

- LINEE di VELOCITA'
- MOTO STAZIONARIO :

**Q = costante nel tempo in ogni sezione**



$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S \cancel{v \Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = S v = \text{costante}$$

## EQUAZIONE di CONTINUITA'

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{S v \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} = S v = \text{costante}$$

$$S v = S' v' \longrightarrow v' = \frac{S v}{S'}$$

## • EQUAZIONE di CONTINUITA'



$$S v = \text{costante}$$



$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

(ASSENZA di SORGENTI o di BUCHI)



## **EQUAZIONE di CONTINUITA'**

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

Domanda:

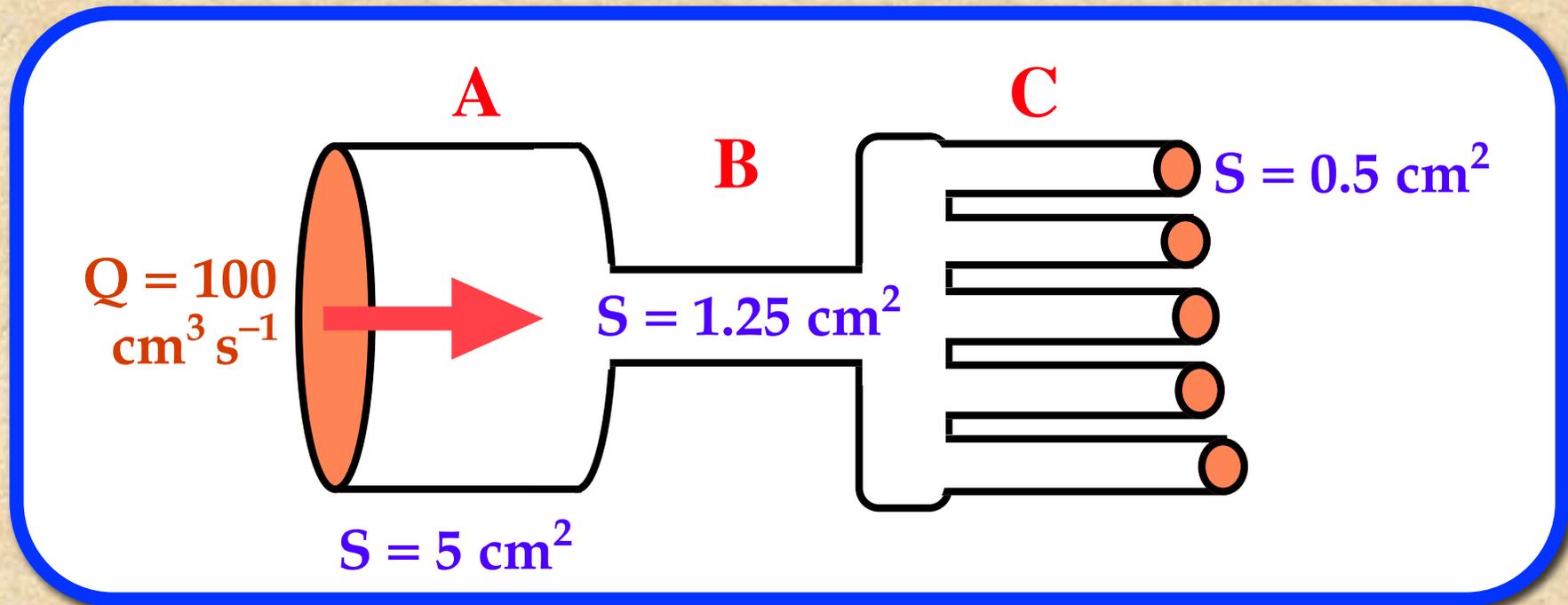
nei capillari la sezione e' molto piccola ( $\sim 10^{-6} \text{ cm}^2$ )

ne segue che nei capillari  
la velocita' del sangue e' molto piu' elevata  
che nelle arterie?

# EQUAZIONE di CONTINUITA'

$$S_1 v_1 = S_2 v_2$$

esempio

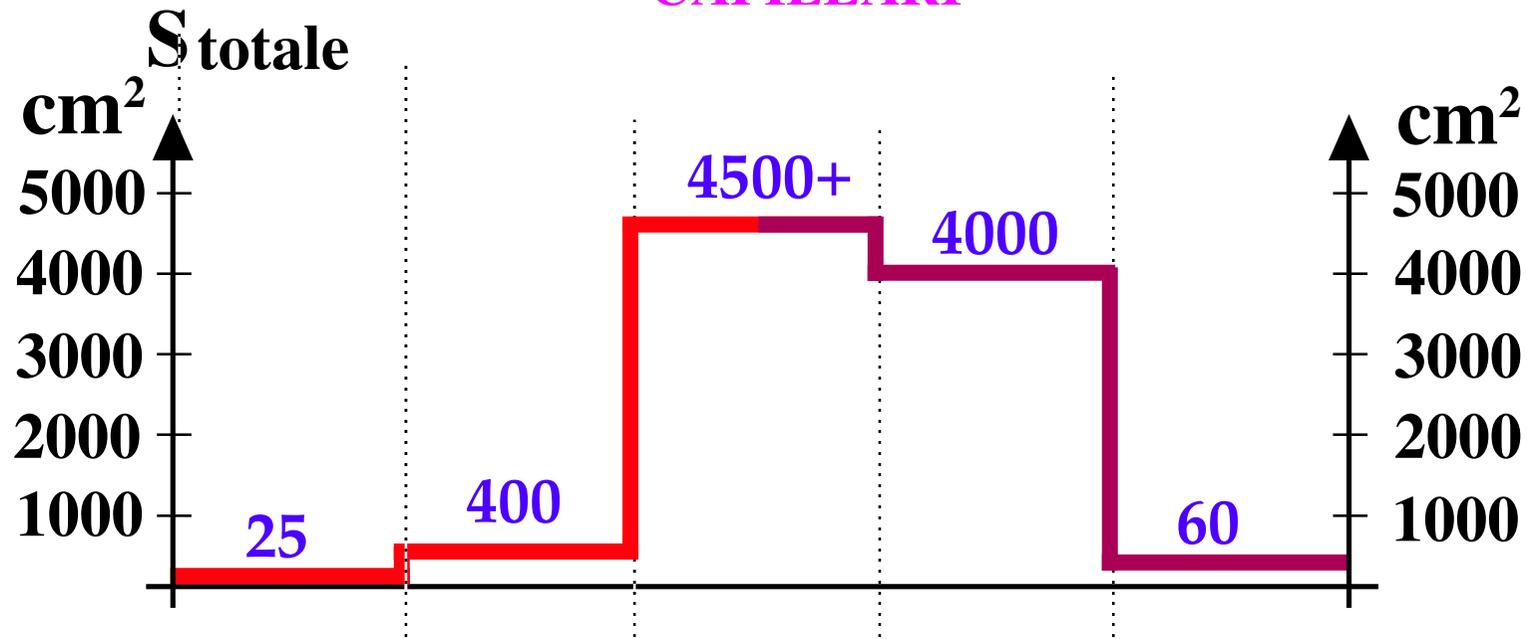
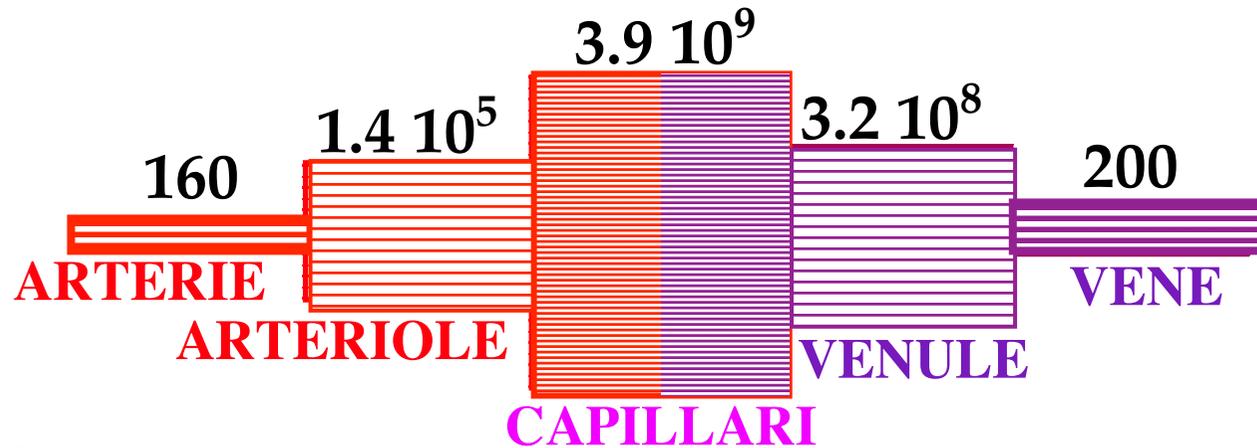


$$S = 5 \text{ cm}^2$$
$$v = 20 \text{ cm s}^{-1}$$

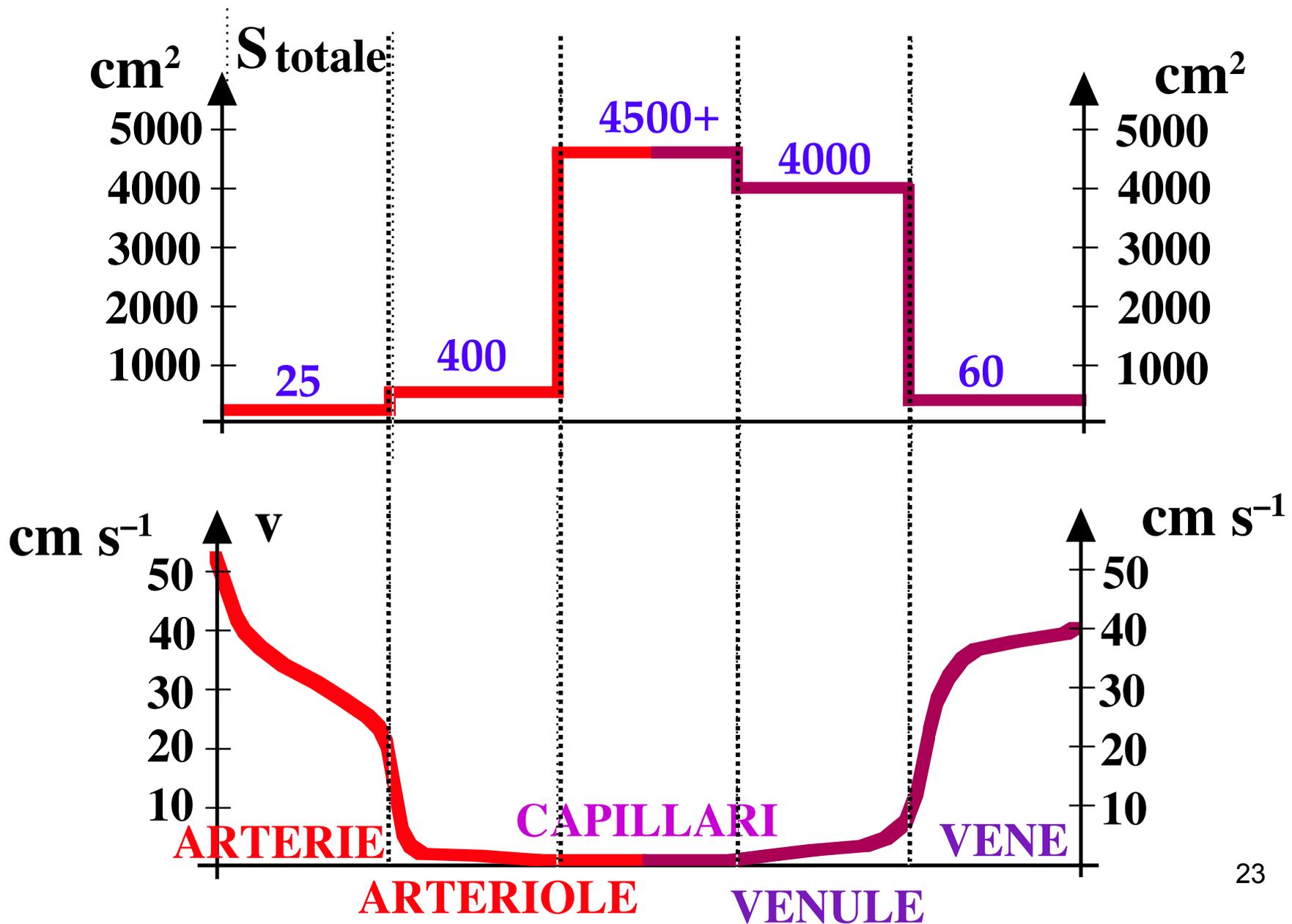
$$S = 1.25 \text{ cm}^2$$
$$v = 80 \text{ cm s}^{-1}$$

$$S = 0.5 \text{ cm}^2 \times 5$$
$$= 2.5 \text{ cm}^2$$
$$v = 40 \text{ cm s}^{-1}$$

# NUMERO, SEZIONE, VELOCITA'



# NUMERO, SEZIONE, VELOCITA'



# EQUAZIONE di CONTINUITA': $Q = S_1 v_1 = S_2 v_2$

( tutti valori medi indicativi )

portata circolo:  $Q \cong 5 \text{ litri min}^{-1} = \frac{5000 \text{ cm}^3}{60 \text{ s}} \cong 85 \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1}$

**AORTA**

$$r = 0.8 \text{ cm} \longrightarrow S = \pi r^2 = 2.5 \text{ cm}^2$$
$$v = Q/S = 85/2.5 \text{ cm s}^{-1} \cong 42.5 \text{ cm s}^{-1}$$

**ARTERIOLE**

$$S = 400 \text{ cm}^2$$
$$v = Q/S = 85/400 \text{ cm s}^{-1} \cong 0.2 \text{ cm s}^{-1} = 2 \text{ mm s}^{-1}$$

**CAPILLARI**

$$S = 4500 \text{ cm}^2$$
$$v = Q/S = 85/4500 \text{ cm s}^{-1} \cong 0.02 \text{ cm s}^{-1} = 0.2 \text{ mm s}^{-1}$$

**VENA CAVA**

$$S = 4 \text{ cm}^2$$
$$v = Q/S = 85/4 \text{ cm s}^{-1} \cong 21 \text{ cm s}^{-1}$$



## **EQUAZIONE di CONTINUITA': $Q = S_1 v_1 = S_2 v_2$**

### Esercizio

Assumendo la portata del circolo del sangue nel corpo umano di  $Q=5$  l/min, quanto vale la velocità del sangue nell'aorta, considerando il suo raggio  $R=0.8$  cm?

$$Q = 5 \text{ l/min} = 5 * 1000 \text{ cm}^3 / 60 \text{ s} = 83.33 \text{ cm}^3/\text{s}$$

$$S = \pi r^2 = 2.01 \text{ cm}^2$$

$$v = Q / \pi r^2 = (83.33 \text{ cm}^3/\text{s}) / (2.01 \text{ cm}^2) = 41.44 \text{ cm/s}$$