

# Vincoli sulla Massa del bosone di Higgs dalla consistenza del Modello Standard fino ad un cut-off $\Lambda$

Michele Lucente

Docente responsabile: Prof. Barbara Mele

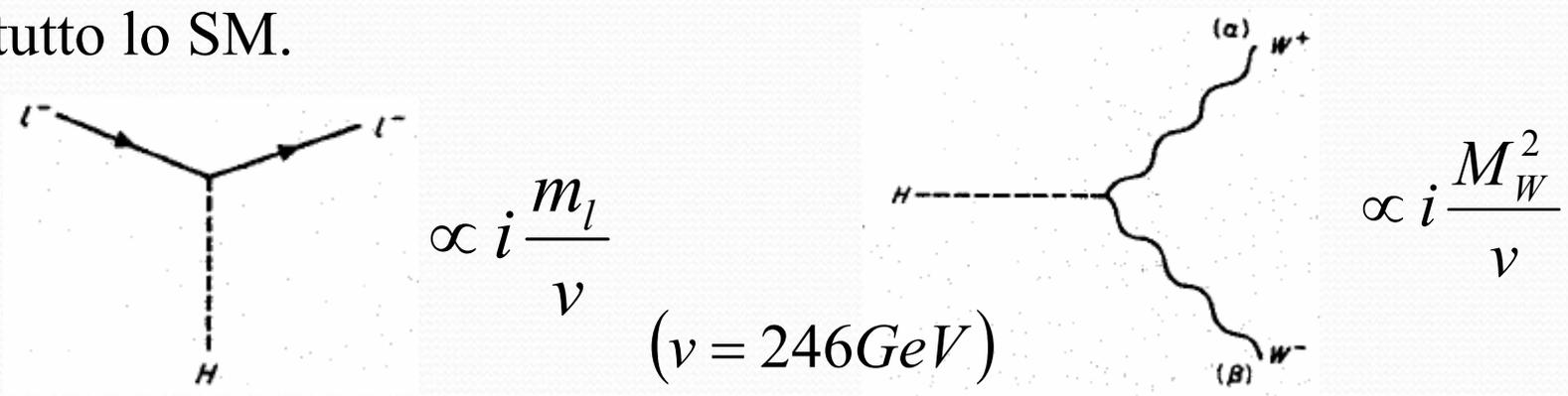
Corso di Fisica Nucleare e Subnucleare II

Prof. Carlo Dionisi

A.A 2007/2008

# Lo stato dell'arte

- Massa del bosone di Higgs ( $M_h$ ): unica grandezza tuttora sconosciuta del Modello Standard (SM).
- Accoppiamenti dell'Higgs: lo rendono il campo più elusivo di tutto lo SM.



➔ Produzione ed osservazione estremamente complicate

Risultati acquisiti (LEP I e II):

$$M_h > 114.4 GeV \quad (95\%CL)$$

# Cut-Off dello SM

Problema: lo SM è sicuramente una teoria effettiva.



Necessità di un cut-off ( $\Lambda$ ) che tenga conto di ciò.

$\Lambda$  visto quindi come il limite di validità dello SM

Per esempio se l'unica lacuna fosse la gravità  $\Lambda \approx M_{\text{Planck}} \approx 10^{19}$  GeV

**Quanto vale  $\Lambda$ ?**

# Problemi aperti

- Esiste realmente il campo di Higgs, e se sì quanto vale  $M_h$ ?
- A quale scala di energia  $\Lambda$  lo SM attuale perde di validità?

Vedremo che i due problemi sono strettamente correlati.

# Linee guida

Vedremo come è possibile ricavare informazioni su  $M_h$ , e sulla relazione tra  $M_h$  e la scala della nuova fisica  $\Lambda$  da

**Unitarietà**

**Trivialità**

**Stabilità del vuoto**

Per finire analizzeremo le motivazioni che già oggi spingono i fisici alla ricerca di un sistema più soddisfacente in cui inglobare lo SM (**fine tuning**).

# Unitarietà: scattering $V_L V_L \rightarrow V_L V_L$

$$V_L V_L$$

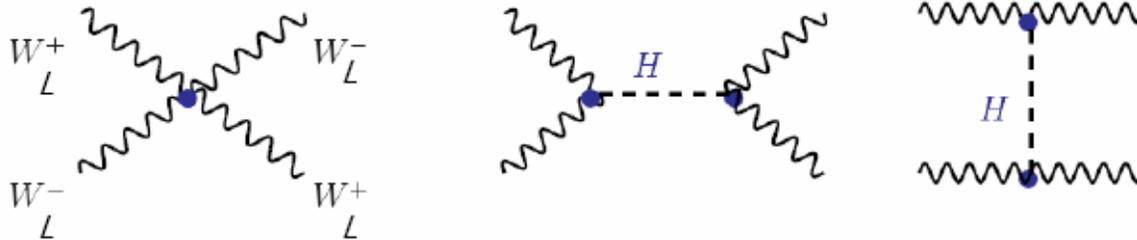
Consideriamo lo scattering  $V_L V_L \rightarrow V_L V_L$   $\{V = W^\pm, Z^0\}$

Nel limite  $s \gg M_V$  vale il teorema di equivalenza:

$$\mathbf{A}(V_L^1 \dots V_L^n \rightarrow V_L'^1 \dots V_L'^m) = (i)^n (-i)^m \mathbf{A}(\omega^1 \dots \omega^n \rightarrow \omega'^1 \dots \omega'^m) + \mathcal{O}\left(\frac{M_V}{s}\right)$$

$\omega^i$ : bosone di Goldstone del doppietto di Higgs che, nella gauge unitaria, viene riassorbito per dare massa al bosone  $V^i$ .

Per esempio:  $\mathbf{A}(W_L^+, W_L^- \rightarrow W_L^+, W_L^-) = \mathbf{A}(\omega^+ \omega^- \rightarrow \omega^+ \omega^-) + \mathcal{O}\left(\frac{M_W}{s}\right)$



L'ampiezza totale dipende, in generale, da  $M_h$

Figure 1.15: Some Feynman diagrams for the scattering of  $W$  bosons at high energy.

# Unitarietà: teorema ottico

$$A(\omega^+ \omega^- \rightarrow \omega^+ \omega^-) = -\frac{M_h^2}{v^2} \left( \frac{s}{s - M_h^2} + \frac{t}{t - M_h^2} \right)$$

Possiamo decomporre  $A$  in onde parziali

$$A = 16\pi \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) P_l(\cos \theta) a_l$$

da cui si ricava facilmente  $\sigma = \frac{16\pi}{s} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l|^2$

Teorema ottico:

si ricava imponendo la conservazione della probabilità

$$\sigma_{tot} = \frac{1}{s} \Im m(A[\theta = 0])$$

# Unitarietà

Nel nostro caso si avrà

$$\sigma_{tot} = \frac{16\pi}{s} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l|^2 = \Im m \left( \frac{16\pi}{s} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) |a_l| \right)$$

$$\Rightarrow |a_l|^2 = [\Re e(a_l)]^2 + [\Im m(a_l)]^2 = \Im m(a_l)$$

Quindi per ogni coefficiente richiediamo

$$\Delta = 1 - 4[\Re e(a_l)]^2 \geq 0 \quad \longrightarrow \quad |\Re e(a_l)| \leq \frac{1}{2}$$

Per esempio, per l'onda con  $J=0$

$$a_0 = \frac{1}{2 \cdot 16\pi} \int_{-1}^1 A P_0(\cos \vartheta) d \cos \vartheta = \frac{M_h^2}{16\pi s v^2} \left( \frac{s^2}{s - M_h^2} + s - \ln \left( 1 + \frac{s}{M_h^2} \right) \right)$$

# Unitarietà: limiti su $M_h$

Nel limite  $s \gg M_h^2$

$$a_0 = \frac{M_h^2}{8\pi v^2}$$

*Teor.ottico*

$$|\Re(a_l)| \leq \frac{1}{2}$$

Da cui  $\left| \frac{M_h^2}{8\pi v^2} \right| \leq \frac{1}{2} \longrightarrow$

$$M_h \leq 2v\sqrt{\pi} \cong 872 \text{ GeV}$$

Analizzando altri processi si possono ottenere limiti più stringenti. Per esempio da  $W^+_L W^-_L \rightarrow Z_L Z_L$  si ricava:

$$M_h < 710 \text{ GeV}$$

# Unitarietà: se non ci fosse l'Higgs?

Quanto detto finora vale se vale lo SM. Ma analizziamo la possibilità che il bosone di Higgs non esista o che, equivalentemente,  $M_h \gg s$ .

$$A(\omega^+ \omega^- \rightarrow \omega^+ \omega^-) = -\frac{1}{v^2}(s+t)$$

E conseguentemente 
$$a_0 = \frac{1}{2 \cdot 16\pi} \int_{-1}^1 A P_0(\cos \vartheta) d \cos \vartheta = \frac{s}{32\pi v^2}$$

$$A \xrightarrow{s \rightarrow \infty} \infty$$

Imponendo l'unitarietà (teorema ottico) si trova

$$\left| \frac{s}{32\pi v^2} \right| \leq \frac{1}{2} \quad \longrightarrow \quad \boxed{\sqrt{s} \leq v\sqrt{16\pi} \cong 1744 \text{ GeV}}$$

# Unitarietà: scala della nuova fisica

Usando altri canali si trova

$$\sqrt{s} \leq 1.2 \text{TeV}$$

Al di sopra di questa scala il modello standard perde l'unitarietà.  
Deve esserci quindi nuova fisica finora sconosciuta che la ristabilisca.

# Unitarietà: aspettative

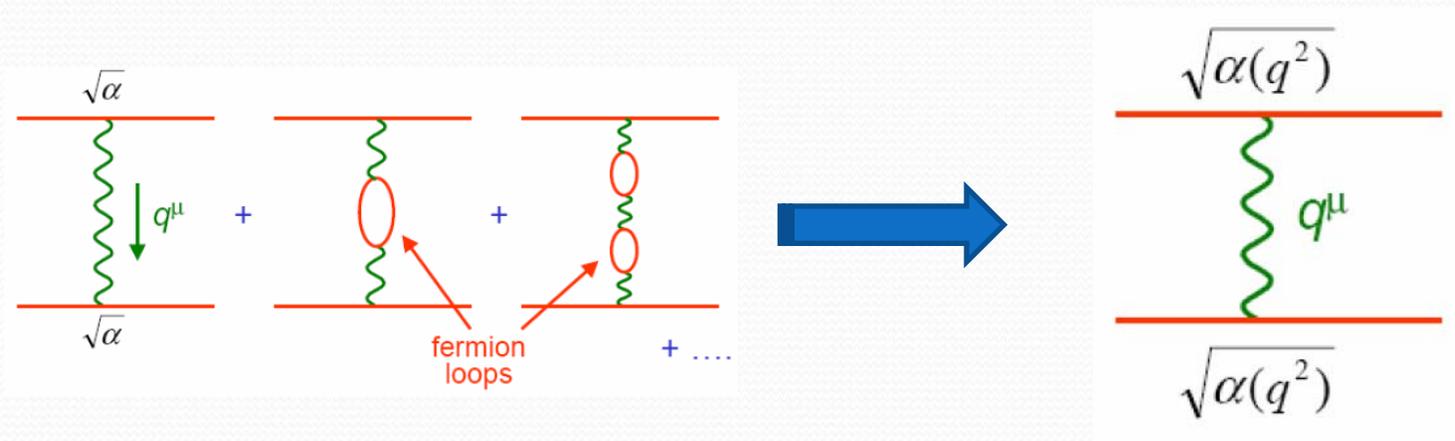
Aspettative per i nuovi esperimenti (LHC, Tevatron):

- Se lo SM funziona alla scala del TeV:  
 $M_h \lesssim 700 \text{ GeV} \rightarrow$  scoperta;
- Se non esiste l'Higgs dovrebbe manifestarsi una modifica dello SM che curi il problema dell'unitarietà nello scattering  $V_L V_L \rightarrow V_L V_L$ .

# Running degli accoppiamenti

In teoria dei campi è a volte cruciale tener conto dei contributi virtuali derivanti dalle correzioni di loop.

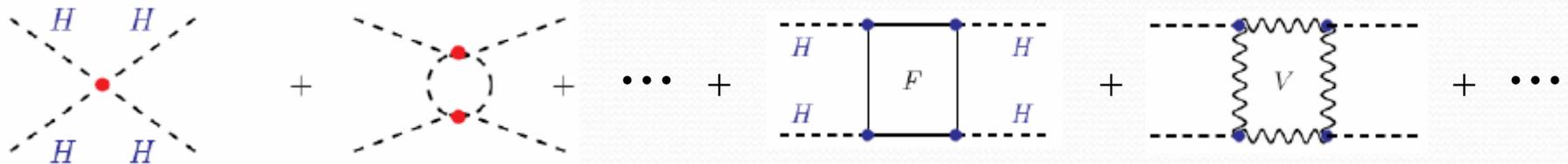
In alcuni casi questo si può fare considerando il diagramma ad ordine albero e sostituendo i parametri costanti presenti in  $L$  con parametri “running”, dipendenti dall’energia.



# Running di $\lambda$

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D^\mu \phi)^* (D_\mu \phi) - \mu^2 (\phi^* \phi) - \lambda (\phi^* \phi)^2$$

Sulla base delle correzioni ad un loop all'accoppiamento quartico del campo di Higgs



si ottiene l'Equazione del Gruppo di Rinormalizzazione (RGE) per  $\lambda$

$$\left\{ t = \ln \left( \frac{Q}{Q_0} \right) \right.$$

$$32\pi^2 \frac{d\lambda}{dt} = 24\lambda^2 - (3g'^2 + 9g^2 - 24y_t^2) + \frac{3}{8}g'^4 + \frac{3}{4}g'^2 g^2 + \frac{9}{8}g^4 - 24y_t^4 + \dots$$

# Trivialità: cosa succede se $M_h$ cresce?

Ricordando che  $M_h^2 = 2\lambda v^2$  vediamo che se  $M_h$  cresce, il primo termine nella RGE domina ed essa si riduce a

$$32\pi^2 \frac{d\lambda}{dt} = 24\lambda^2$$

Che dà

$$\lambda(Q) = \frac{\lambda(Q_0)}{1 - \frac{3}{4\pi} \lambda(Q_0) \ln\left(\frac{Q}{Q_0}\right)}$$

Al crescere di  $Q$ ,  $\lambda$  cresce fino a diventare infinita sul cosiddetto polo di Landau.

Per mantenere la teoria consistente (perturbativa) imponiamo  $\lambda$  finito:

$$1 - \frac{3}{4\pi^2} \lambda(v) \ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right) > 0 \rightarrow \frac{3}{4\pi^2} \frac{M_h^2}{2v^2} \ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right) > 1 \quad \longrightarrow$$

$$M_h^2 < \frac{8\pi^2 v^2}{3 \ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right)}$$

# Trivialità (un loop)

$\Lambda$ (TeV)	$M_h$ max (GeV)
1	753
10	463
50	386
100	363
$10^5$	248
$10^{10}$	213
$10^{15}$	148

$$M_h^2 < \frac{8\pi^2 v^2}{3 \ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right)}$$

# Stabilità del vuoto

Viceversa per piccoli valori di  $M_h$  l'equazione RGE diventa

$$32\pi^2 \frac{d\lambda}{dt} = -24y_t^4$$

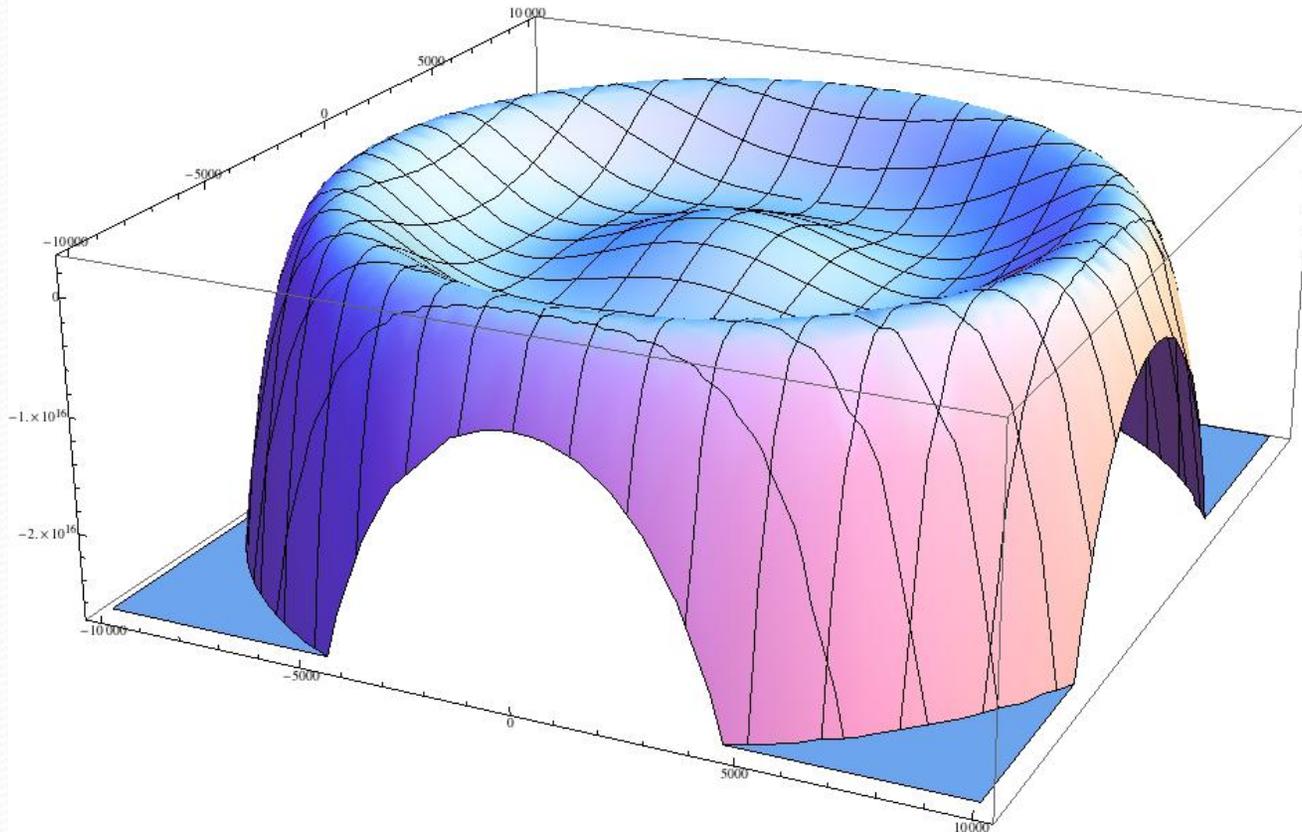
Da cui 
$$\lambda(Q) = \lambda(Q_0) - \frac{3}{4\pi^2} y_t^4 \ln\left(\frac{Q}{Q_0}\right)$$

Se  $\lambda$  diventa negativo il potenziale di Higgs non è più limitato inferiormente e la dinamica diventa instabile.

Per assicurare la stabilità del vuoto imponiamo:

$$\lambda(v) - \frac{3}{4\pi^2} y_t^4 \ln\left(\frac{\Lambda}{v}\right) > 0 \rightarrow \frac{M_h^2}{2v^2} > \frac{3}{4\pi^2} y_t^4 \ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right) \rightarrow M_h^2 > \frac{3v^2}{2\pi^2} y_t^4 \ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right)$$

# Vuoto instabile



**Esempio di potenziale di Higgs che diventa instabile per grandi valori del campo (grandi valori dell'energia).**

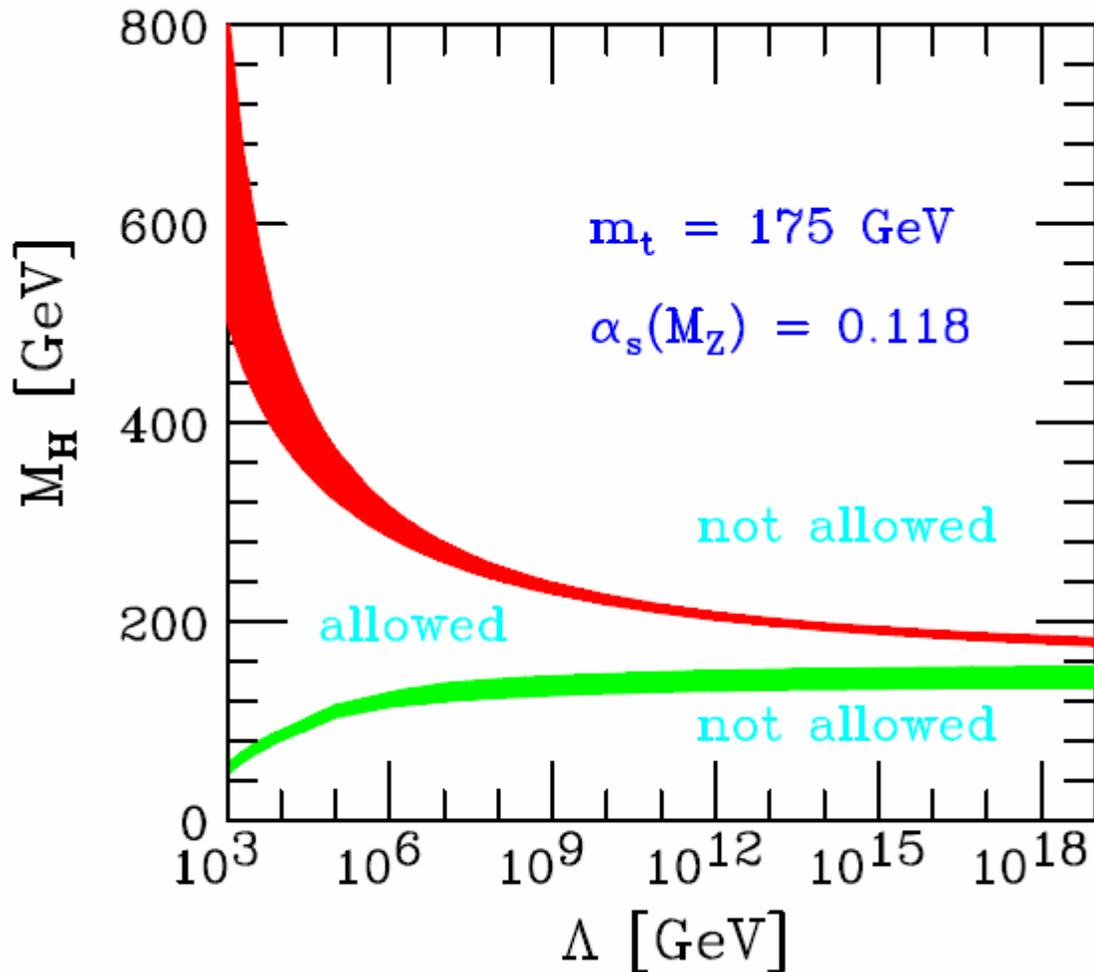
*Courtesy of Dr. Nicola Lo Gullo*

# Stabilità del vuoto (un loop)

$\Lambda$ (TeV)	$M_h$ min (GeV)
1	84
10	136
50	163
100	174
$10^5$	255
$10^{10}$	351
$10^{15}$	425

$$M_h^2 > \frac{3v^2}{2\pi^2} y_t^4 \ln\left(\frac{\Lambda^2}{v^2}\right)$$

# Relazione tra $M_h$ e $\Lambda$ (due loop)

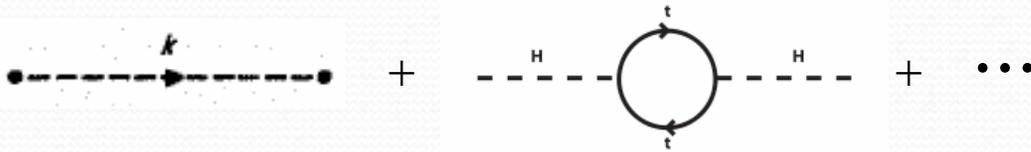


Relazioni tra  $M_h$  e la scala di energia  $\Lambda$  cui ci si aspetta la comparsa di nuova fisica.

Sono mostrate le costrizioni derivanti dalla trivialità (limite superiore) e dalla stabilità del vuoto (limite inferiore) comprendenti le correzioni ad ordini superiori.

# Problema del fine-tuning

Bosone di Higgs: unico campo scalare fondamentale presente nello SM  
➔ problemi connessi alla rinormalizzazione:



La teoria è rinormalizzabile, ma le correzioni a loop dipendono fortemente da  $\Lambda$ .

$$\Delta M_h^2 \propto \alpha \Lambda^2 \quad \text{ma} \quad M_h \approx O(v)$$

Se  $\Lambda \gg 1 \text{ TeV}$  è necessario un fine-tuning tra la massa “nuda” del bosone di Higgs ed il controtermine  $\Delta M_h$ .

Il problema non si pone, invece, per gli altri campi. Ad esempio per l'elettrone  $\Delta m_e \propto m_e \ln(\Lambda)$

Le correzioni non “esplodono” al crescere di  $\Lambda$ .

# Problema del fine-tuning

Ad esempio per  $\Lambda \approx M_{\text{Planck}} \approx 10^{19} \text{ GeV}$

$$\left(M_h^{\text{tree}}\right)^2 + \underbrace{\Delta M_h^2}_{\approx 10^{38} \text{ GeV}^2} = M_h^2 \approx \left(10^2 \text{ GeV}\right)^2$$

38 cifre significative di cui le prime 34 devono cancellarsi esattamente: fortemente innaturale.

(per l'elettrone a  $\Lambda \approx 10^{19} \text{ GeV}$   $\longrightarrow \frac{\delta m_e}{m_e} \approx 0.2$  )

Ciò è legato alla mancanza di principi di simmetria in  $L_{\text{higgs}}$ .

# 't Hooft: Principio della naturalezza di una teoria

“Un parametro piccolo in una teoria è naturale solo se settando a zero il parametro stesso la lagrangiana aumenta le sue simmetrie.”

In questo caso, infatti, la simmetria protegge il parametro da grandi correzioni radiative.

Per esempio ponendo  $m_e = 0$  la  $L_{\text{dirac}}$  acquisisce la simmetria chirale, che protegge il parametro sotto correzioni radiative anche quando  $m_e \neq 0$ .

Ma se poniamo  $M_h = 0$  ( $\mu^2 = 0$ ) in  $L_{\text{higgs}}$  la simmetria di quest'ultima non aumenta.

# Estensioni dello SM a scale del TeV...

La soluzione è cercare una teoria che includa lo SM ma nella quale  $M_h$  sia un parametro naturale.

Sono state sviluppate varie teorie in questa direzione, ad esempio:

- Teorie supersimmetriche;
- Teorie “little Higgs”.

In entrambi i casi le correzioni ad  $M_h$  derivano da piccole deviazioni a principi di simmetria esatti, e sono quindi intrinsecamente piccole (dell'ordine della scala del TeV).

# Esempio della SuSy

Correzioni a un loop al propagatore di un bosone di Higgs nella SuSy

$$\begin{aligned}
 & + \int_{m_t}^{\Lambda} I(k) d^4 k \\
 & - \int_{m_{\tilde{t}}}^{\Lambda} I(k) d^4 k
 \end{aligned}$$

L'unica differenza è nell'estremo inferiore degli integrali.

Le correzioni (piccole) ad  $M_h$  derivano da deviazioni a principi di simmetria esatti (se la supersimmetria fosse esatta ).

$$m_t = m_{\tilde{t}}$$

# Conclusioni

- La richiesta di unitarietà nello scattering  $V_L V_L \rightarrow V_L V_L$  pone il limite superiore:  $M_h \lesssim 700 \sqrt{v}$ ;
- La consistenza dello SM fino ad una scala di energia  $\Lambda$  limita il range cui può appartenere  $M_h$ 
  - trivialità: limite superiore
  - stabilità del vuoto: limite inferiore;
- L'eventuale esistenza del campo di Higgs porta con se problemi legati alla naturalezza di alcuni parametri; da qui nasce la necessità di inglobare lo SM in una teoria più ampia.

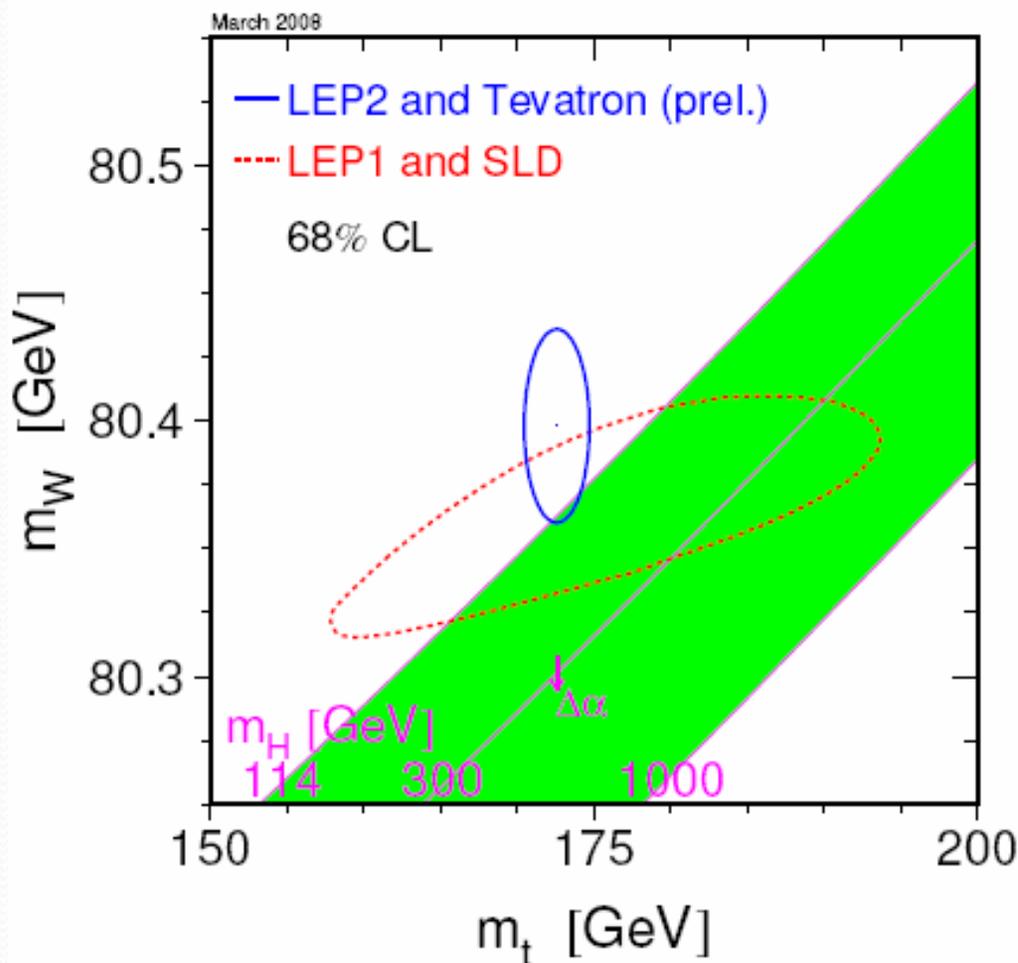
# Appendice: Misure indirette da fit di precisione

I contributi virtuali del campo di Higgs compaiono nelle correzioni di molte osservabili dello SM. Di conseguenza queste ultime dipendono da  $M_h$ .

E' possibile allora ottenere delle misure indirette di  $M_h$  tramite fit di precisione di alcune grandezze.

(da ricerca DIRETTA:  $M_h > 114.4 GeV$  (95%CL) )

# Misure indirette da fit di precisione

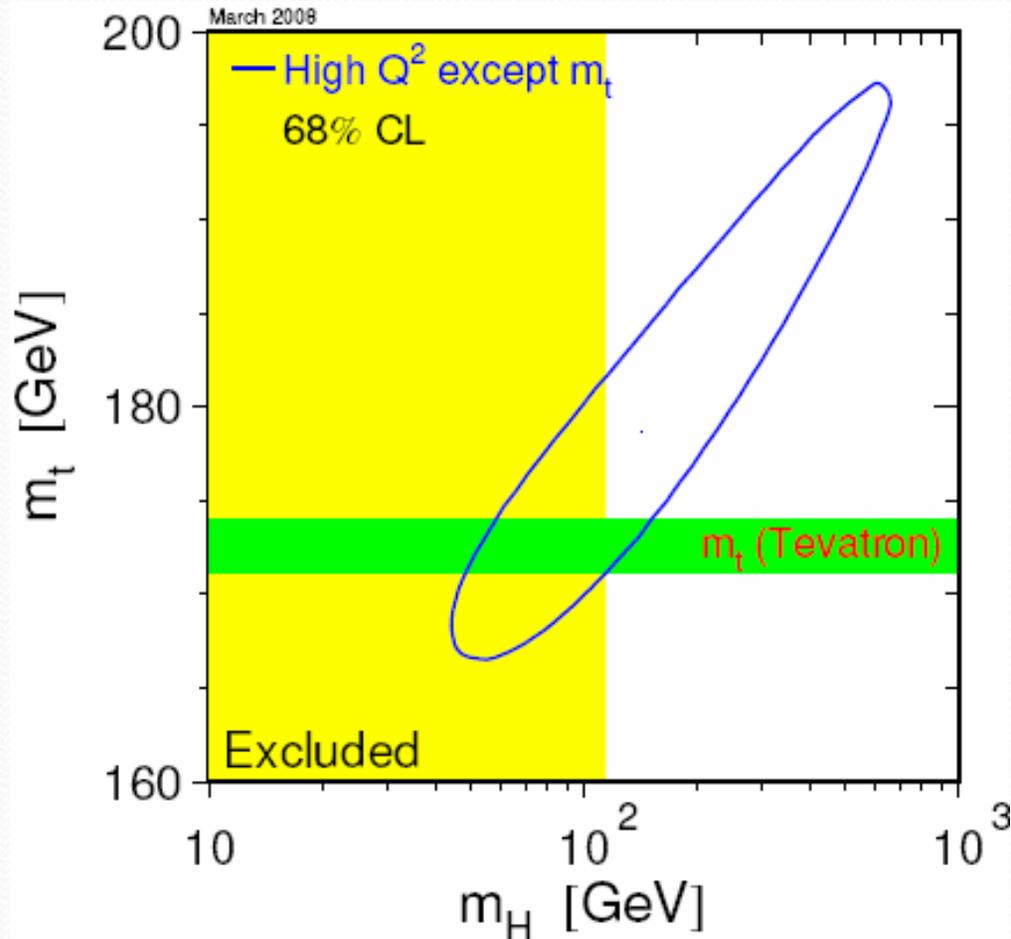


Confronto fra le misure indirette (linea continua) e dirette (tratteggiata) di  $M_W$  ed  $M_t$ . In entrambi i casi è riportata l'area al 68% CL.

Le rette rappresentano le relazioni fra queste masse in funzione del valore di  $M_h$ .

(marzo 2008)

# Misure indirette da fit di precisione



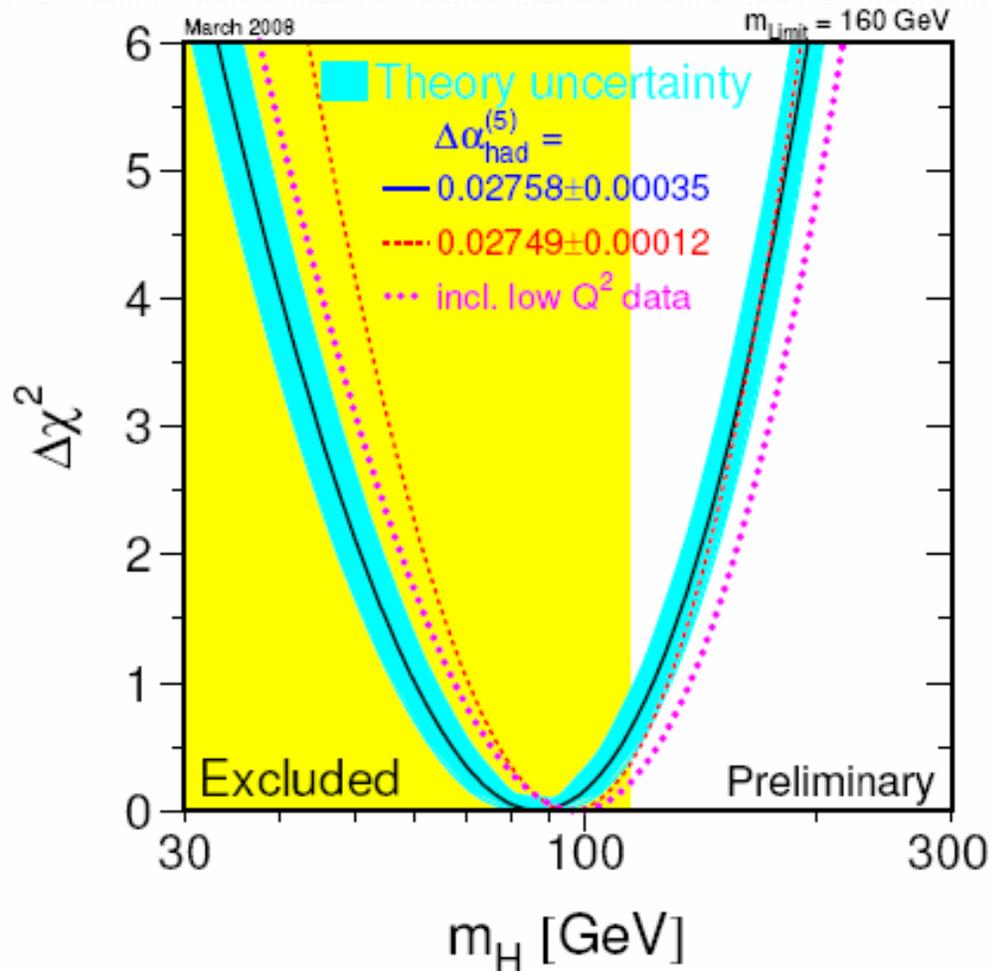
Area al 68% CL per i valori di  $M_h$  ed  $M_t$  derivante dal fit di tutti i dati sperimentali escluse le misure dirette di  $M_t$ .

La banda orizzontale rappresenta il valore di  $M_t$  da misure dirette ( $\pm 1\sigma$ ).

La banda verticale copre i valori di  $M_h$  esclusi al 95% CL da ricerche dirette.

(marzo 2008)

# Misure indirette da fit di precisione



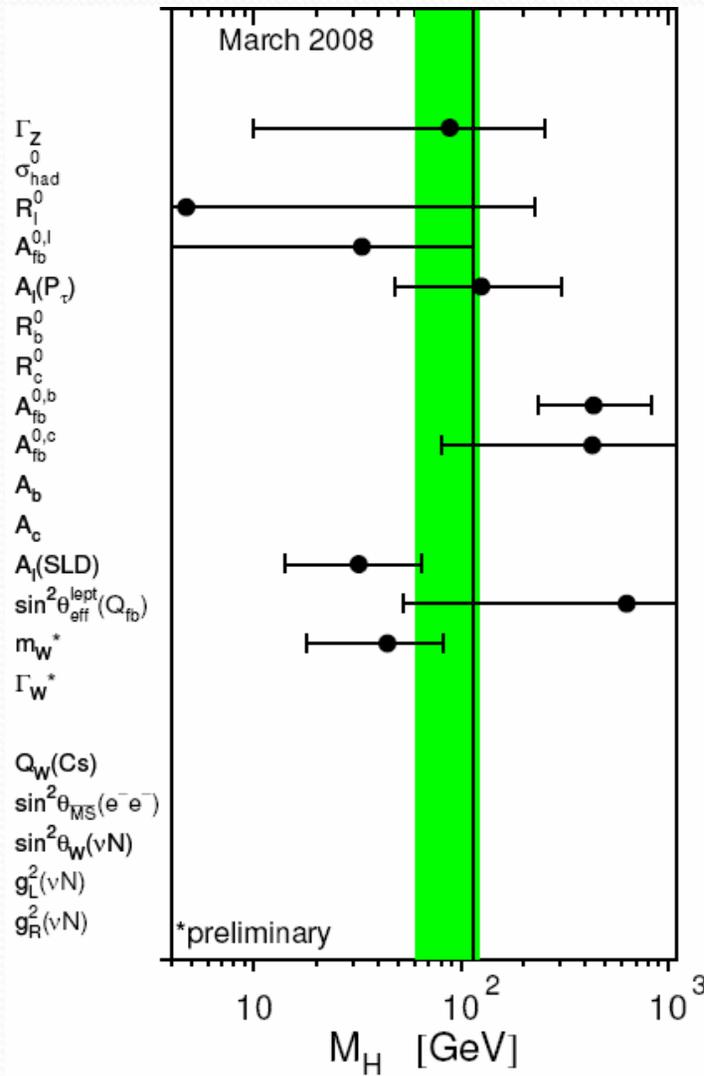
$\Delta\chi^2 = \chi^2 - \chi_{\text{min}}^2$  in funzione di  $M_h$ .

La curva è ottenuta usando tutti i parametri elettrodeboli.

La banda mostra gli errori teorici derivanti dalle correzioni ad ordini più elevati non considerate.

(marzo 2008)

# Misure indirette da fit di precisione



Valori di  $M_H$  ottenuti dal fit su singoli osservabili.

La banda verticale mostra il range ottenuto dal fit complessivo su tutti i parametri.  
(marzo 2008)

# Bibliografia

- The Anatomy of Electro-Weak Symmetry Breaking. I: The Higgs boson in the Standard Model - **Abdelhak Djouadi**  
[arXiv:hep-ph/0503172v2](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0503172v2)
- TASI 2004 Lecture Notes: Higgs Boson Physics – **Laura Reina**  
[arXiv:hep-ph/0512377v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0512377v1)
- The Higgs Mass and New Physics Scales in the Minimal Standard Model - **Christopher Kolda, Hitoshi Murayama**  
[arXiv:hep-ph/0003170v1](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0003170v1)
- **F. Mandl, G. Shaw**: Quantum Field Theory, John Wiley and Sons Ltd, 1993
- **Burcham & Jobes**: Nuclear and Particle Physics, Longman, 1995
- **Carlo Dionisi**: [Appunti del corso di Fisica Nucleare e Subnucleare II](#), Università “La Sapienza”, 2007/2008