

# **Capitolo 3 :**

# **QCD**

**Corso di Fisica Nucleare e  
Subnucleare II**

**Professor Carlo Dionisi**

A.A. 2004-2005

## Produzione di risonanze in processi di collisione $e^+ e^-$



Nel primo capitolo abbiamo discusso soltanto il caso delle particelle formate dai quark leggeri, u, d ed s. Abbiamo finito il corso di Fisica Nucleare e Subnucleare I con la scoperta del leptone  $\tau$ , dei quark c, b ed accennato che esisteva anche il quark top: **I quark pesanti**. Il modo sperimentalmente piu' semplice per scoprire eventuali nuovi leptoni od ottenere adroni composti da quark pesanti e' quello di utilizzare collisioni  $e^+ e^-$

### Punto Chiave :

nelle collisioni  $e^+e^-$  sono prodotti SOLO gli stati con lo stesso  $J^{PC}$  del fotone:  $1^{--}$



Produzione di coppia di muoni, Fig 1); produzione di coppie  $e^+ e^-$  (Bhabha), Fig 2), produzione di coppie q-qbar da cui adroni, fig 3):

Fig 1)

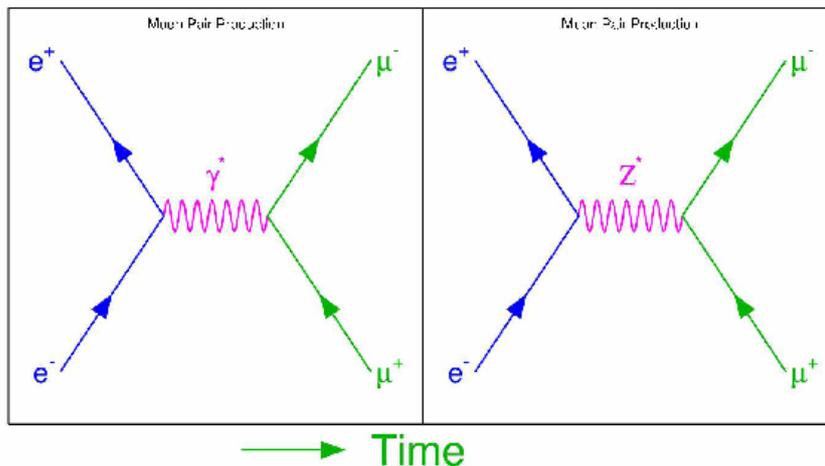
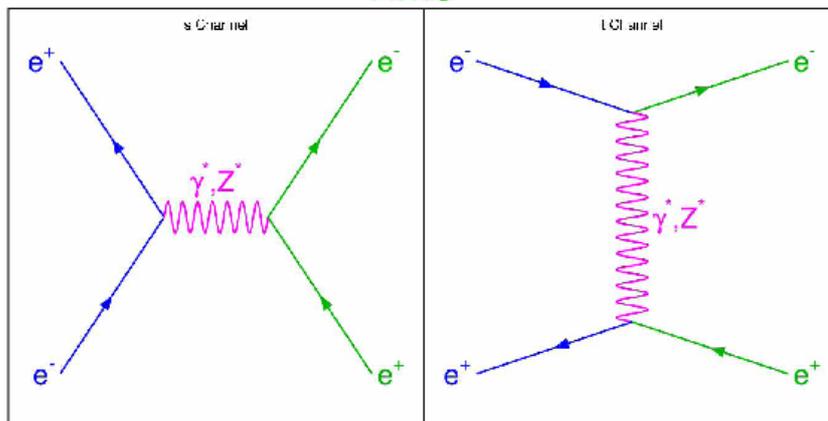
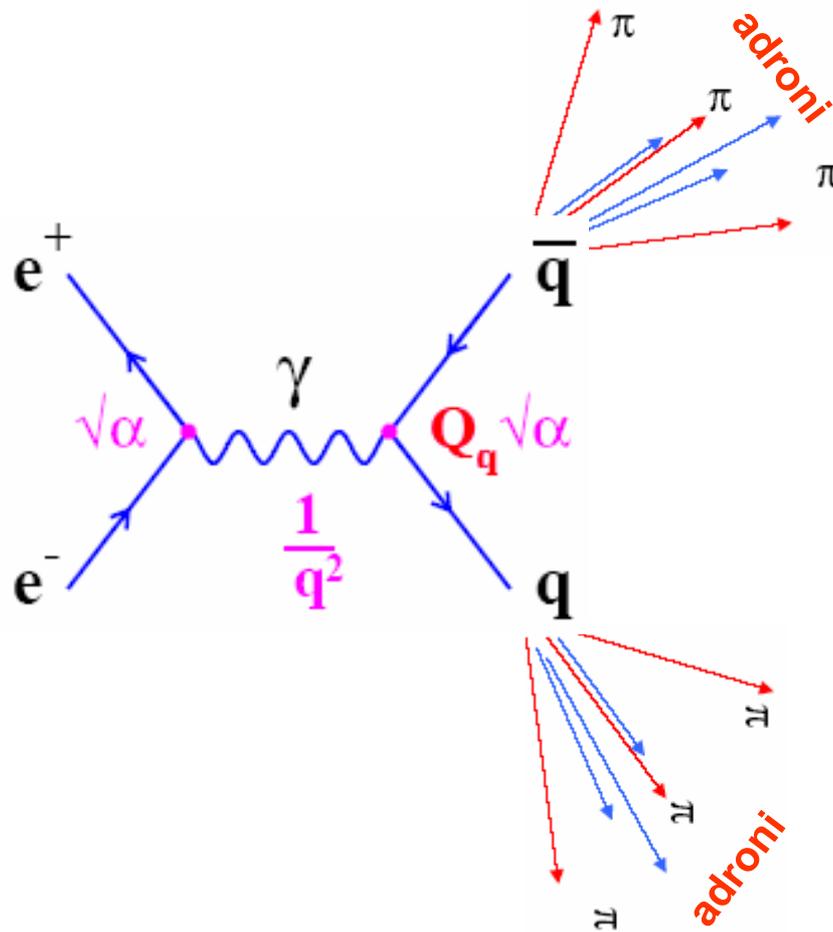


Fig 2)



## Sezioni d' urto nei processi di collisione $e^+ e^-$

Fig 3)



Il processo piu' complicato e' il Bhabha in cui abbiamo il contributo coerente di entrambi i processi di Fig 2). La creazione di coppie  $\mu^+ \mu^-$  e' piu' facile da calcolare e per questo motivo le altre reazioni  $e^+ e^-$  sono ad essa normalizzate.

## Sezioni d' urto nei processi di collisione e<sup>+</sup> e<sup>-</sup>

★ la sezione d' urto differenziale per la reazione e<sup>+</sup>e<sup>-</sup> → μ<sup>+</sup>μ<sup>-</sup> e':

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\alpha^2}{4s} (\hbar c)^2 \cdot (1 + \cos^2 \vartheta)$$

Dove il termine  $(1 + \cos^2 \vartheta)$  deriva dal decadimento del fotone, che ha spin 1, in due fermioni di spin 1/2 ( vedi lezioni di QED ). Integrando su tutto l' angolo solido  $\Omega$ , si ottiene la sezione d' urto totale:

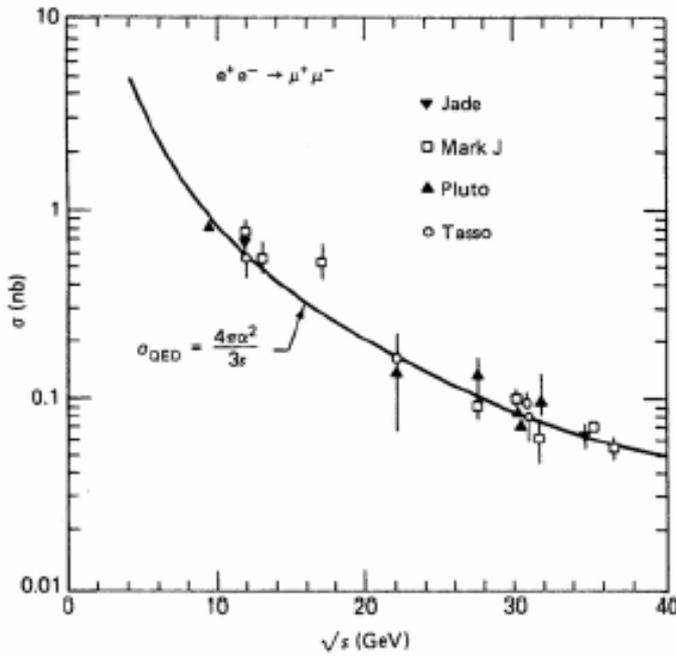
$$\sigma = \frac{4\pi\alpha^2}{3s} (\hbar c)^2$$

$$\Rightarrow \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = 21.7 \frac{\text{nbarn}}{(E^2 / \text{GeV}^2)}$$

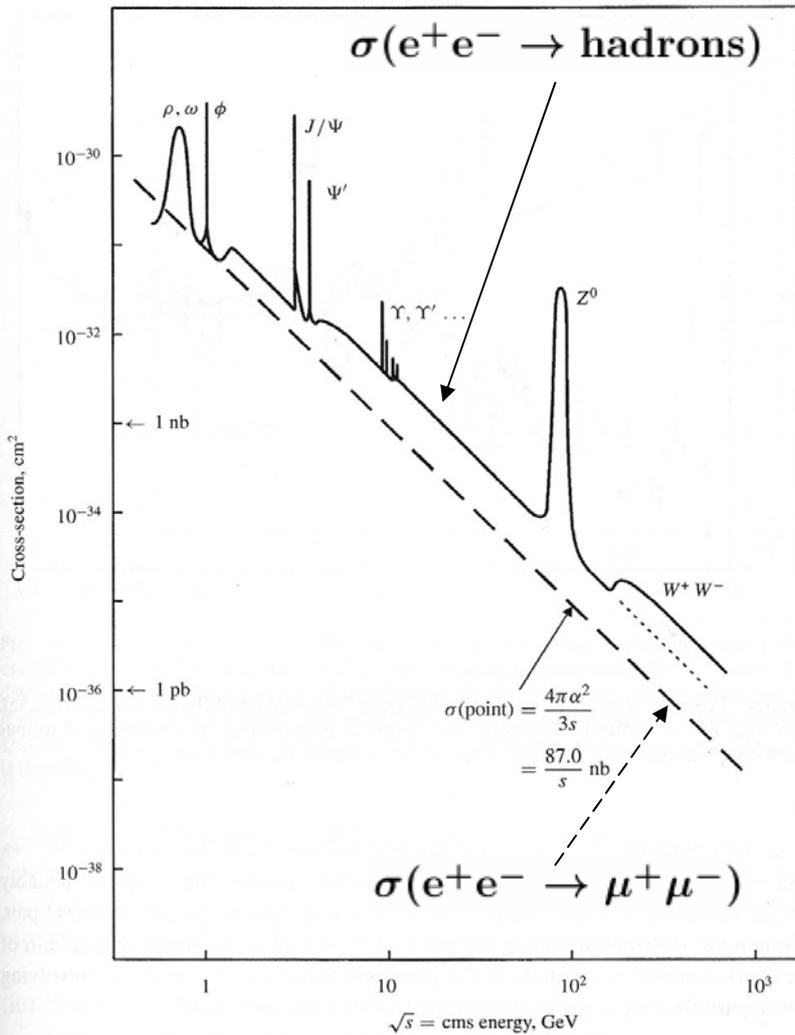
lasciando la derivazione formale ai testi di QED, ricaviamo il risultato con semplici considerazioni:

- i) il fotone si accoppia a due cariche elementari, e questo da'  $e^2 = \alpha$ , il modulo quadro da'  $e^4$ , ovvero  $\alpha^2$ ;
- ii) la scala delle lunghezze e' proporzionale a  $(\hbar c)$ , il quale interviene due volte visto che la  $\sigma$  ha le dimensioni di un' area;
- iii) dobbiamo poi dividere per una quantita' che abbia le dimensioni di [ Energia <sup>2</sup>]. Essendo la massa dell' elettrone e del muone trascurabili, l' unica scelta e' s.

## Sezioni d'urto nei processi di collisione e<sup>+</sup>e<sup>-</sup>



$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$   
for e<sup>+</sup>e<sup>-</sup> collider data  
at centre-of-mass energies 8-36 GeV



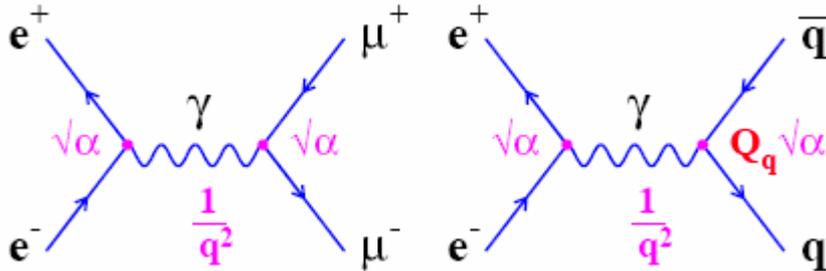
Produzione di  
Risonanze da  
collisioni e<sup>+</sup>e<sup>-</sup>

## Evidenza Sperimentale del Colore : $R_\mu$



Una evidenza sperimentale diretta dell' esistenza del colore e' data dal rapporto,  $R_\mu$  , delle sezioni d' urto delle reazioni  $e^+e^-$  :

$$e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-, e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$$



$$R_\mu = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrons})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}$$

Se trascuriamo le masse dello stato finale ( quark/muoni ) allora la **SOLA** differenza nel rapporto e' data dalle cariche tra le particelle degli stati finali (  $Q_\mu = -1$   $Q_q = +\frac{2}{3}$  or  $-\frac{1}{3}$  )

Per un quark di un certo sapore e di un dato colore, abbiamo :

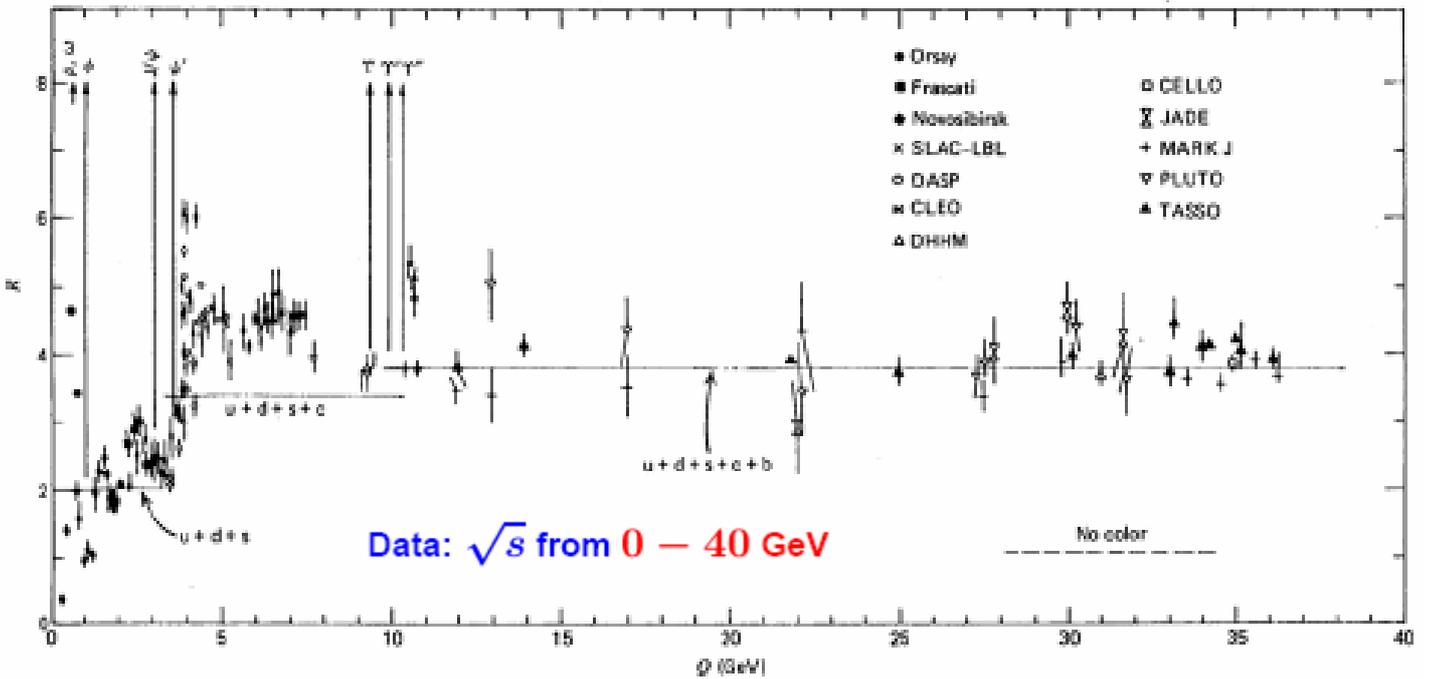
$$R = Q_q^2$$

Tuttavia, si misura  $e^+e^- \rightarrow$  adroni e NON  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ . Dobbiamo quindi sommare su tutti i sapori cinematicamente accessibili per una data  $\sqrt{s}$ , e, se il colore esiste, su tutti i colori.

$$R = 3 \sum_i Q_i^2 \quad (\mathbf{3} \text{ colours})$$

# Evidenza Sperimentale del Colore : $R_\mu$

Energy	Ratio R
$\sqrt{s} > 2m_s \sim 1 \text{ GeV}$	$3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9}\right) = 2$ u,d,s
$\sqrt{s} > 2m_c \sim 4 \text{ GeV}$	$3\left(\frac{4}{9} + \frac{1}{9} + \frac{1}{9} + \frac{4}{9}\right) = 3.1111$ u,d,s,c
$\sqrt{s} > 2m_b \sim 10 \text{ GeV}$	$3\left(\dots + \frac{1}{9}\right) = 3.6667$ u,d,s,c,b
$\sqrt{s} > 2m_t \sim 350 \text{ GeV}$	$3\left(\dots + \frac{4}{9}\right) = 5$ u,d,s,c,b,t



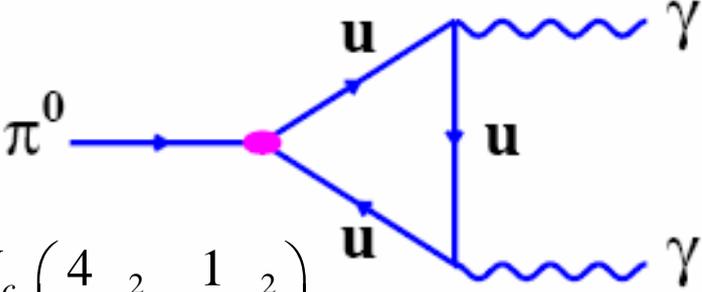
FORTE EVIDENZA PER IL COLORE

## Evidenza Sperimentale del Colore : $\pi^0$

### ★ $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ decay rate

Un' altra evidenza sperimentale dell' esistenza del colore e' data dal valore del rate del decadimento  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$  :

I quark essendo dotati di carica elettrica sono autostati dell' Hamiltoniana Elettromagnetica:

$$|\pi^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u} - d\bar{d}\rangle$$


$$\langle \gamma\gamma | H_{Em} \left| \frac{(u\bar{u} - d\bar{d})}{\sqrt{2}} \right\rangle \propto f_\pi \cdot \frac{N_c}{\sqrt{2}} \left( \frac{4}{9} e^2 - \frac{1}{9} e^2 \right)$$

dove  $f_\pi$  e' la funzione d' onda della coppia  $q\bar{q}$  nel  $\pi^0$

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) \propto |f_\pi|^2 \cdot N_c^2 \cdot \frac{\alpha^2}{18}$$

Il best fit con I dati sperimentali da':

$$\Gamma(\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma) = \left( \frac{N_c}{3} \right)^3 \frac{\alpha^2 m_\pi^3}{64\pi^3 f_\pi^2} = 7.73 \cdot \left( \frac{N_c}{3} \right)^2 eV$$

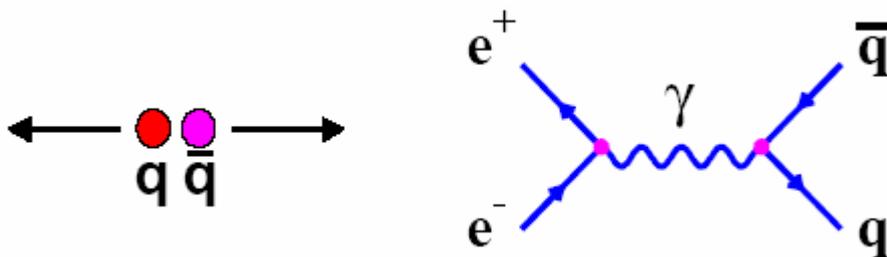
dove  $f_\pi = 92.4$  MeV dal rate del decadimento dei  $\pi^\pm$

$$\Gamma(\text{sperimentale}) = 7.7 \pm 0.6 eV$$

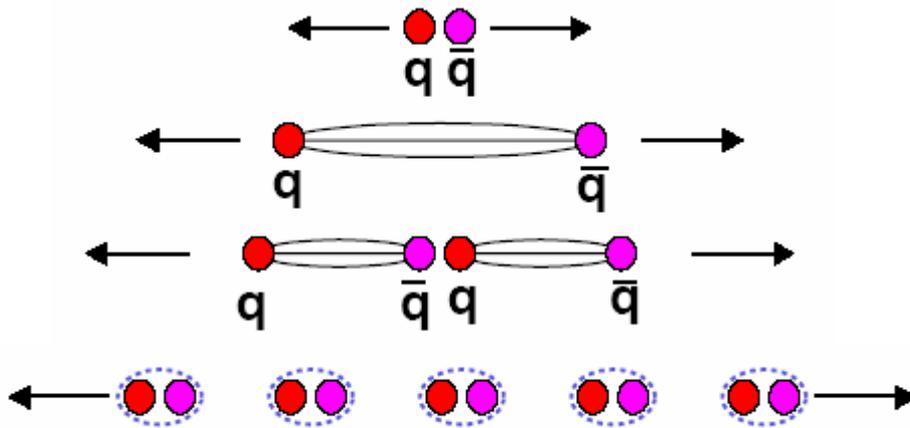
$$\text{da cui } N_c = 2.99 \pm 0.12$$

## Evidenza Sperimentale dell' esistenza dei quark (1)

- ★ Sperimentalmente per ogni adrone si osserva un solo tipo di particella ( un solo  $\pi^-$ , un solo p, una sola  $\Delta^0$  ecc. ). Questo implica l' esistenza di una condizione aggiuntiva: **soltanto particelle di colore neutro, cioe' senza colore, possono esistere come particelle libere.** Questa condizione ha come diretta conseguenza che **NON e' possibile osservare i quark COME PARTICELLE LIBERE !** Difatti liberare un quark da un adrone darebbe DUE particelle dotate di colore: Il quark stesso ed il resto dell' adrone originario. Questa impossibilita' va sotto il nome di **CONFINAMENTO**, vedi nel seguito.
- ★ L' evidenza sperimentale dei quark e dei gluoni e' fornita dalla presenza di " Jet " , un insieme di adroni riuniti in un caratteristico cono spaziale, nelle collisioni  $e^+ e^-$  o quark anti-quark. Questi jet sono prodotti in seguito al **processo di adronizzazione** dei quark e anti-quark primari:

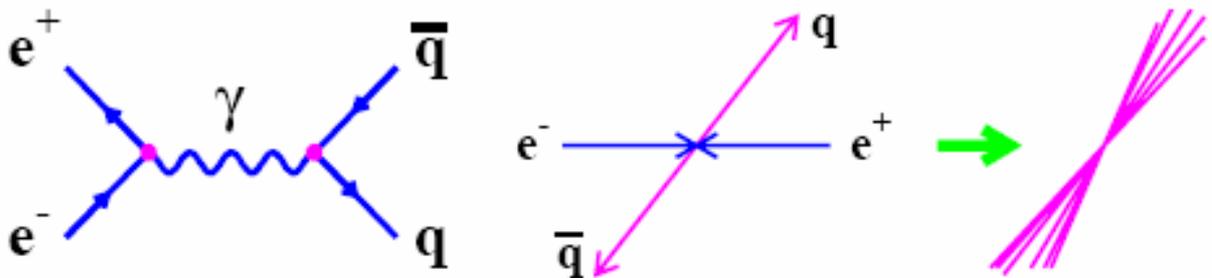
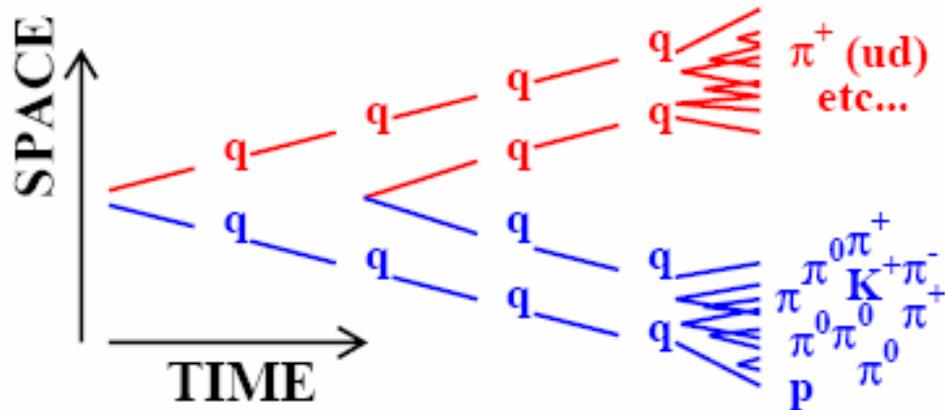


## Evidenza Sperimentale dell' esistenza dei quark (2)



### processo di adronizzazione

Mentre i quark si separano, altre coppie quark-antiquark sono prodotte dall' energia potenziale del campo di colore. Questo processo e' chiamato **ADRONIZZAZIONE**: inizia con quark e termina con getti collimati e stretti di adroni.



## processo di adronizzazione

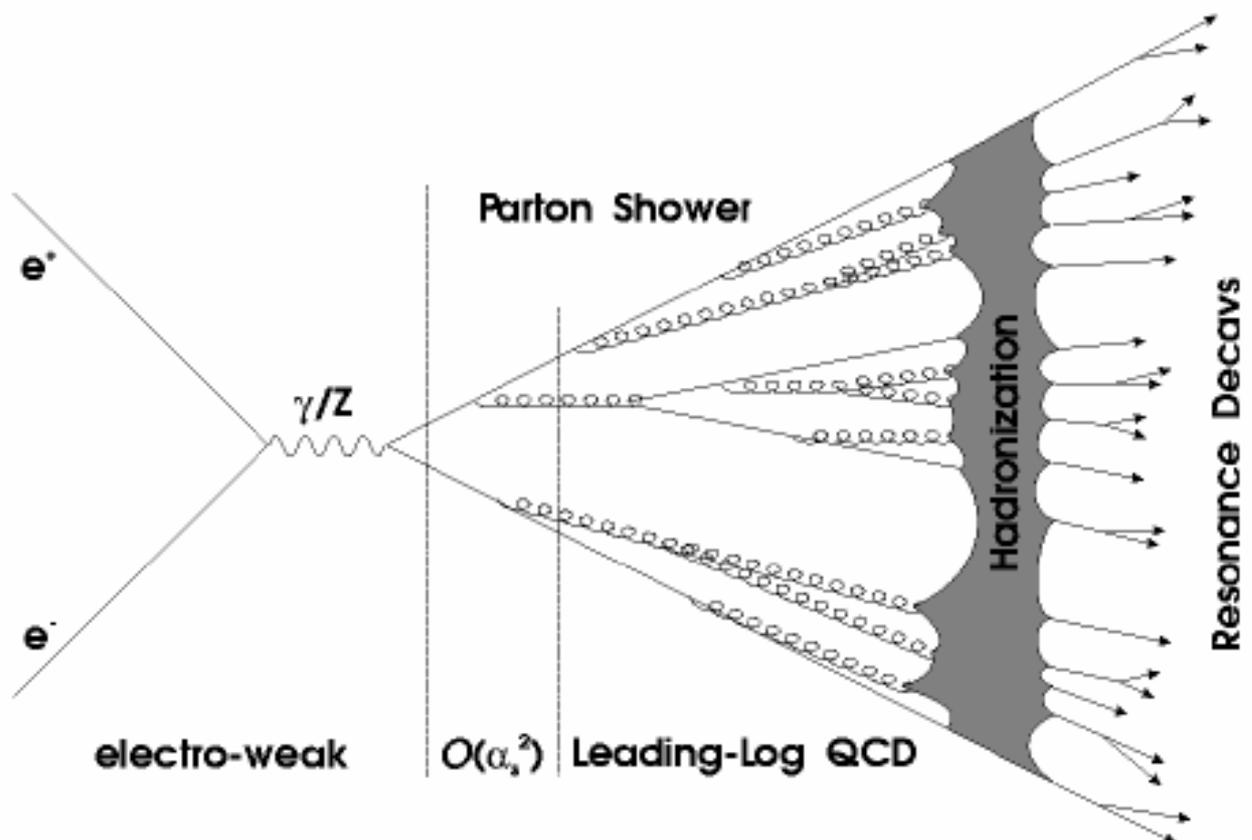
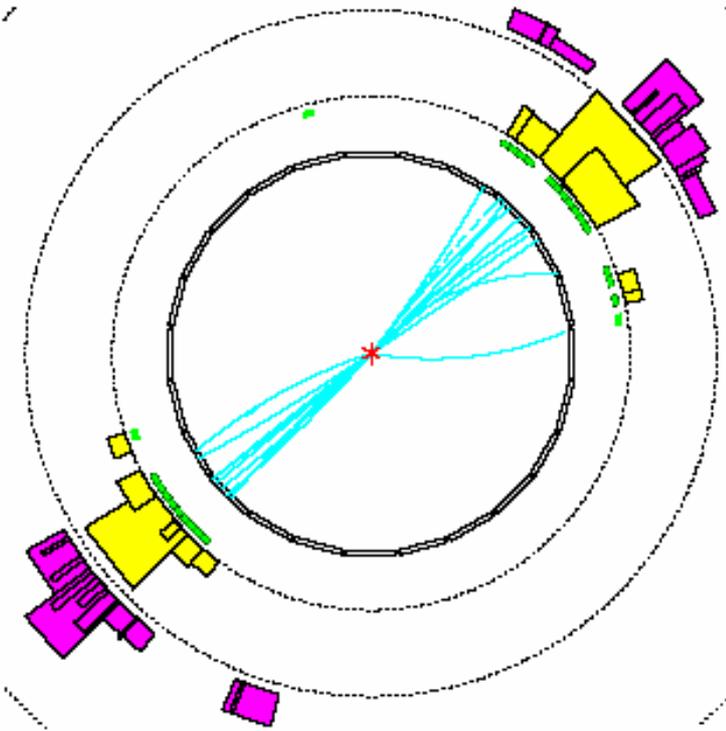


Figure 66: The principal scheme of hadron production in  $e^+e^-$  annihilations. Hadronization (= fragmentation) begins at distances of order 1 fm between the partons.

## Evidenza Sperimentale dell' esistenza dei quark (3)

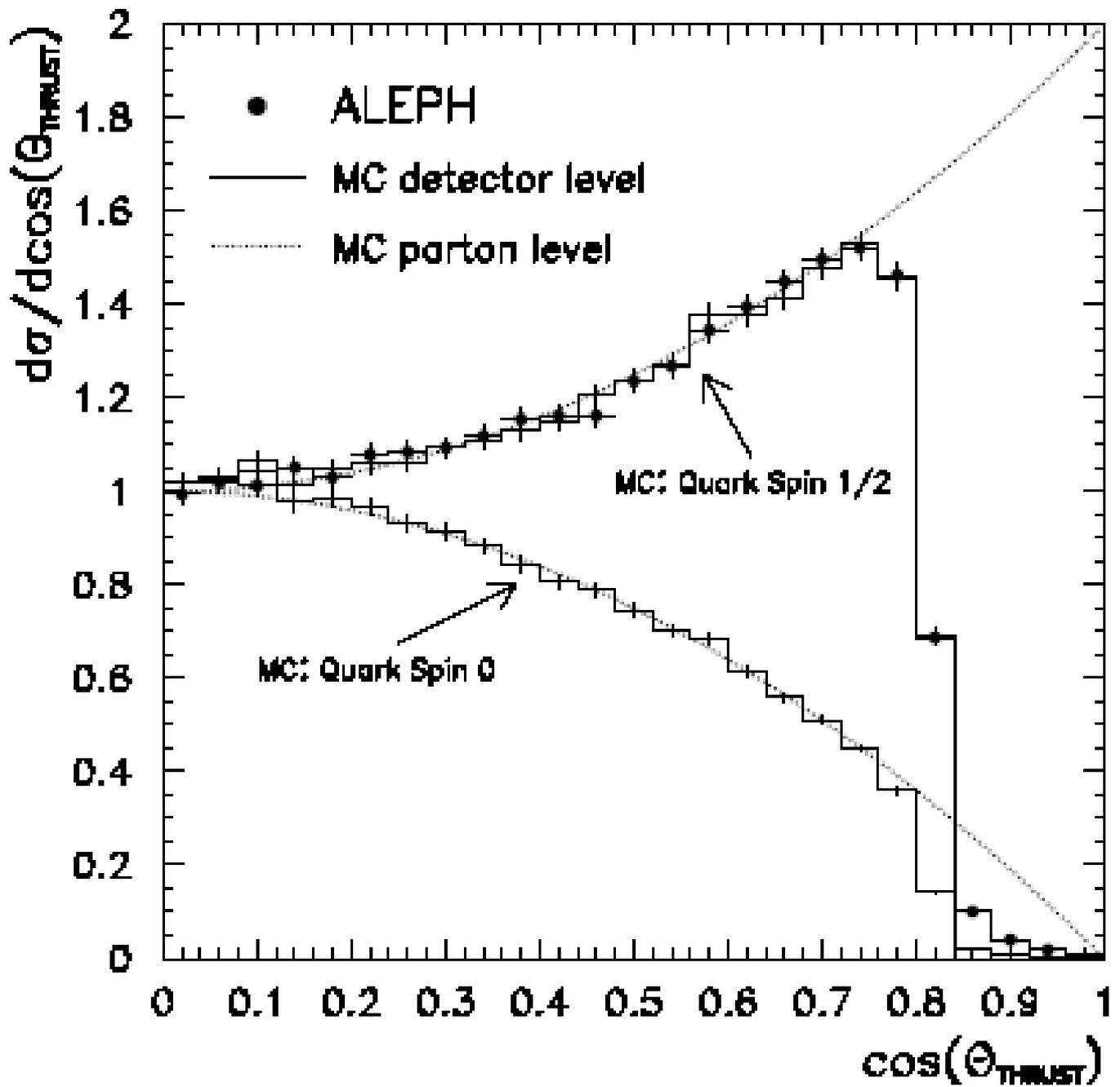


### Typical $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$ Event



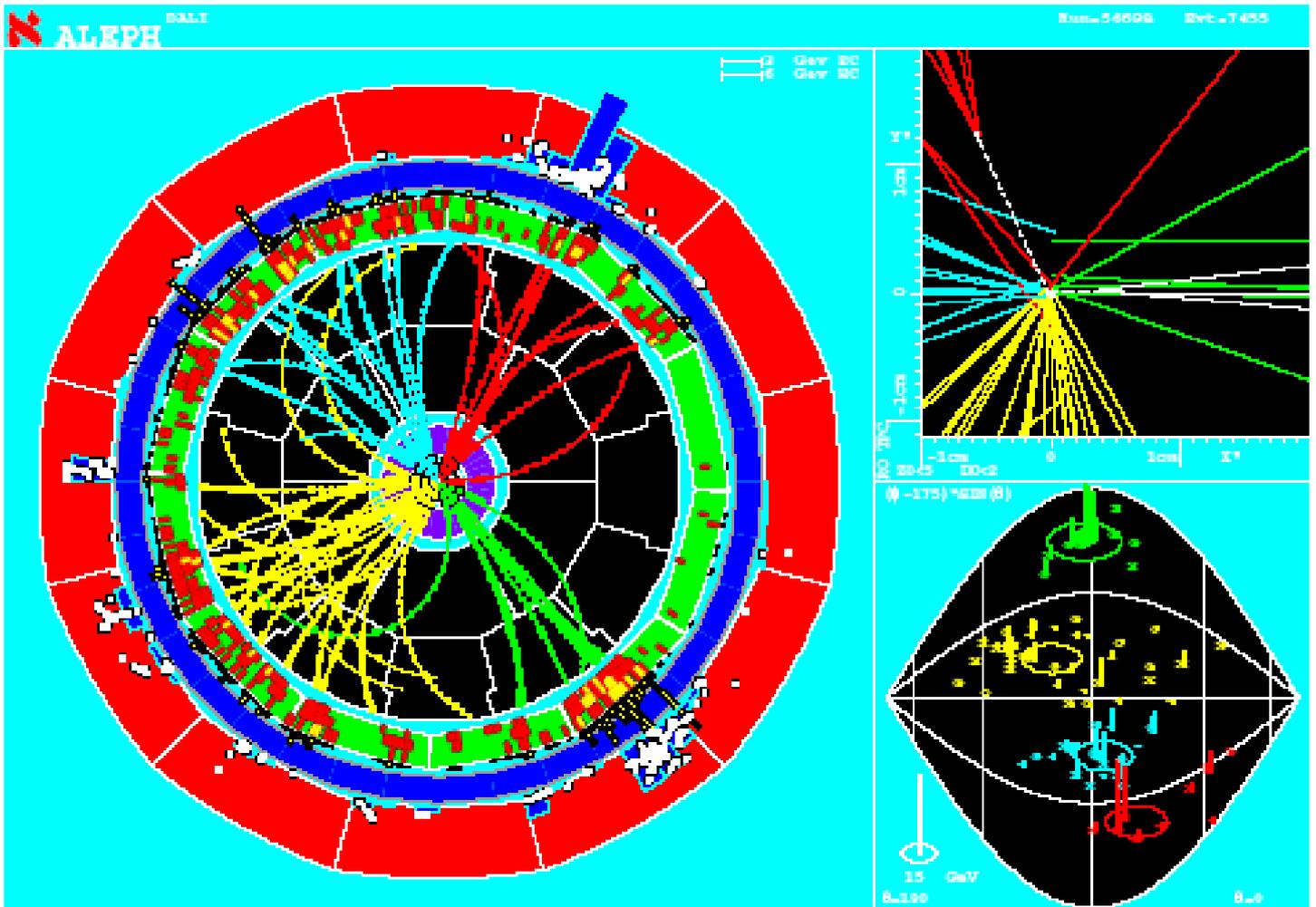
The hadrons in a quark(anti-quark) jet follow the direction of the original quark(anti-quark). Consequently  $e^+e^- \rightarrow q\bar{q}$  is observed as a pair of **back-to-back** jets of hadrons

## Evidenza Sperimentale dello Spin dei quark (3)



# Higgs ???

$$e^+e^- \rightarrow \text{something} \rightarrow q\bar{q}q\bar{q}$$

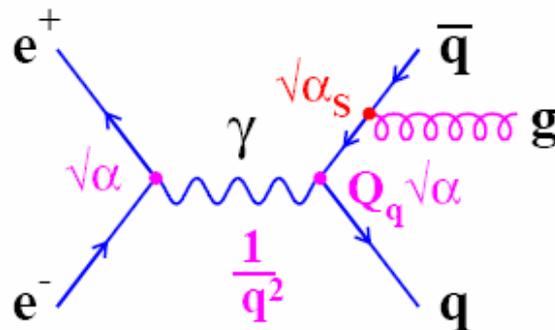


## Evidenza Sperimentale del Gluone

Come abbiamo visto nel precedente capitolo, una prova indiretta dell' esistenza dei gluoni e' data dalla osservazione, nella diffusione profondamente anelastica degli elettroni sui nucleoni, che i quark trasportano solo il ~ 50% dell' impulso del nucleone. Ne deriva quindi che l' altro 50% deve essere trasportato da particelle che NON sono soggette ne' ad interazione elettromagnetica ne', come vedremo, a quella debole : **I GLUONI !**

- ★ Una prova sperimentale DIRETTA dell' esistenza dei gluoni e' data dalla scoperta di eventi a tre "Jet" nelle collisioni e+ e-. Abbiamo visto che in QED gli elettroni possono irradiare fotoni. Analogamente in QCD ( Quantum Chromo Dynamics ), come vedremo la Teoria delle Interazioni Forti tra quarks, i quark possono irradiare gluoni.

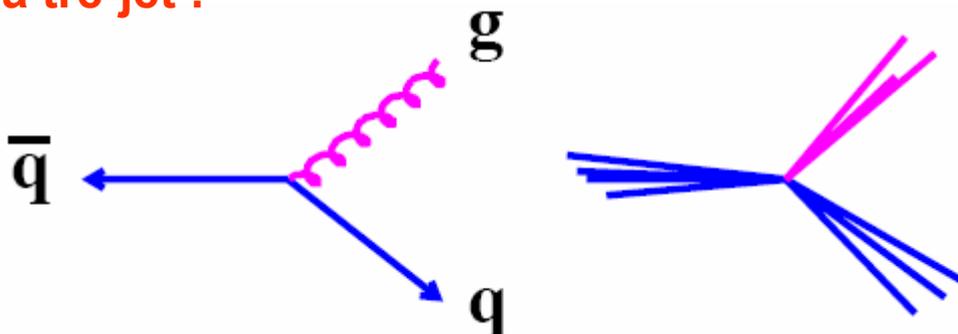
$$e^+e^- \rightarrow q\bar{q}g$$



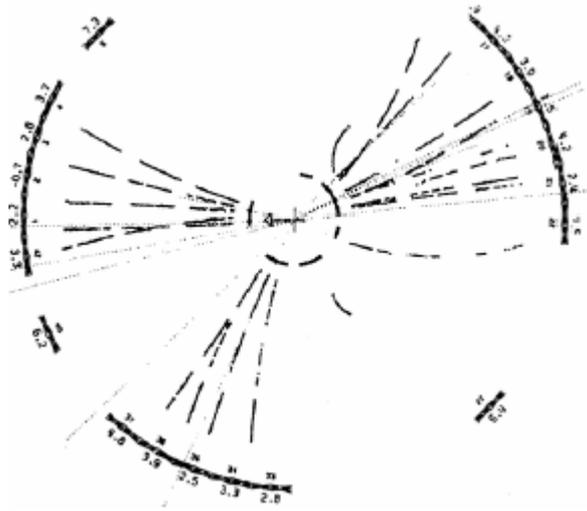
Naturalmente questo da' un fattore extra  $\sqrt{\alpha_s}$  nell' elemento di matrice, cioe' un fattore  $\alpha_s$  nella sezione d' urto.

In QED possiamo rivelare i fotoni. In QCD a causa del CONFINAMENTO NON possiamo vedere gluoni "liberi".

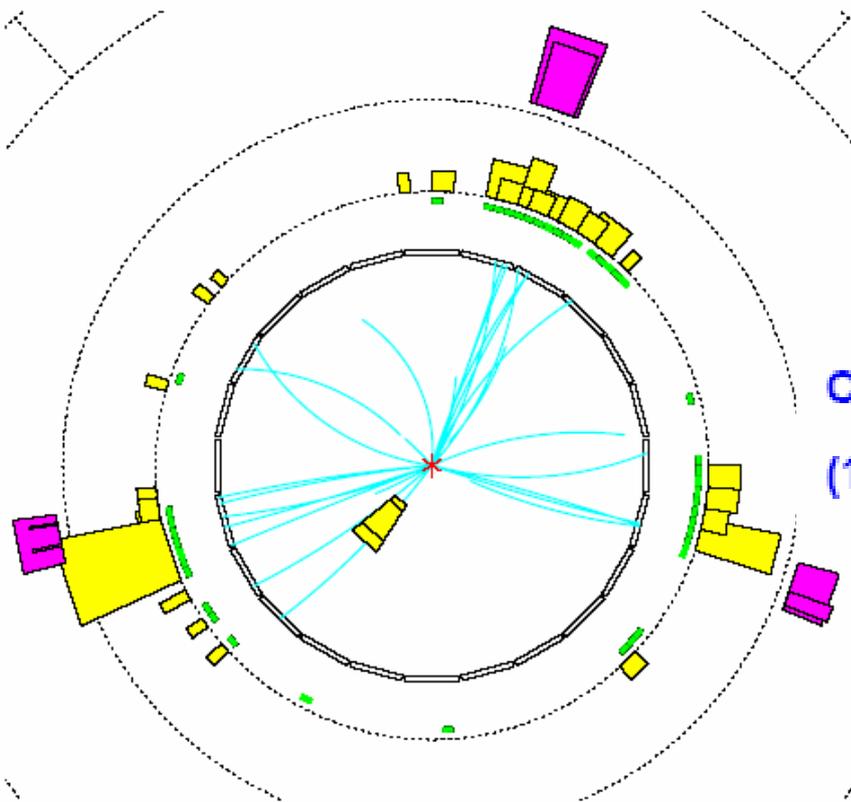
Sperimentalmente riveliamo i gluoni come " EXTRA JET " :  
**eventi a tre-jet !**



## Eventi a Tre Jet



JADE  $\sqrt{s} = 31$  GeV  
Direct Evidence for Gluons (1978)

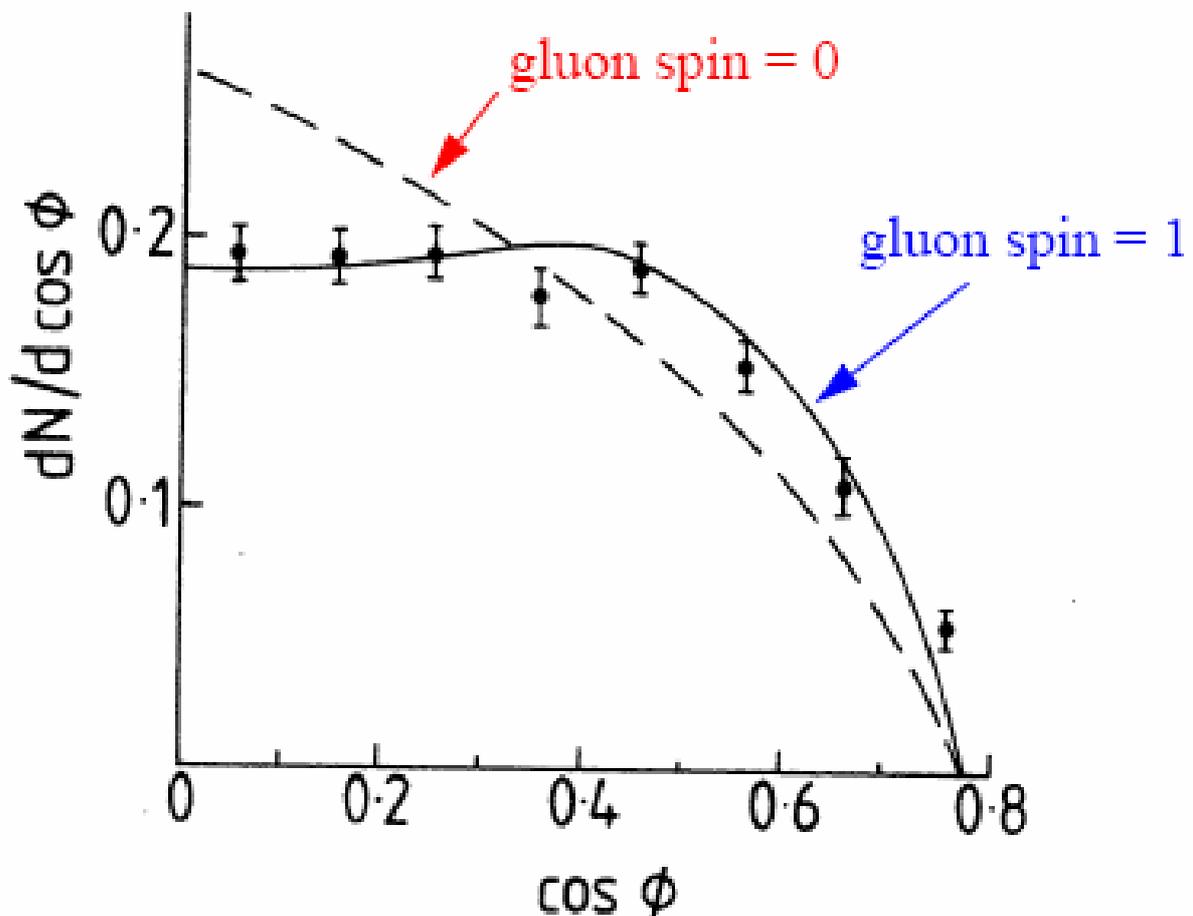


OPAL  $\sqrt{s} = 91$  GeV  
(1990)

## Determinazione dello Spin del Gluone



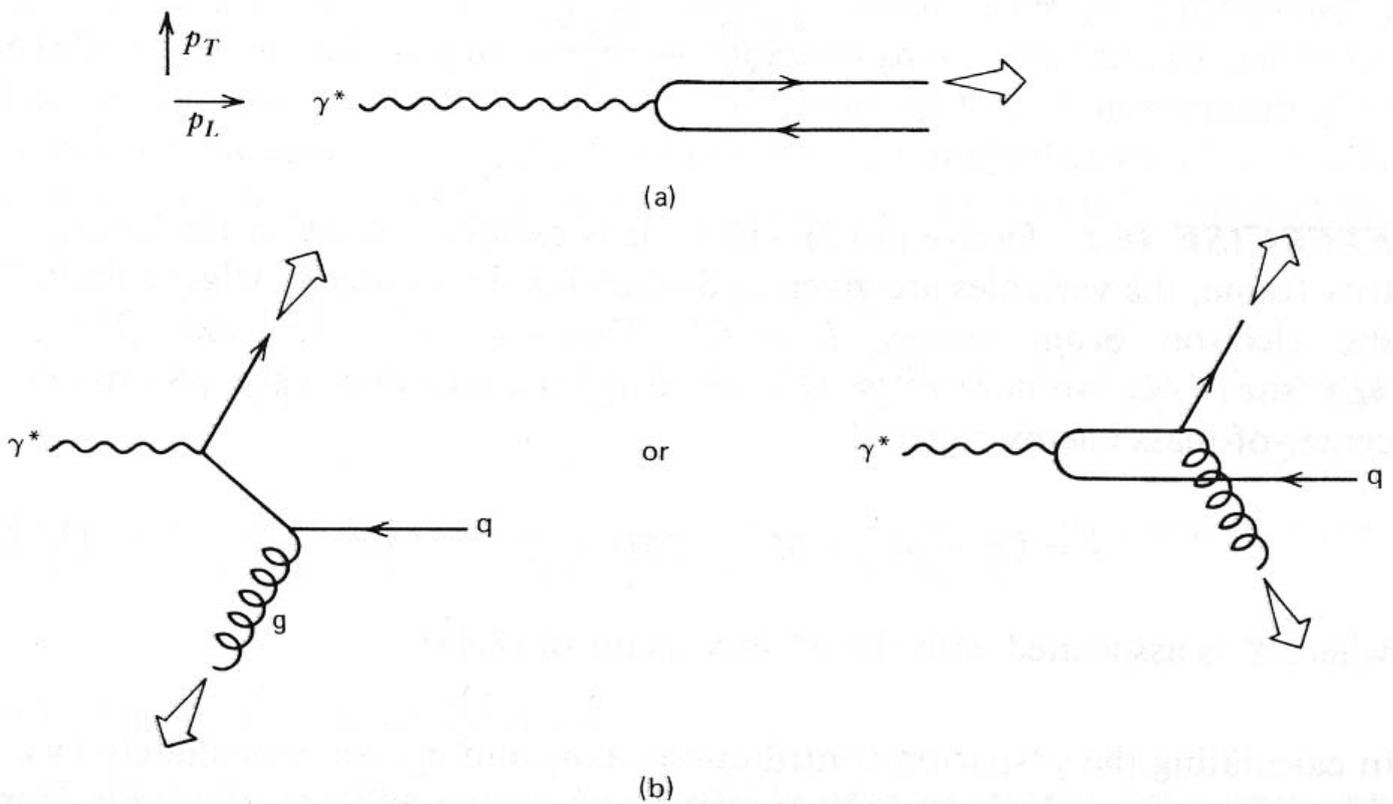
La distribuzione dell'angolo  $\phi$  tra la direzione del jet più energetico rispetto alla comune direzione degli altri due nel loro sistema di riferimento. permette la determinazione dello spin del gluone. I dati, vedi figura, favoriscono fortemente l'ipotesi  $J^P = 1^-$



# Evidenza Sperimentale del Gluone

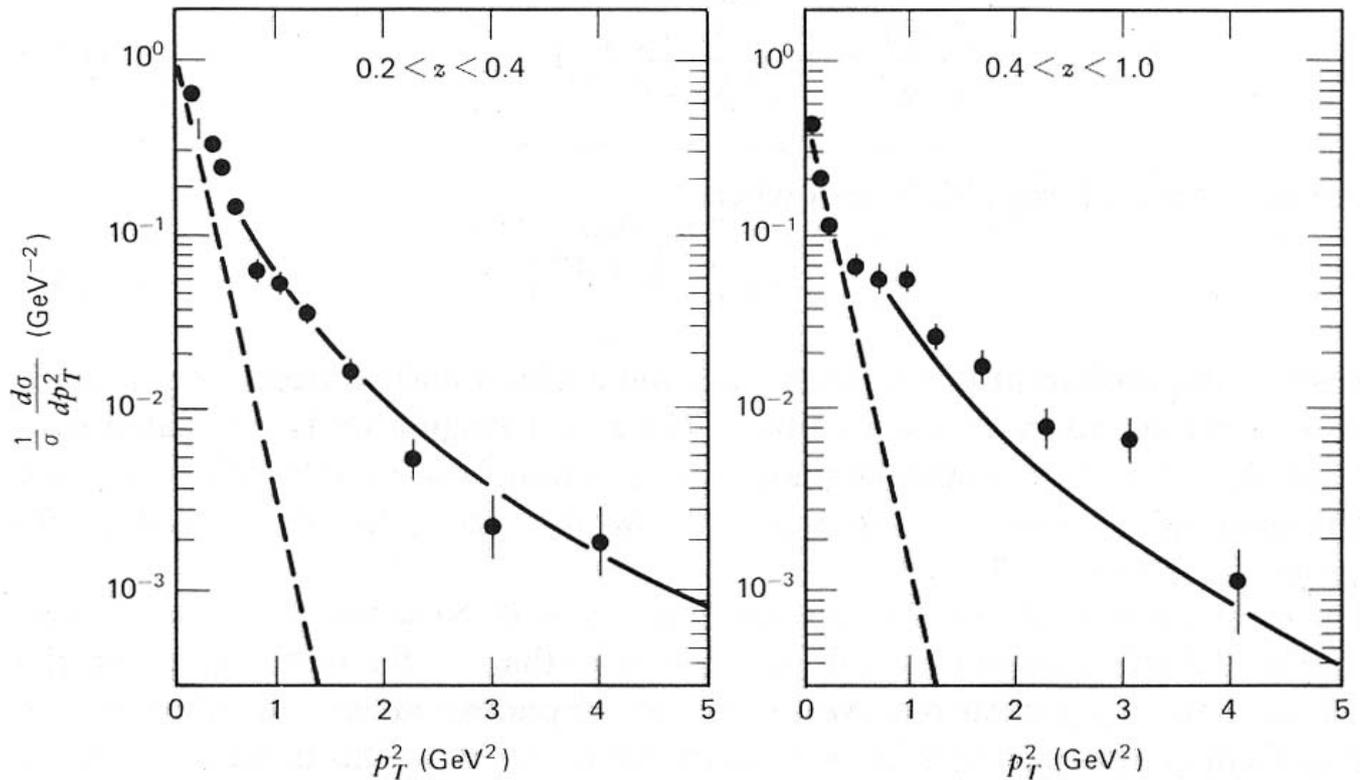


Un' altra evidenza sperimentale della esistenza dei gluoni e' data dalle distribuzioni  $p_T$  nel caso di emissione di un gluone nell' urto  $\gamma^* - q$ :



**Fig. 10.4** (a) Parton model diagram for  $\gamma^* q \rightarrow q$ , producing a jet with  $p_T = 0$ . (b) Gluon emission diagrams which produce jets with  $p_T \neq 0$ .

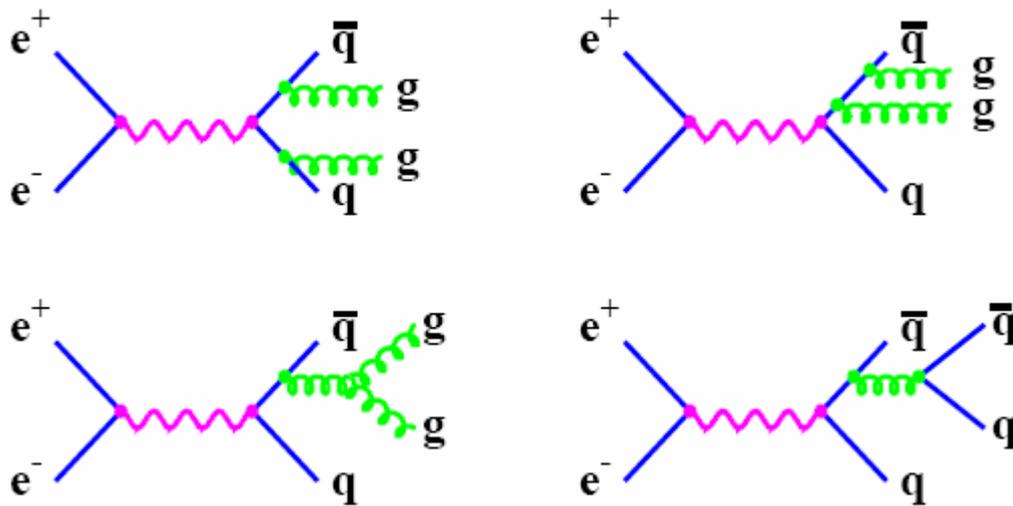
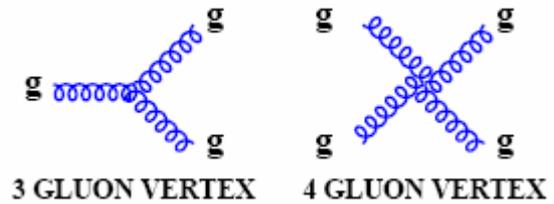
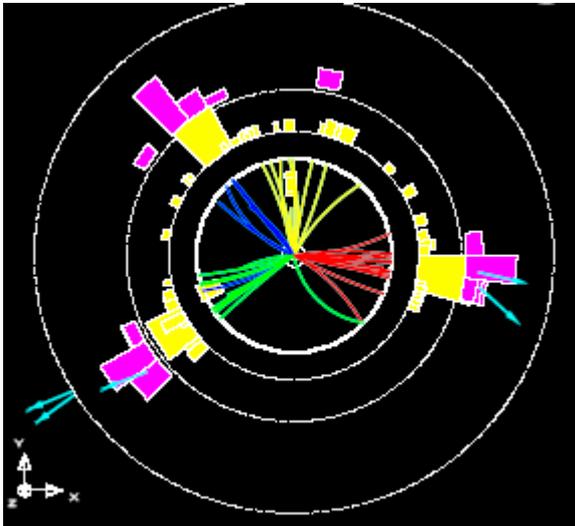
## Evidenza Sperimentale del Gluone



**Fig. 10.8** The  $p_T^2$  distribution of hadrons produced in  $\mu N$  interactions relative to the direction of the virtual photon. The dashed line is the expectation in the absence of gluon emission. Data are from the EMC collaboration at CERN. ( $\mu N$  and  $eN$  interactions give the same curves.)

# Eventi a Quattro-Jet

L' identificazione di eventi a 4 Jet e' una evidenza diretta della "self-interaction" dei gluoni, vedi in seguito,:



Le distribuzioni angolari dei Jet sono sensibili alla esistenza del triplice gluon-vertex !

# QCD

★ Sulla base dei risultati sopra descritti, nel 1973 Fritsch, Leutwyler e Gell-Mann proposero la QCD.

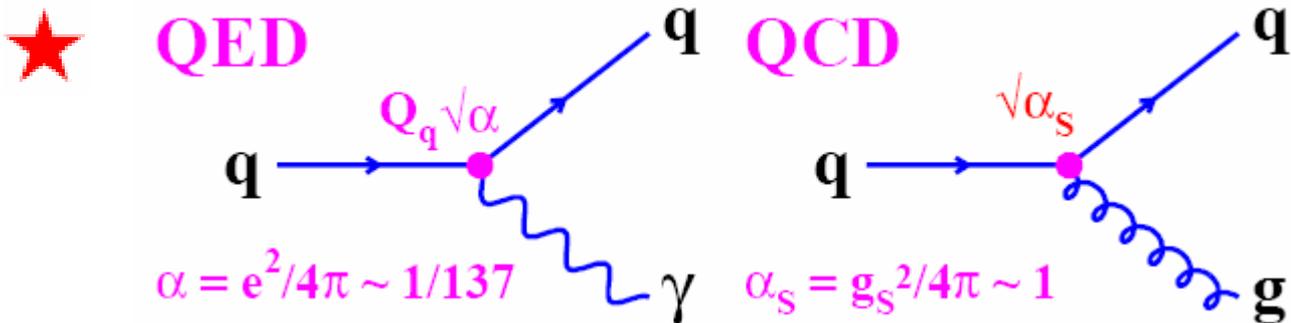
**QED : Teoria Quantistica della Interazione Elettromagnetica.**

- mediata dai fotoni, massa nulla;
- I fotoni sono accoppiati alla carica elettrica e la “carica” della QED e’ la carica elettrica che ‘ un numero quantico che si conserva;
- l’ intensita’ della interazione e’ data da  $\alpha$ .

$$\langle \psi_f | \hat{H} | \psi_i \rangle \propto \sqrt{\alpha}.$$

**QCD : Teoria Quantistica delle Interazioni Forti.**

- mediata dai gluoni, massa nulla;
- I gluoni sono accoppiati alla carica forte : il colore; **il colore e’ un numero quantico che si conserva** con tre valori: red, green, blue.
- **DIVERSAMENTE** dalla QED, I gluoni trasportano la carica della interazione;
- solo I quark hanno la carica di colore.



I quark trasportano “ colore “

*r g b*

Gli anti-quark trasportano anti-colore

*$\bar{r} \bar{g} \bar{b}$*

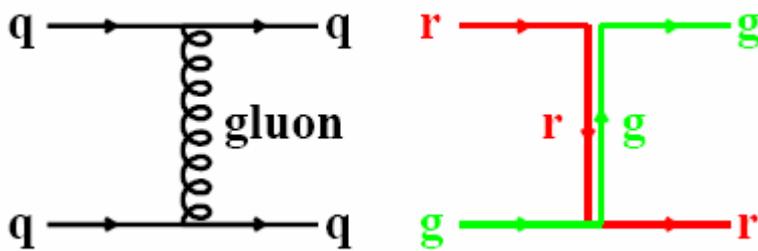
# QCD

★ I leptoni,  $\gamma$ ,  $W^\pm$ ,  $Z^0$  **NON trasportano il colore**, hanno cioè carica di colore nulla  $\rightarrow$  NON partecipano alla interazione forte !

★ Il colore e' una label per gli stati di una rappresentazione SU(3) esatta:

$$r = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad g = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Consideriamo un quark red che scattera su un quark green. Il colore e' scambiato **MA SEMPRE CONSERVATO !**



★ Ci aspettiamo 9 gluoni (3 colours  $\times$  3 anti-colours) :

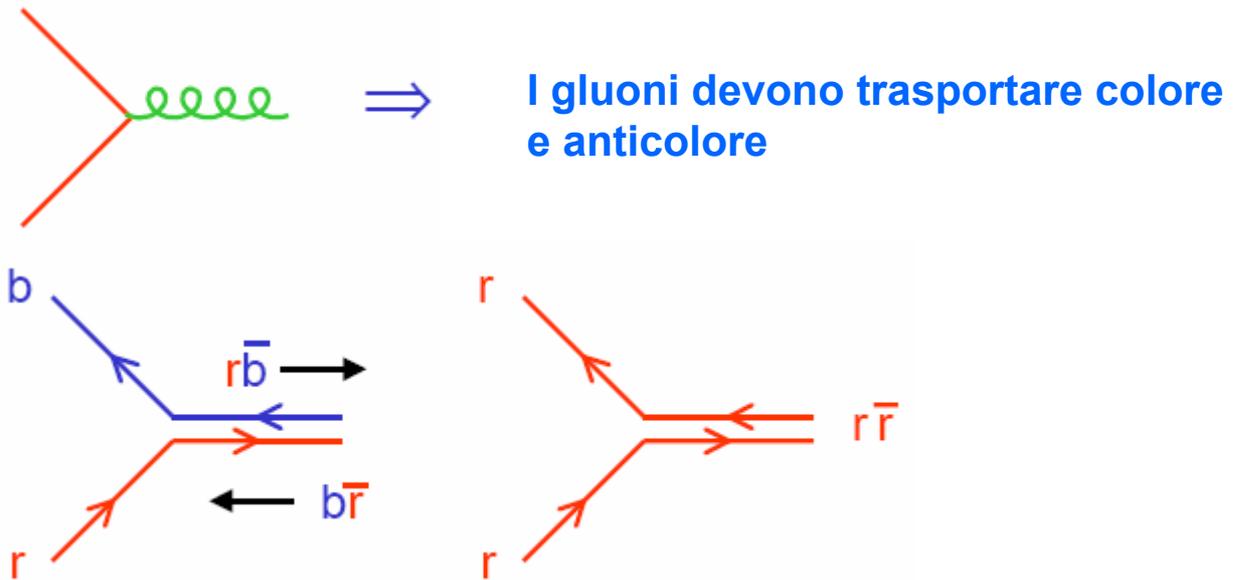
$$r\bar{b}, r\bar{g}, g\bar{r}, g\bar{b}, b\bar{g}, b\bar{r} \\ r\bar{r}, g\bar{g}, b\bar{b}$$

TUTTAVIA: I gluoni sono combinazioni lineari ortogonali dei 9 stati. La combinazione

$$\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$$

E' **colourless** : e quindi NON partecipa alle interazioni forti restiamo quindi con otto gluoni ( vedi di seguito ).

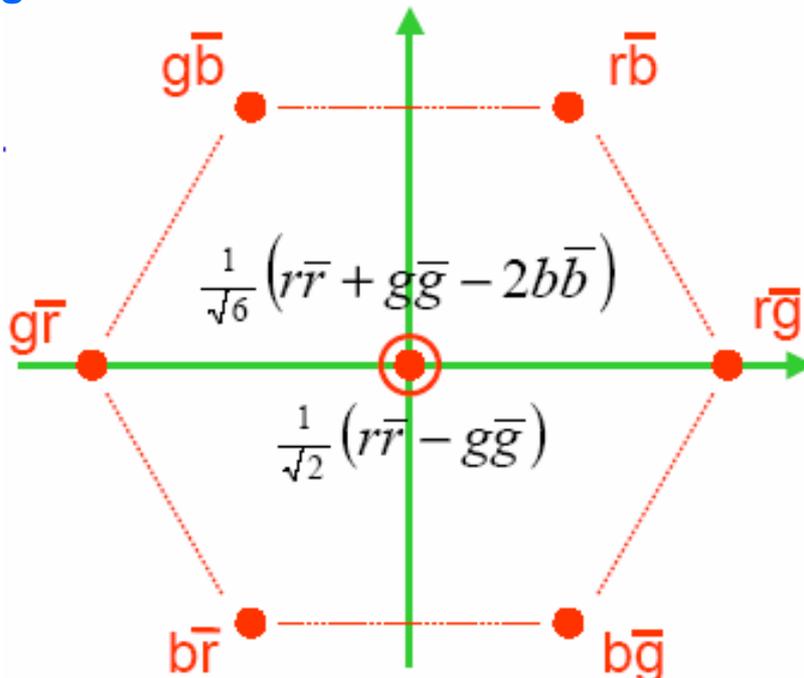
- Ad ogni vertice quark-gluone abbiamo la conservazione del colore:



- Le funzioni d' onda di colore dei gluoni sono esattamente analoghe a quelle di SU(3) delle coppie  $q\bar{q}$  e si possono derivare dalle corrispondenze :

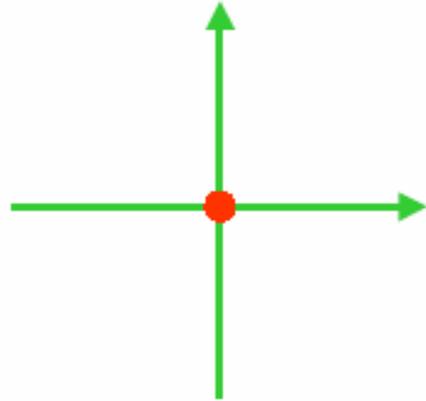
$$u \rightarrow r \quad d \rightarrow g \quad s \rightarrow b$$

- E quindi 8 gluoni li otteniamo dall' otteetto:



- ◆ Mentre il nono gluone lo otteniamo come singoletto di colore:

$$\frac{1}{\sqrt{3}} (r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$$



- ◆ Ora sappiamo che il colore e' confinato e che SOLO stati singoletto di colore possono esistere come particelle libere.

⇒ Un gluone di massa nulla singoletto di colore darebbe luogo a forze forti di lungo range !

⇒ Queste forze NON sono state osservate:

⇒ Quindi ci sono **SOLO 8 gluoni fisici** i quali trasportano colore per cui SONO PERMANENTEMENTE CONFINATI !

Poiche' anche i quark trasportano colore: anche essi sono PERMANENTEMENTE CONFINATI !

# Hadrons

- ◆ Poiche'  $\frac{1}{\sqrt{3}}(r\bar{r} + g\bar{g} + b\bar{b})$  e' un singoletto di colore, coppie  $q\bar{q}$  possono esistere come particelle libere:



**MESONI**

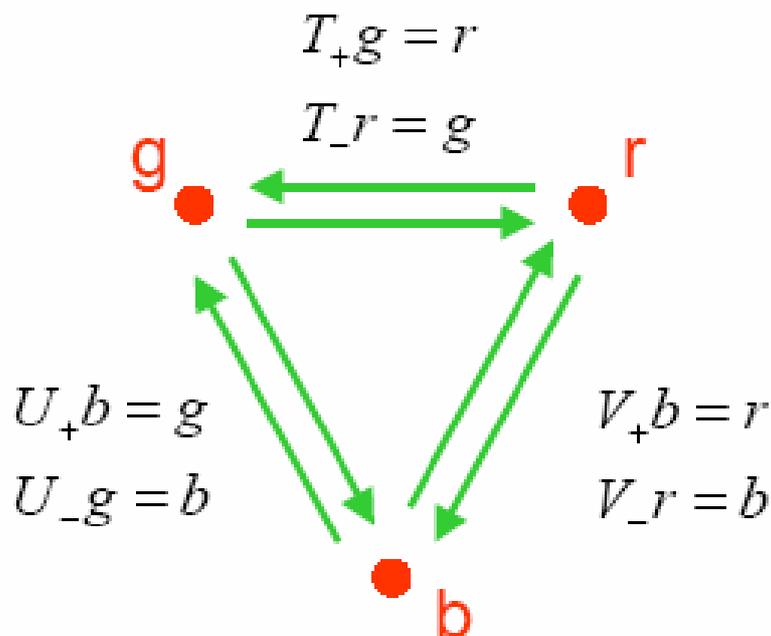
- ◆ La combinazione  $\frac{1}{\sqrt{6}}(rgb - grb + gbr - bgr + brg - rbg)$  e' anche un singoletto di colore e quindi: oggetti formati da  $qqq$  possono esistere come particelle libere:



**BARIONI**



Per provare che e' un singoletto di colore si introducono gli operatori ladder ( rising e lowering ) di SU(3) di colore analoghi a quelli visti nel primo capitolo per SU(3) di sapore:



- ◆ Per riassumere, le particelle libere possono essere formate come :



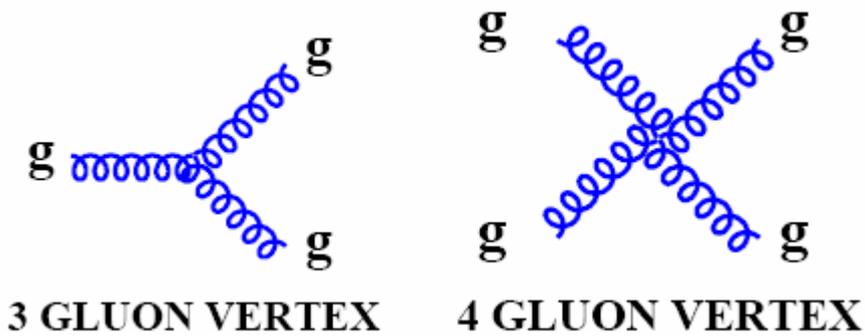
# SELF-INTERACTIONS

★ QCD potrebbe sembrare molto simile alla QED tuttavia in pratica QCD si comporta MOLTO DIVERSAMENTE da QED.

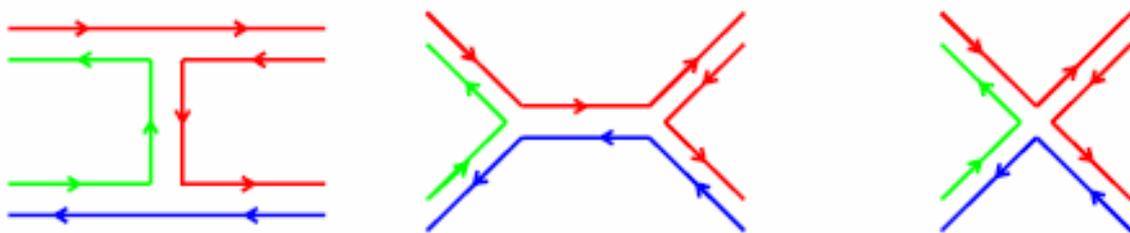
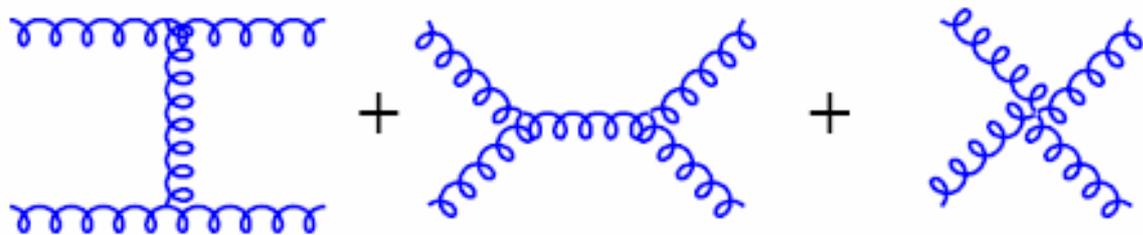
La somiglianza deriva dal fatto che entrambe le teorie implicano lo scambio di un bosone di spin 1 a massa nulla.

LA GRANDE DIFFERENZA sta nel fatto che I GLUONI TRASPORTANO LA CARICA DI COLORE :

**I GLUONI POSSONO INTERAGIRE TRA DI LORO !**



— ESEMPIO: Scattering gluone-gluone  $gg \rightarrow gg$



e.g.  $r \bar{g} + g \bar{b} \rightarrow r \bar{r} + r \bar{b}$

# Asymptotic Freedom and Quark Confinement(1)

★ Dallo studio dello scattering profondamente inelastico abbiamo imparato che quando l' impulso della particella incidente e' estremamente alto, e quindi anche il momento trasferito alla targhetta lo e', allora la particella ha accesso a distanze sempre piu' piccole dentro il nucleone.

A queste distanze la forza forte tra i quark e' sempre piu' piccola ed i quark sono essenzialmente "liberi": e' questo scattering su quark liberi che da' lo "scaling" !

Questo effetto e' chiamato "asymptotic freedom" – Gross, Politzer e Wilczek- Premio Nobel 2004.

Al crescere della distanza tra i quark l' intensita' della forza forte aumenta tenendo i quark "confined" nel nucleone:

"quark confinement" .

Come abbiamo gia' visto, ad un certo punto l' energia a disposizione diventa sufficiente a creare una nuova coppia quark-antiquark portando alla fine alla produzione di un nuovo adrone MA : IMPEDENDO quindi l' emissione dei quark come particelle libere.

Riassumiamo il campo di colore tra due quark: i gluoni che mediano la forza agiscono come sorgenti addizionali del campo di colore. L' interazione gluone-gluone "tira" le linee di forza del colore in un tubo stretto: " STRING". In questo modello la "molla" ha una sua "tensione" e non appena i quark si separano la molla immagazzina energia potenziale. Vedi figura.



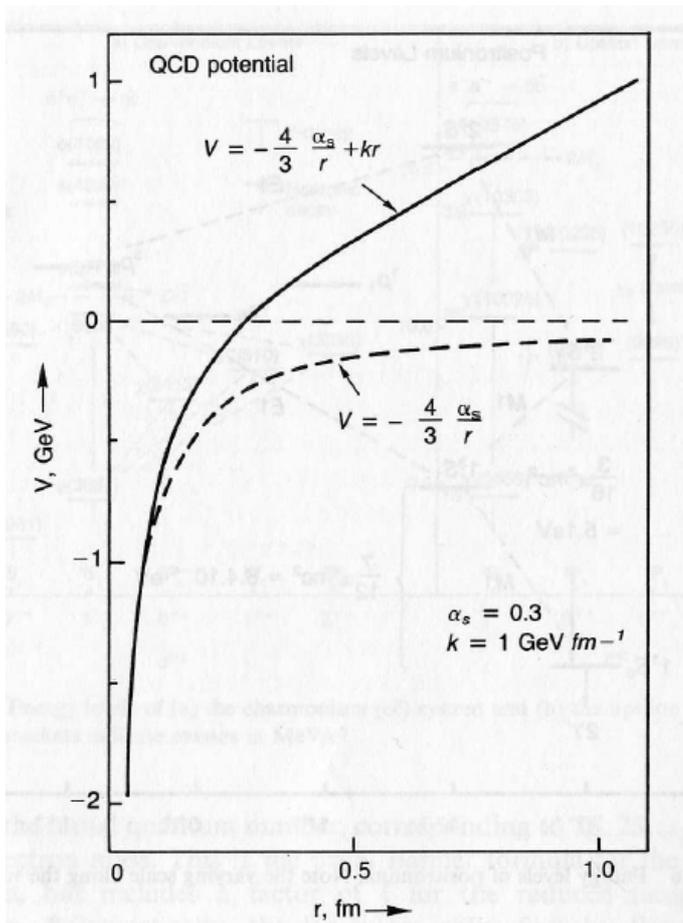
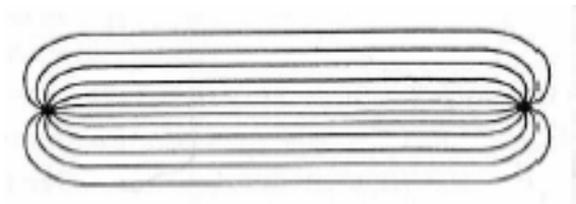
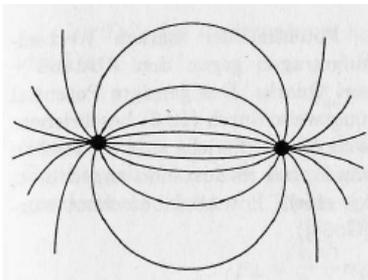
NON SI SONO MAI OSSERVATI  
"FREE quarks/gluons"

# Asymptotic Freedom and Quark Confinement(2)

— Il potenziale di QCD tra quark ha due componenti:

★ Termine Coulombiano: 
$$-\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{r}$$

★ Termine Lineare : 
$$+kr$$



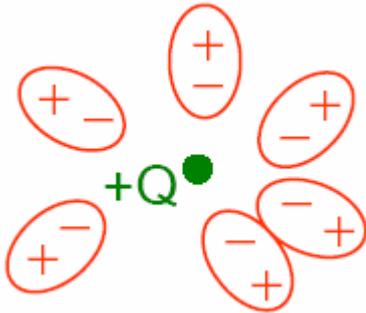
Tirando i quark uno lontano dall'altro, il termine  $k$  lavorerà come una molla elastica incamerando energia. Questa verrà rilasciata in forma di adroni se la molla si spezza.

— Come vedremo nel prossimo capitolo. Questo tipo di potenziale spiega bene gli stati trovati nel charmonio e nel bottonio.

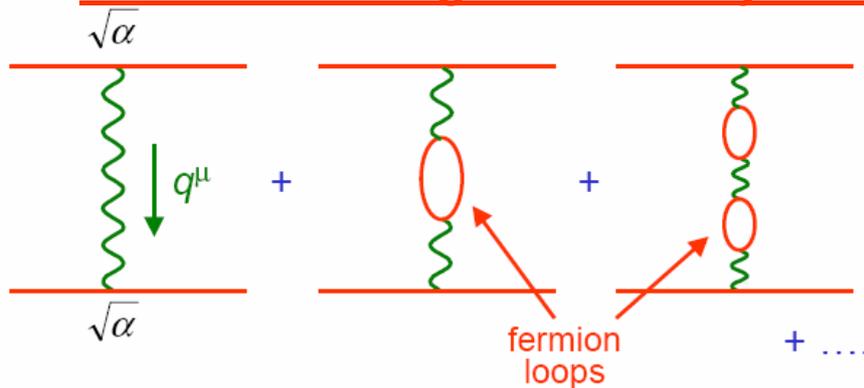
# Running di $\alpha$ e $\alpha_s$ (1)

## ◆ QED:

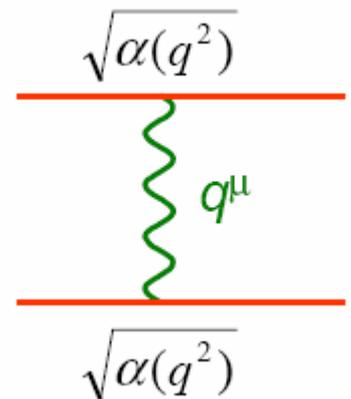
In QED la carica “nuda” dell’ elettrone e’ schermata da una nuvola di coppie virtuali elettrone-positrone:



— In termini di diagrammi di Feynman:



Una serie infinita di diagrammi che possono essere sommati e sostituiti da un singolo diagramma con una costante di accoppiamento “running”

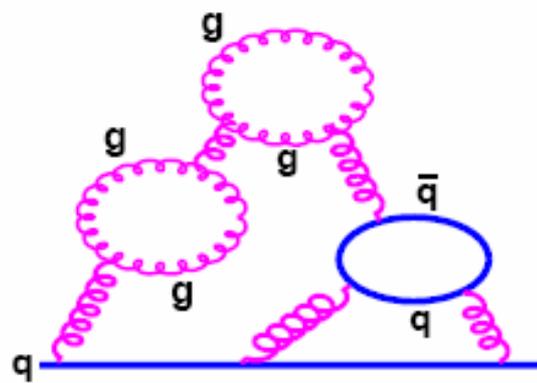
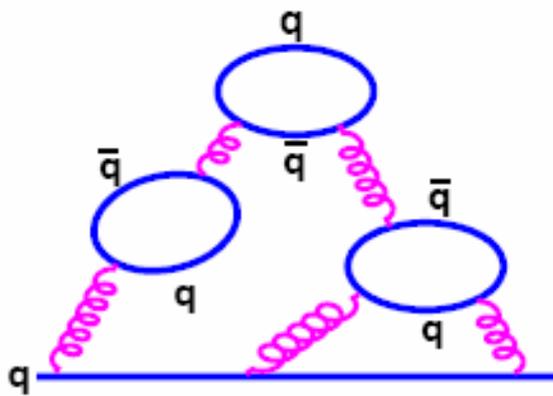
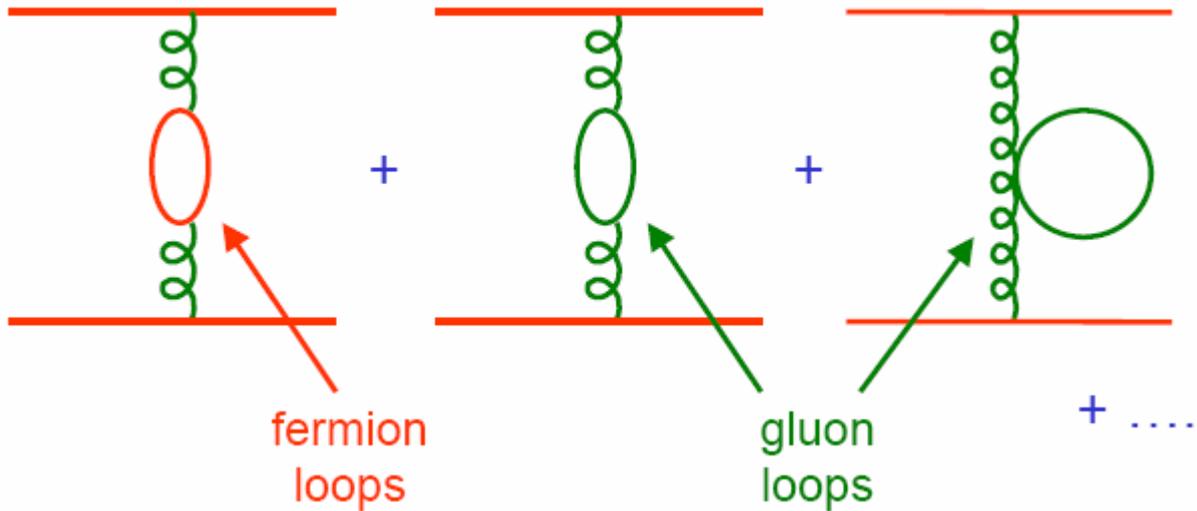


$$\alpha(q^2) = \alpha(q_0^2) / \left[ 1 - \frac{\alpha(q_0^2)}{3\pi} \ln\left(\frac{q^2}{q_0^2}\right) \right]$$

# Running di $\alpha$ e $\alpha_s$ (2)

## ◆ QCD:

In QCD la cosa e' simile MA ora abbiamo I loop gluonici e I diagrammi extra producono effetti ANTI\_SCHERMO:



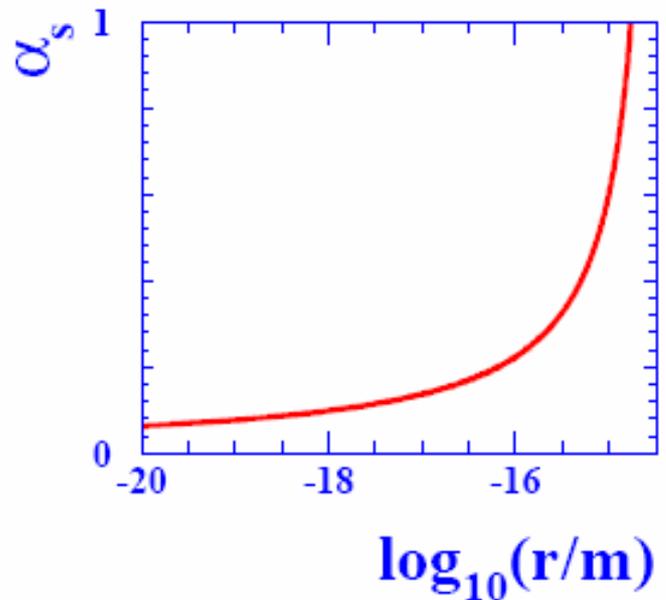
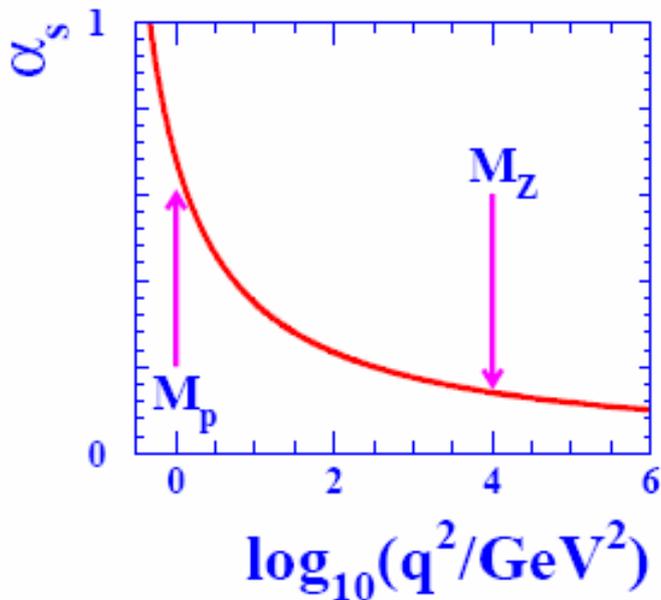
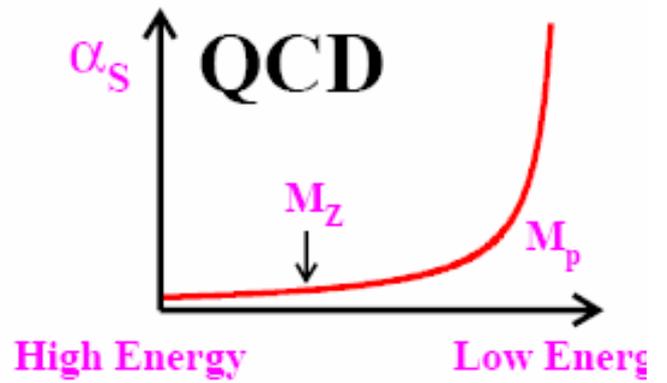
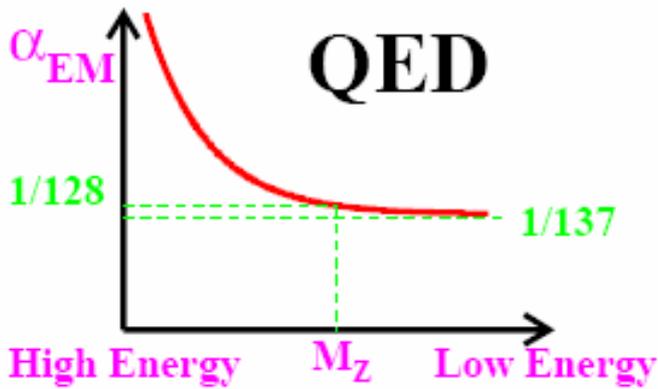
**Anti-Schermo**

$$\alpha_s(q^2) = \alpha_s(q_0^2) / \left[ 1 + B \alpha_s(q_0^2) \ln \left( \frac{q^2}{q_0^2} \right) \right]$$

$$B = \frac{11N_c - 2N_f}{12\pi}$$

$$N_c = 3 \quad N_f = 6$$

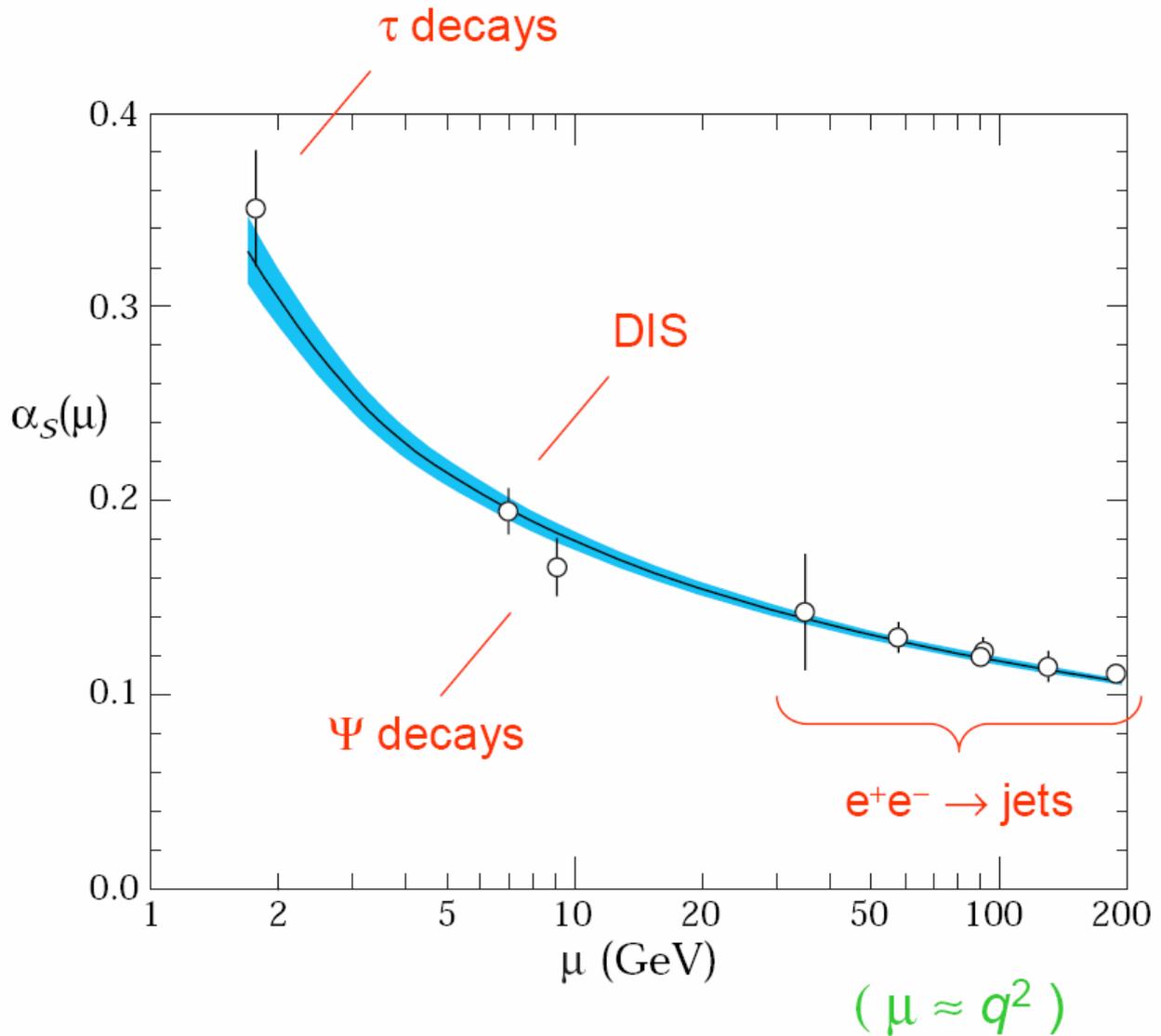
# Running of $\alpha$ and $\alpha_s$ (3)



High Energy  $\equiv$  Short Distances

Low Energy  $\equiv$  Large Distances

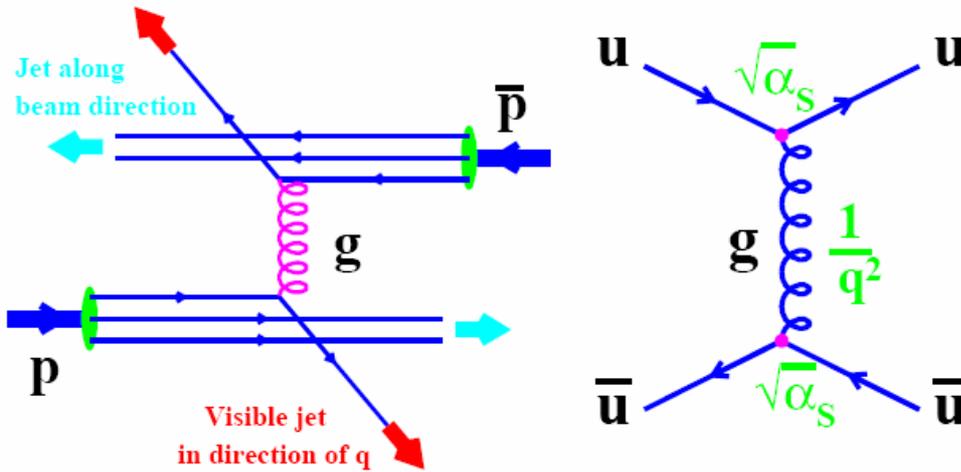
# Measurements of $\alpha_s$



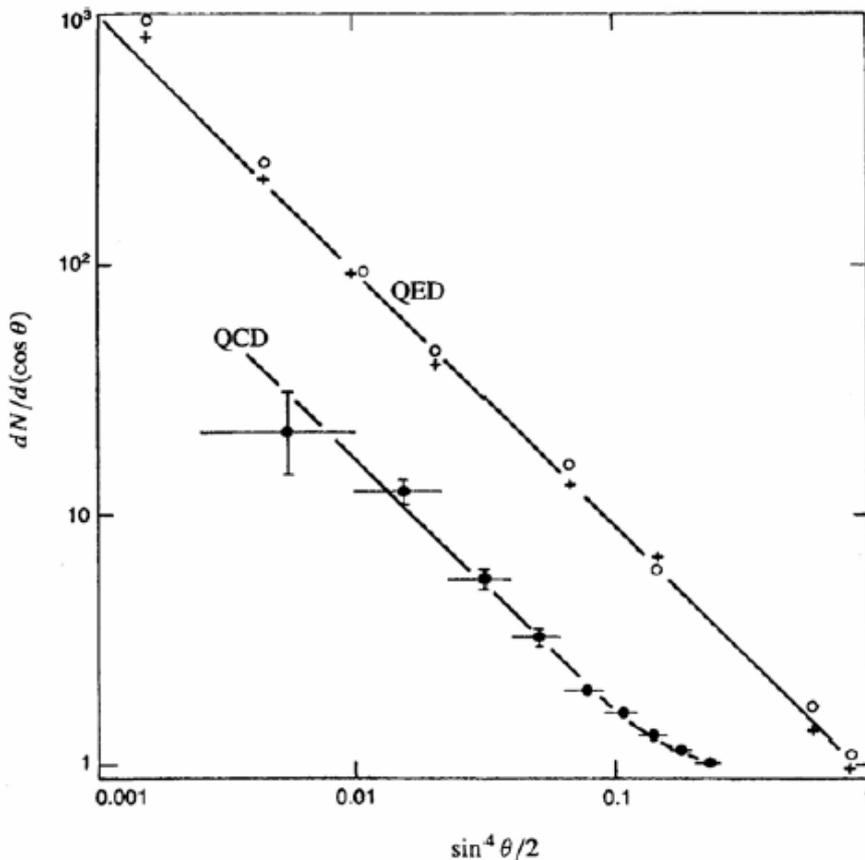
# Scattering in QCD



**ESEMPIO:** scattering protone-antiprotone ad alta energia



$$M \sim \frac{1}{q^2} \sqrt{\alpha_s} \sqrt{\alpha_s} \Rightarrow \frac{d\sigma}{d\Omega} \sim \frac{(\alpha_s)^2}{\sin^4 \theta/2}$$



The upper points are the Geiger and Marsden data (1911) for the elastic scattering of  $\alpha$  particles as they traverse thin gold and silver foils. The lower points show the angular distribution of the quark jets observed in proton-antiproton scattering at  $q^2 = 2000 \text{ GeV}^2$ . Both follow the Rutherford formula for elastic scattering:  $\sin^4 \frac{\theta}{2}$ .

## **Bibliografia Cap 3**



**Introduction to High Energy Physics  
Donald H. Perkins**

**Dal paragrafo 6.1 al paragrafo 6.6 compreso**