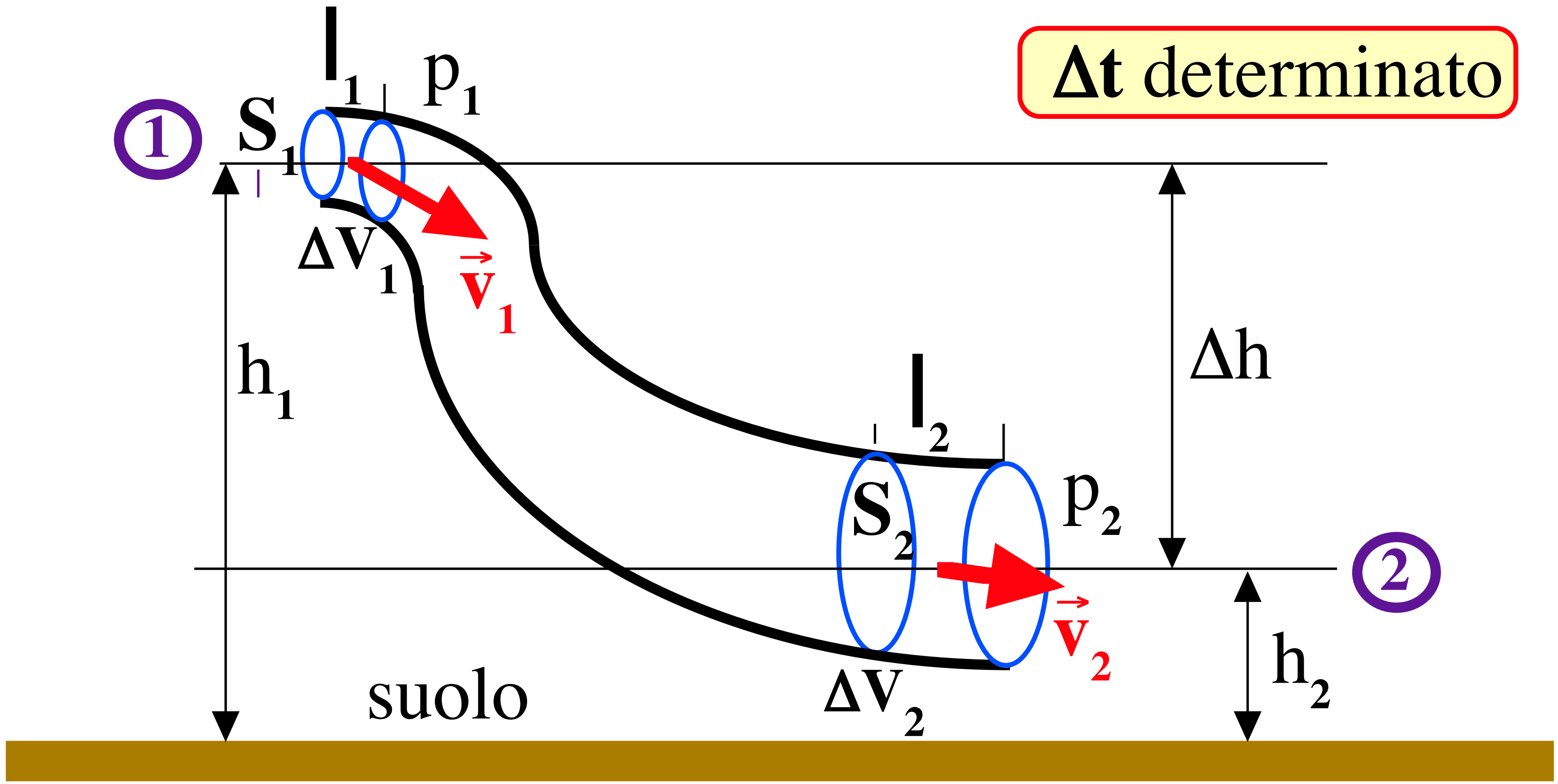
MECCANICA dei FLUIDI nei SISTEMI BIOLOGICI
parte II

-TEOREMA DI BERNOULLI
-APPLICAZIONI DEL TEOREMA DI BERNOULLI

Lucidi del Prof. D. Scannicchio

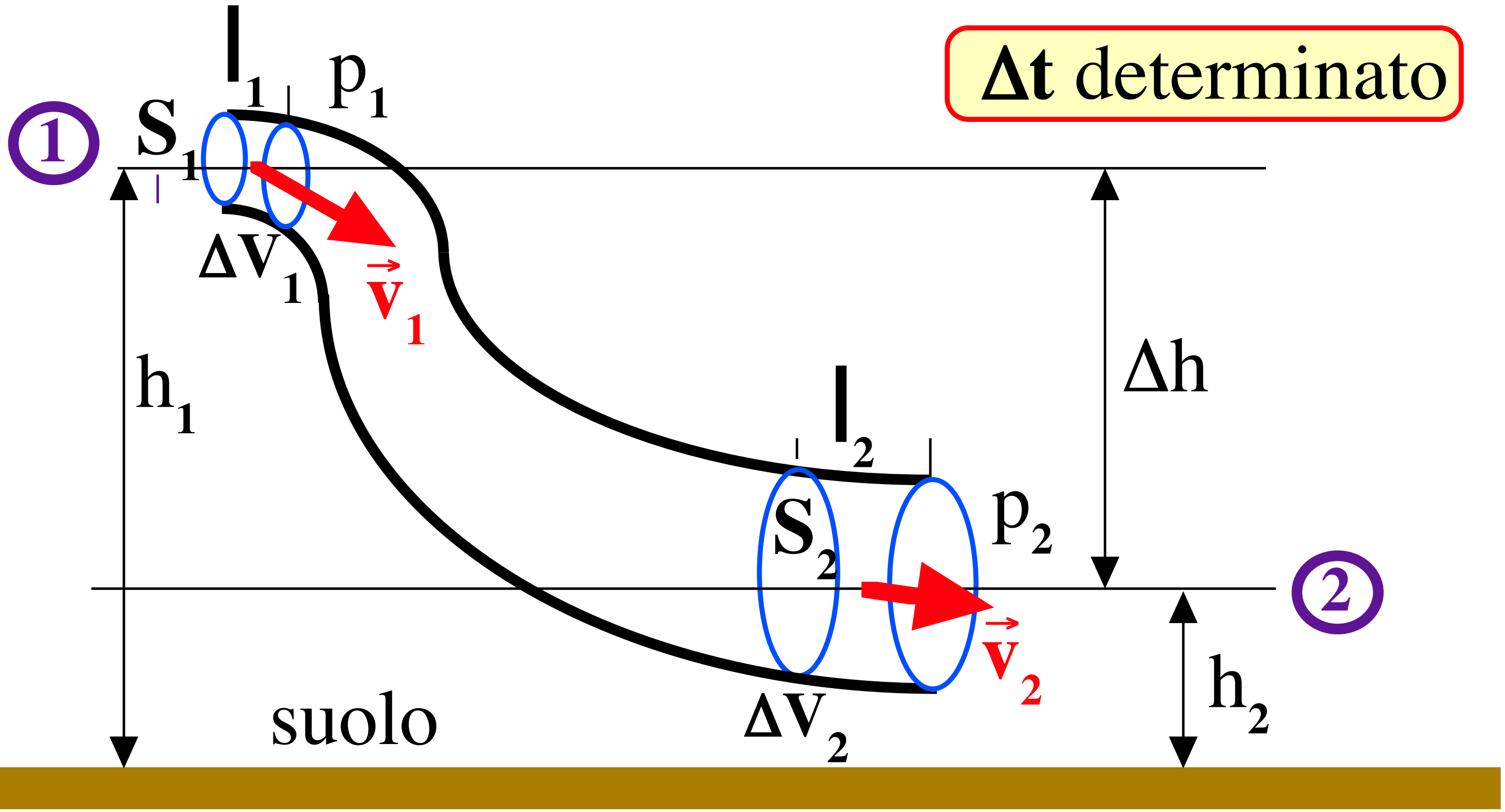
TEOREMA di BERNOULLI



- **fluido perfetto** (forze di attrito nulle)
  (liquido non viscoso : $\eta = 0$)
- **condotto rigido**
- **moto stazionario** (**Q** = costante)

TEOREMA di BERNOULLI

Δt determinato

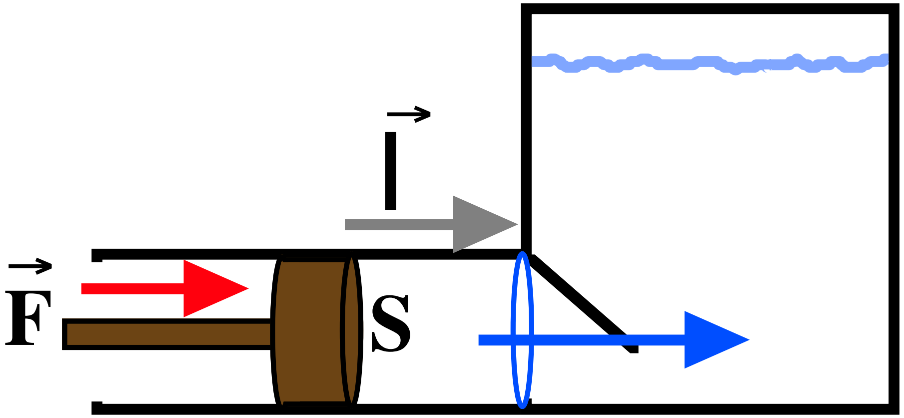


$$Q = \frac{\Delta V}{\Delta t} = S\,v = S_1 \frac{l_1}{\Delta t} = S_2 \frac{l_2}{\Delta t}$$

Δt determinato

$$\boxed{S_1 l_1 = S_2 l_2 \rightarrow \Delta V_1 = \Delta V_2}$$

ENERGIA di PRESSIONE nei LIQUIDI



$\vec{F}$ e $\vec{l}$ hanno uguali direzione e verso normale alla superficie **S**

$$p = \frac{F}{S} \rightarrow F = p\,S$$

$$S\,l = \Delta V$$

$$L = \vec{F}\,\vec{l} = F\,l = p\,S\,l = p\,\Delta V$$

$$\boxed{E_p = p\,\Delta V}$$

Lavoro forze di superficie

- **moto stazionario** $\rightarrow$ $\Delta V = \text{costante}$ (Δt determinato)

- **principio di conservazione dell'energia**

energia cinetica

$$T = \frac{1}{2}\, m\, v^2 \rightarrow \frac{T}{\Delta V} = \frac{1}{2}\, d\, v^2 \qquad +$$

energia potenziale

$$U = m\, g\, h \rightarrow \frac{U}{\Delta V} = d\, g\, h \qquad +$$

energia di pressione

$$E_p = p\, S\, l = p\, \Delta V \rightarrow \frac{E_p}{\Delta V} = p \qquad =$$

TEOREMA di BERNOULLI

TEOREMA di BERNOULLI

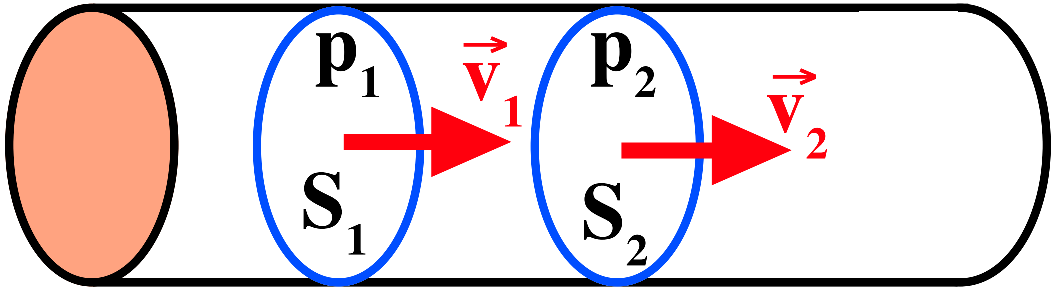
$$\frac{E_{totale}}{\Delta V} = dg\,h + p + \frac{1}{2}\,d\,v^{2} = \text{costante}$$

- liquidi non viscosi
- condotti rigidi
- moto stazionario

applicabile con buona approssimazione al sangue e ai condotti del sistema circolatorio

applicazione 1 sistema circolatorio

condotto uniforme orizzontale $\left\{ \begin{array}{l} \boxed{h_1 = h_2} \\ S_1 = S_2 \end{array} \right.$

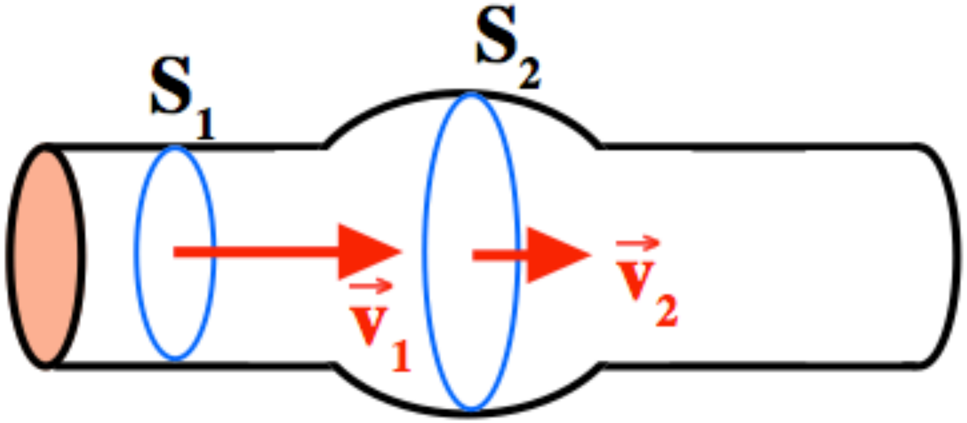


$Q = \text{costante}$

$S_1\, v_1 = S_2\, v_2$ $\boxed{v_1 = v_2}$

$\left. \begin{array}{l} v = \text{costante} \\ h = \text{costante} \end{array} \right\}$ ***BERNOULLI*** $\longrightarrow$ $\boxed{p = \text{costante}}$

applicazione 2 **aneurisma** $h_1 = h_2$



Q = costante

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

$S_2 > S_1 \rightarrow v_2 < v_1$

$$\boxed{\frac{1}{2} d v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} d v_2^2 + p_2}$$

$v_2 < v_1 \rightarrow \boxed{p_2 > p_1}$

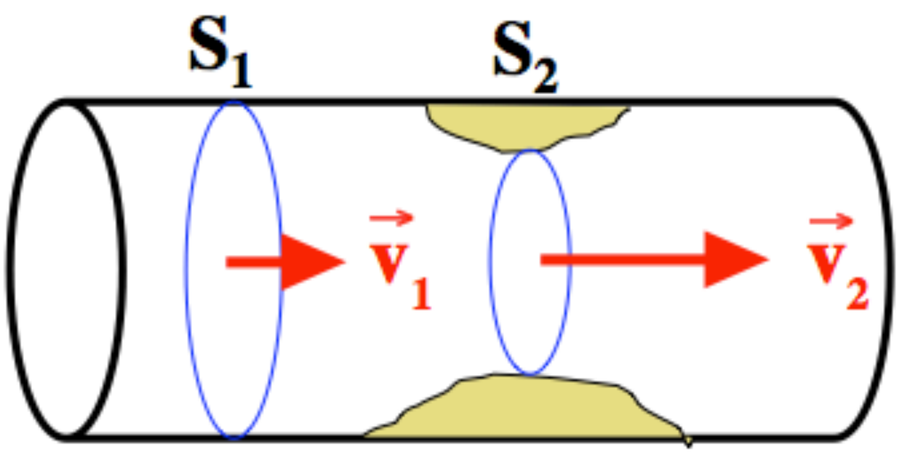
aneurisma tende a peggiorare

- attriti trascurabili per modeste dimensioni
- condotti quasi rigidi per modeste dimensioni
- moto quasi stazionario su modeste distanze

applicazione 3

stenosi

$h_1 = h_2$



$Q = \text{costante}$

$S_1 v_1 = S_2 v_2$

$S_2 < S_1 \rightarrow v_2 > v_1$

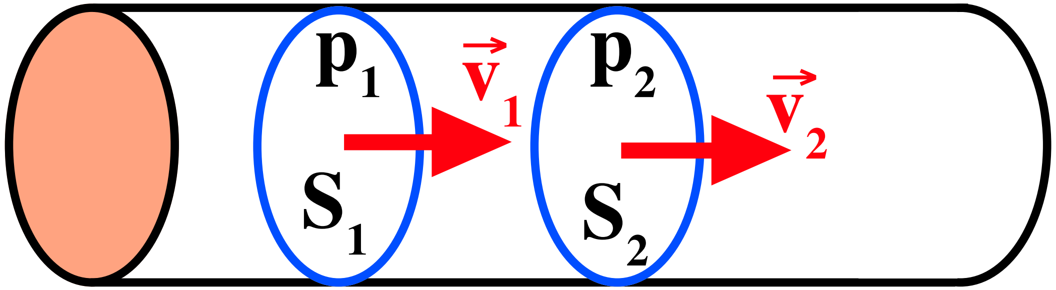
$$\boxed{\frac{1}{2} d v_1^2 + p_1 = \frac{1}{2} d v_2^2 + p_2}$$

$v_2 > v_1 \rightarrow \boxed{p_2 < p_1}$

stenosi tende a peggiorare

- attriti trascurabili per modeste dimensioni
- condotti quasi rigidi per modeste dimensioni
- moto quasi stazionario su modeste distanze

condotto uniforme orizzontale



$h_1 = h_2$

$v_1 = v_2$

forze di attrito viscoso :

dissipazione di energia (J cm^{-3})

A = energia dissipata per attrito/ΔV

BERNOULLI:

$$\cancel{\frac{1}{2} d v_1^2} + \cancel{d g h_1} + p_1 = \cancel{\frac{1}{2} d v_2^2} + \cancel{d g h_2} + p_2 + A$$

$$p_1 = p_2 + A$$
$$p_1 - p_2 = A$$

$$\boxed{p_2 < p_1}$$

DIMINUZIONE DI PRESSIONE IN CONDOTTI

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\pi r^4}{8\eta\ell}\,\Delta p$$

AORTA

$\ell = 10$ cm, $r = 0.8$ cm, $\eta = 4\ 10^{-2}$ poise, $Q = 60\ cm^3\ s^{-1}$

$$\Delta p = \frac{8\eta\ell}{\pi r^4}\ Q = \frac{8 \times 4\ 10^{-2}\ 10}{\pi\,(0.8)^4}\ 60 = \mathbf{150\ barie = 0.11\ mmHg}$$

ARTERIA (calibro medio) (aorta $\longrightarrow$ 160 arterie)

$\ell = 10$ cm, $r = 0.15$ cm, $\eta = 4\ 10^{-2}$ poise, $Q = 0{,}5\ cm^3\ s^{-1}$

$$\Delta p = \frac{8 \times 4\ 10^{-2}\ 10}{\pi\,(0.15)^4}\ 0{,}5 = \mathbf{1010\ barie = 0.76\ mmHg}$$

TRASCURABILE !!!