

Cap. 7

I Mesoni K Neutri

**Corso di Fisica Nucleare e
Subnucleare II**

Professor Carlo Dionisi

A.A. 2008-2009

Introduzione

I mesoni K neutri costituiscono un sistema di particelle molto particolare all'interno del quale si generano fenomeni insoliti e sorprendenti.

L'interpretazione matematica di tali fenomeni si basa quasi esclusivamente sull'applicazione dei principi fondamentali della meccanica quantistica, in particolare del **Principio di sovrapposizione**.

Come vedremo in questo capitolo, l'osservazione sperimentale degli effetti di oscillazione e rigenerazione costituisce una ulteriore elegante conferma della validità dei suddetti principi.

I Mesoni neutri con “Sapore”

Accoppiando un quark ed un antiquark entrambi di tipo down o entrambi di tipo up di due famiglie diverse si possono formare 4 diversi mesoni con le loro antiparticelle. Come visto questo NON è vero per il quark *t* perché, *decadendo troppo presto*, non forma mesoni.

Ciascuna coppia ha un numero quantico di sapore definito

$$\begin{array}{llll}
 K^0 = d\bar{s} & S = +1 & \bar{K}^0 = \bar{d}s & S = -1 \\
 D^0 = c\bar{u} & C = +1 & \bar{D}^0 = \bar{c}u & C = -1 \\
 B_d^0 = \bar{b}d & B = +1 & \bar{B}_d^0 = b\bar{d} & B = -1 \\
 B_s^0 = \bar{b}s & B = +1, S = -1 & \bar{B}_s^0 = b\bar{s} & B = -1, S = +1
 \end{array}$$

Per convenzione K^0 sta nel doppietto con K^+ , quindi contiene \bar{s} , analogamente per i B^0

Per ognuno, ci sono 4 basi diverse, ciascuna composta da una coppia di stati

1. **gli stati di sapore definito, prodotti dalle interazioni forti (quelli appena elencati)**
2. **gli stati di CP definita**
3. **gli stati di massa e vita media definite, nel vuoto**
4. **gli stati di massa e vita media definite, nella materia** (rilevante solo per i K , gli altri vivono troppo poco)

dato che i mesoni decadono tramite l'interazione debole, gli autostati di CP sarebbero anche autostati di massa se l'interazione debole conservasse CP , invece come vedremo la viola un po'. 3

I Mesoni K neutri

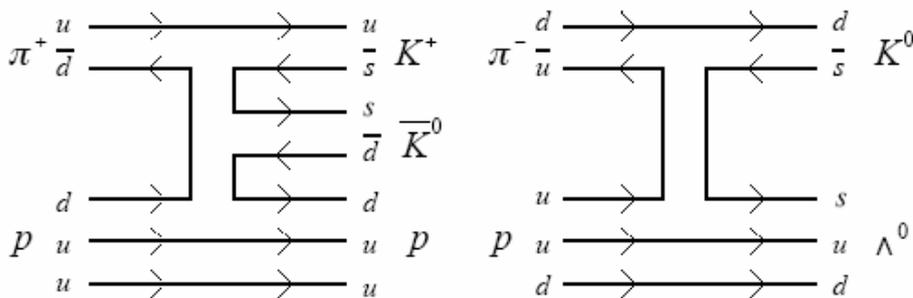


Nel corso FNSN I del terzo anno abbiamo sottolineato come i mesoni K neutri mostrano un insieme di fenomeni spettacolari:

1) Gli stati K^0 e \bar{K}^0 prodotti dalle interazioni forti hanno stranezza definita

$$|K^0\rangle = |d\bar{s}\rangle \quad S = +1 \quad |\bar{K}^0\rangle = |\bar{d}s\rangle \quad S = -1$$

K^0 e \bar{K}^0 possono per esempio essere prodotti dalle seguenti interazioni forti:



Il K^0 prodotto via $\pi^- + p \rightarrow \Lambda + K^0$ ha una soglia di ≈ 0.91 GeV mentre

il \bar{K}^0 prodotto da $\pi^+ + p \rightarrow K^+ + \bar{K}^0 + p$ ha una soglia di ≈ 1.50 GeV.

Quindi con pioni di energia opportuna possiamo produrre un fascio puro in K^0 .

Sperimentalmente dopo pochi metri anche in casi di fasci puri di K^0 troviamo la presenza di \bar{K}^0 .

K^0 e \bar{K}^0 sono connessi da C che inverte I_3

ed abbiamo inoltre un cambiamento di stranezza di $\Delta S = 2$.

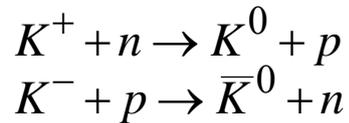
Ma le interazioni forti conservano I_3 ed S e :

per la produzione gli " autostati " sono K^0 ed \bar{K}^0 .

Come abbiamo visto entrambi decadono in pioni via interazioni deboli con $|\Delta S| = 1$ producendo gli stessi stati finali.

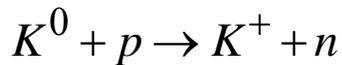
Le interazioni forti distinguono i due stati:

i) poiché essi sono prodotti da reazioni diverse:

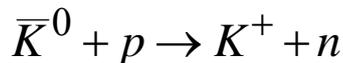


ii) e perché danno luogo a reazioni diverse:

il K^0 produce la reazione:



ma il \bar{K}^0 NON produce la reazione
(dovendosi conservare la Stranezza):



Viceversa esiste la reazione $\bar{K}^0 + p \rightarrow \pi^0 + \Sigma^+$

ma non $K^0 + p \rightarrow \pi^0 + \Sigma^+$

2) I due livelli degeneri K^0 e \bar{K}^0 sono mescolati dalla interazione debole che NON conserva la stranezza:

La non conservazione della stranezza nelle interazioni deboli permette le transizioni



mentre per esempio quelle



sono **PROIBITE** per la conservazione del numero barionico.

3) **Le Interazioni forti** conservano **TUTTI I SAPORI** e quindi anche per i mesoni con charm e beauty avremo la stessa situazione;

4) La maggior parte delle particelle elementari ha la corrispondente antiparticella con la stessa massa, vita media e lo stesso spin ma con la carica (elettrica, barionica, leptonica etc) di segno opposto:

Esempi: elettrone-positrone, protone-antiprotone, neutrone-antineutrone etc

Le particelle “ veramente” neutre che sono identiche alle loro antiparticelle (γ , π , η , ω) formano una classe molto ristretta.

I mesoni K^0 e \bar{K}^0 , avendo stranezza opposta, avranno interazioni forti con i nuclei diverse contrariamente al caso del protone e del neutrone: avranno quindi DIVERSO spin isotopico . Abbiamo infatti due doppietti di isospin:

S	$I_3 = +\frac{1}{2}$	$I_3 = -\frac{1}{2}$
+1	$K^+(u\bar{s})$	$K^0(d\bar{s})$
-1	$\bar{K}^0(\bar{d}s)$	$K^-(\bar{u}s)$

$$K^+ \xleftrightarrow{c} K^- \qquad K^0 \xleftrightarrow{c} \bar{K}^0$$

$$J^{PC} = 0^{-+}$$

5) Mentre K^0 e \bar{K}^0 essendo una l' antiparticella dell' altra, come richiesto dall' invarianza CPT, devono avere masse e vite medie identiche, le interazioni deboli inducono una piccola differenza di massa Δm tra gli stati K_1 e K_2 , vedi in seguito, autostati di CP.

J.W. Cronin and M.S. Greenwood,
Physics Today (July 1982):

So these gentlemen, Gell-Mann and Pais, predicted that in addition to the short-lived K mesons, there should be long-lived K mesons. They did it beautifully, elegantly and simply. I think theirs is a paper one should read sometime just for its pure beauty of reasoning. It was published in *Physical Review* in 1955. A very lovely thing! You get shivers up and down your spine, especially when you find you understand it. At the time, many of the most distinguished theoreticians thought this prediction was really baloney.

Il concetto di “Stranezza” creò piu’ di un rompicapo:

Quale è la natura di K^0 e \bar{K}^0 ? Sono diversi solo per la loro stranezza che comunque è una quantità che non viene conservata dalla interazione debole attraverso la quale entrambi decadono. Per esempio entrambi possono decadere in $\pi^+\pi^-$ e $\pi^+\pi^-\pi^0$. La spiegazione fu fornita da Gell-Mann e Pais (Phys. Rev. 97, 1387 (1955)) prima della scoperta della violazione di P da parte delle interazioni deboli.

Nel seguito riportiamo schematicamente il loro ragionamento:

1) K^0 e \bar{K}^0 sono autostati delle interazioni forti. Sono una l’ antiparticella dell’ altra e quindi una è trasformata nell’ altra dall’ operatore di Coniugazione di Carica e quindi, come detto, hanno stranezza opposta. Se non ci fossero le interazioni deboli K^0 e \bar{K}^0 avrebbero la stessa massa. L’ interazione debole “ROMPE” la degenerazione in massa e rende le due particelle non stabili e rende quindi possibile

$K^0 \Leftrightarrow \bar{K}^0$: Cioè l’ oscillazione tra i due stati !!

- 2) Le particelle con masse e vite medie ben definite sono gli stati fisici. Questi sono cioè gli autostati dell' Hamiltoniano Totale che include quindi sia le interazioni forti che quelle deboli. Questi stati sono combinazioni lineari di K^0 e \bar{K}^0 : gli autostati delle interazioni forti.
- 3) A quel tempo si conosceva solo il decadimento $K^0 \rightarrow \pi\pi$. Quindi la transizione virtuale $K^0 \Leftrightarrow \pi^+\pi^-\Leftrightarrow \bar{K}^0$, indotta dalle interazioni deboli, ci fa pensare ad un cambiamento di rappresentazione per la quale i nuovi stati, ottenuti "mescolando" K^0 e \bar{K}^0 , siano autostati di CP.

Questo lavoro porta quindi alle seguenti predizioni:

- 1) si deve osservare la trasformazione di K^0 in anti- K^0 ;**
- 2) deve esistere, vedi di seguito, una seconda particella con valore di CP opposto alla prima e per la quale quindi è proibito il decadimento in 2π . Questo ha come conseguenza che la vita media di questa particella è di circa tre ordini di grandezza più lunga di quella che decade in 2π .**

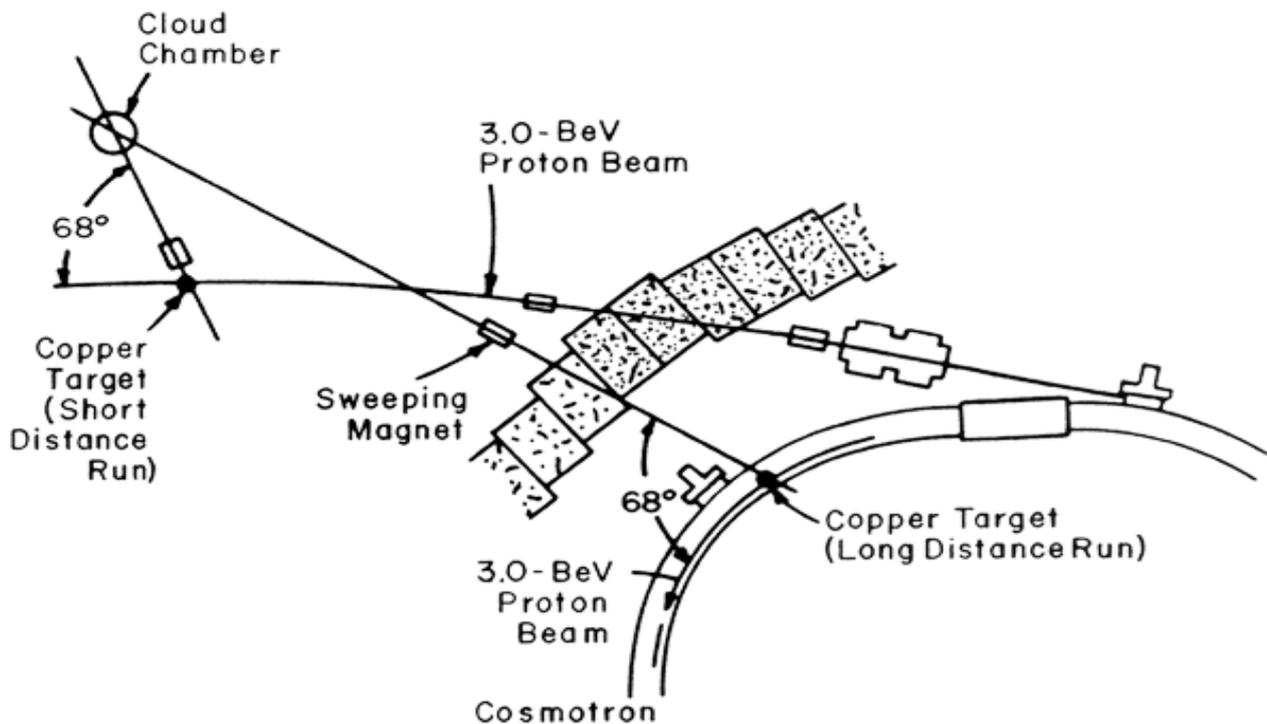
Nel 1956 Lande et al esposero la camera a nebbia in campo magnetico di 36 pollici (con 90% di elio e 10% di argon) alla radiazione neutra emessa 6 metri prima dall' interazione di un fascio di protoni da 3 GeV del Cosmotrone di Brookhaven su di un bersaglio di rame.

I sei metri di cammino rappresentano circa 100 vite medie per le particelle K_0 e Λ prodotte dalla interazione.

Vengono osservati 26 eventi a due rami NON bilanciati in momento trasverso rispetto alla linea di volo della particella madre.

Scoperta di K_L

La prima osservazione di un K neutro a vita media lunga avvenne nel 1956 nei laboratori nazionali di Brookhaven ad opera di Lande e Lederman al Cosmotrone



- Il cammino di 6 metri tra il fascio e la camera a nebbia rappresenta 100 vite medie per K^0 e Λ^0
- registrati nella camera 26 eventi V-zero con un Q-value anomalo per decadimenti in 2 \Rightarrow
- consistenza con decadimenti in 3 corpi di mesoni neutri di massa circa $500 \text{ MeV}/c^2$

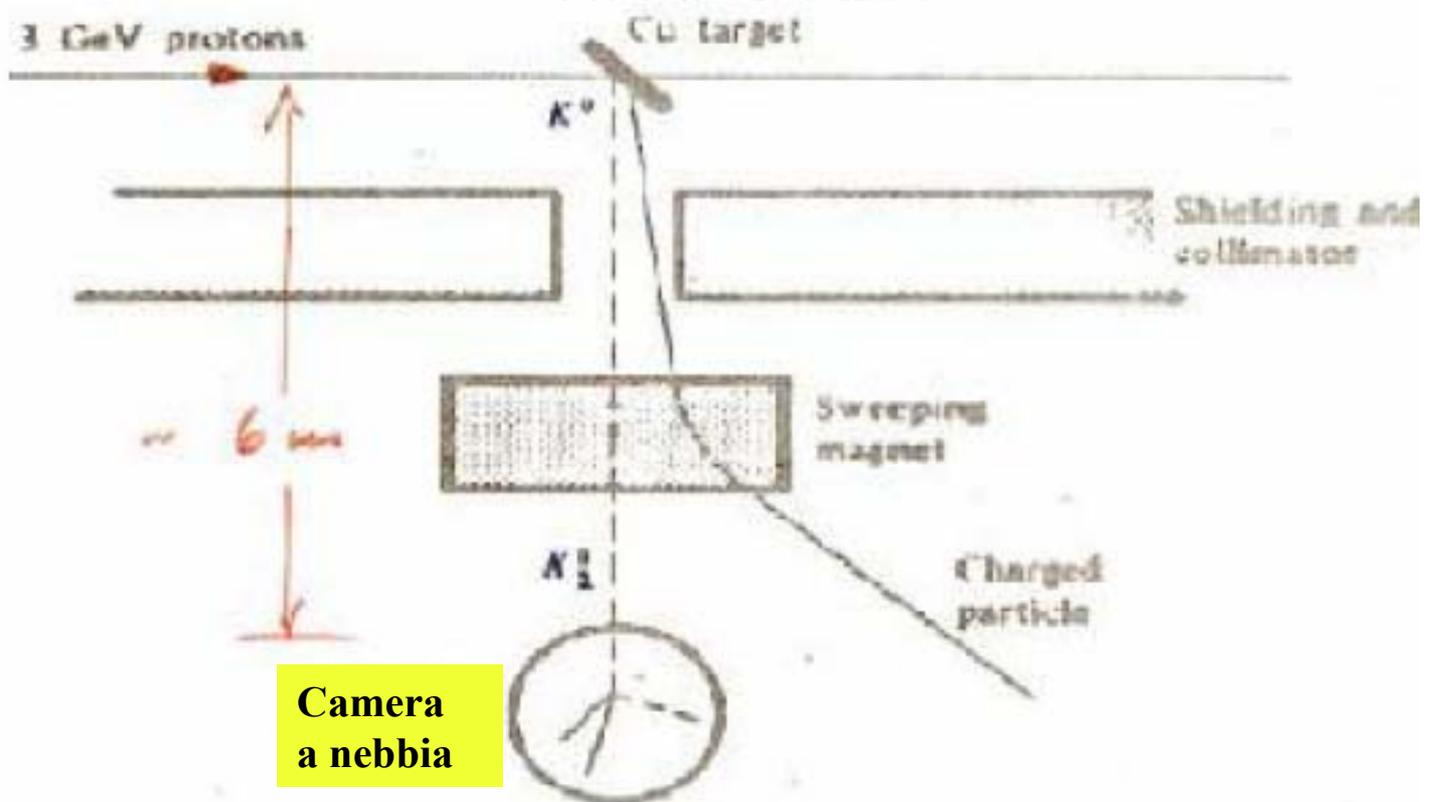
Prima stima della vita media:
 $K_L \sim 0.53 \cdot 10^{-7}$ secondi

Observation of Long-Lived Neutral Particles*

K. LANDE, E. T. BOOTH, J. IMPEDUGLIA, AND L. M. LED
Columbia University, New York, New York

AND

W. CHUNOWSKY, *Brookhaven National Laboratory,
Upton, New York*



- ◆ Durante il tragitto tutti i kaoni devono decadere;
- ◆ Osservati 26 decadimenti in tre corpi riconducibili solo a mesoni K neutri;
- ◆ Si ottiene una prima stima della vita media di questi 26 eventi:
 $10^{-9} \text{ s} < \tau < 10^{-6} \text{ s}$

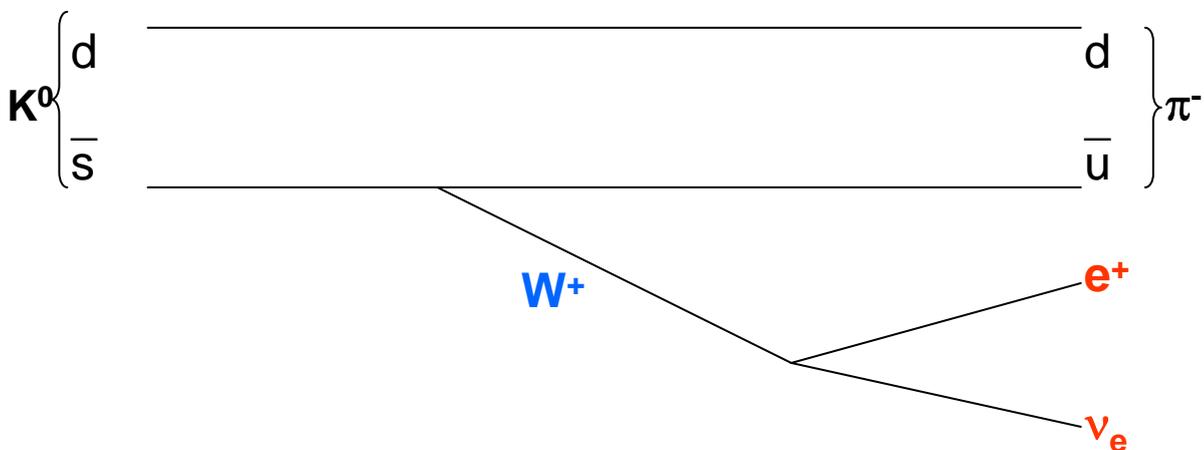
Questi eventi sono riconducibili a decadimenti in

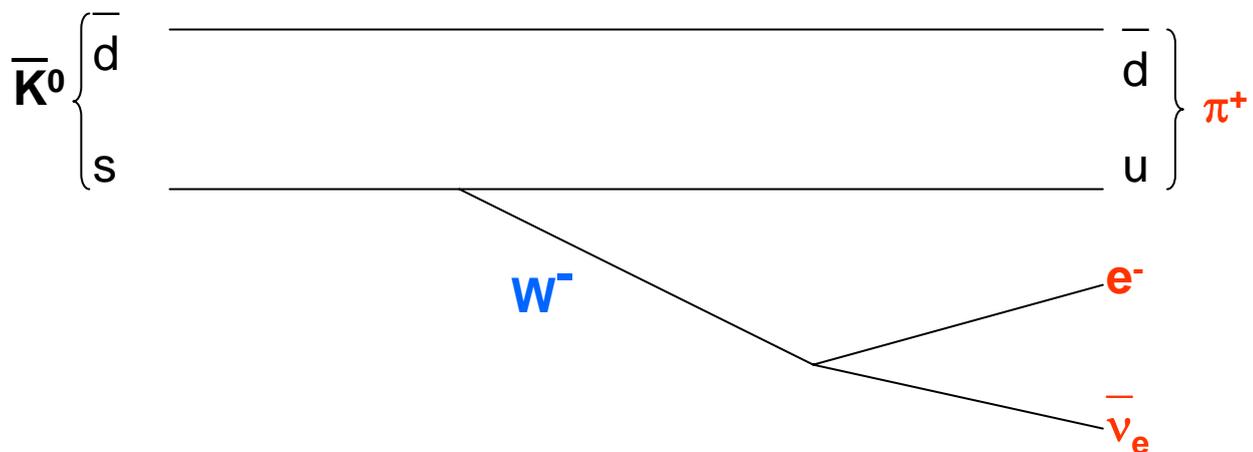
$$\pi^{\pm} e^{\mp} \nu, \pi^{\pm} \mu^{\mp} \nu \text{ e } \pi^{\pm} \pi^{\mp} \pi^0$$

Con vite medie di circa 10^{-7} secondi. Pochi mesi dopo lo stesso Lande, Lederman e Chinowsky confermano questo risultato. Questi ultimi andarono oltre osservando nella camera a nebbia interazioni di queste particelle con i nuclei della camera che davano stati finali con iperoni come :

$$K^0 + \text{nucleo di elio} \rightarrow \Sigma^- p p n \pi^+$$

Uno stato con stranezza negativa !!! Ma i neutri prodotti 6 metri prima provengono da reazioni di protoni su rame ad una energia tale che la soglia di produzione di K^0 e' ben piu' piccola di quella di produzione di anti- K^0 : **il fascio neutro creato e' in modo schiacciante fatto di K^0 MA DOPO 6 METRI si e' "trasformato" in anti- K^0 :** conferma della ipotesi di oscillazioni predetta da Gell-Mann e Pais !!!



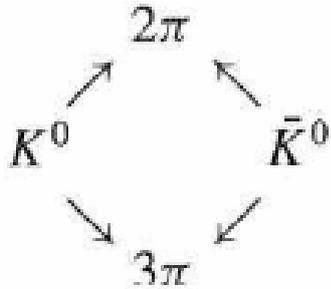


Ma ne' K^0 ne' \bar{K}^0 hanno una CP definita e questo si puo' esprimere come:

$$CP|K^0\rangle \rightarrow \eta|\bar{K}^0\rangle, \quad CP|\bar{K}^0\rangle \rightarrow \eta'|K^0\rangle$$

Decadimenti dei K neutri

Poiché K^0 e \bar{K}^0 decadono via interazioni deboli negli stessi stati finali, si può pensare che si trasformino uno nell'altro o essere una mistura di essi come nel diagramma che segue.

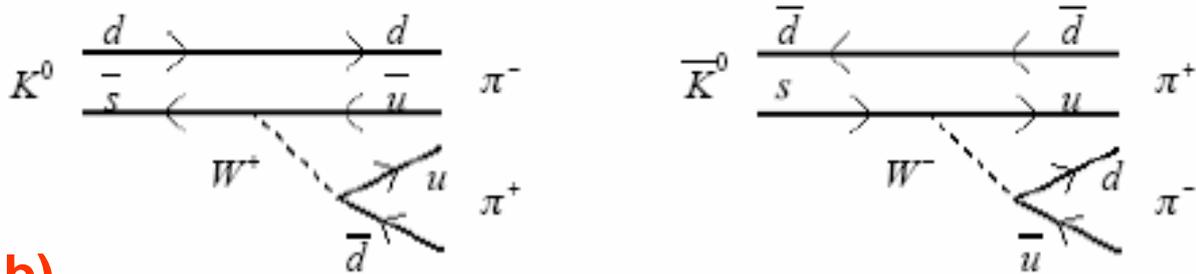


Questo può essere espresso come :

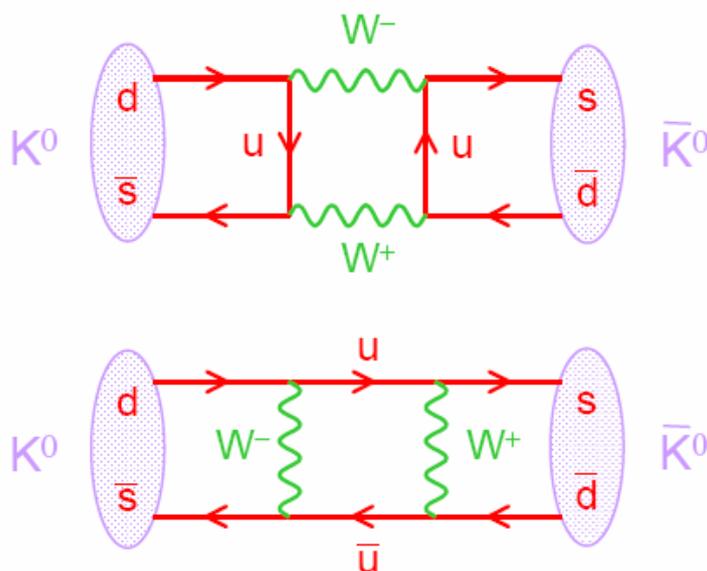
$$|K(t)\rangle = \alpha(t)|K^0\rangle + \beta(t)|\bar{K}^0\rangle$$

I decadimenti li possiamo rappresentare con i grafici in a) oppure dai diagrammi al secondo ordine, diagrammi a box, b) :

a)



b)



Autostati di CP

Scegliendo una fase opportuna si ha, facendo la convenzione $C|K^0\rangle = +|\bar{K}^0\rangle$,

$$CP|K^0\rangle = -1|\bar{K}^0\rangle ; CP|\bar{K}^0\rangle = -1|K^0\rangle$$

Quindi : gli stati di sapore definito NON hanno CP definita: NON sono autostati di CP.

Tuttavia si possono costruire combinazioni lineari di questi stati tali da avere autostati di CP: se supponiamo che la interazione debole sia invariante per CP allora lo stato di CP del K PRIMA di decadere dovrà essere BEN DEFINITO:

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle) \quad CP = +1$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle) \quad CP = -1$$

$|K_1^0\rangle$ e $|K_2^0\rangle$ hanno rispettivamente simmetria di CP pari e dispari:

$$CP|K_1^0\rangle = +|K_1^0\rangle \quad CP|K_2^0\rangle = -|K_2^0\rangle$$

Come detto in precedenza, nel 1956 vennero osservati sperimentalmente due modi di decadimento dei K neutri:

$$K_S^0 \rightarrow 2\pi \quad \tau_S = 0.89 \times 10^{-10} s$$

$$K_L^0 \rightarrow 3\pi \quad \tau_L = 0.53 \times 10^{-7} s$$

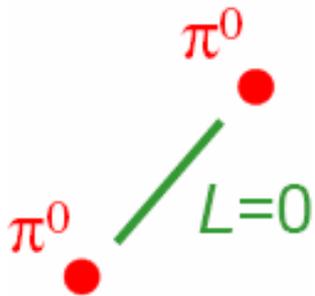
L'origine dei nomi "long" e "short" deriva dalla grande differenza delle vite medie di queste particelle. Questi decadimenti suggerirebbero che:

$$K_S^0 = K_1^0 \quad K_L^0 = K_2^0$$

e questo legato alle loro simmetrie di CP (vedi le prossime due pagine) :

$$CP|3\pi\rangle = (-1)^3|3\pi\rangle = -|3\pi\rangle$$

$$CP|2\pi\rangle = (-1)^2|2\pi\rangle = +|2\pi\rangle$$



$$J^P: 0^- \rightarrow 0^- + 0^-$$

Per la conservazione del momento angolare avremo : $\Rightarrow L = 0$

$$\Rightarrow P(\pi^0 \pi^0) = -1 \cdot -1 \cdot (-1)^L = (-1)^L = +1$$

Il π^0 e' autostato di C per cui : $\hat{C}|\pi^0\rangle = +|\pi^0\rangle$

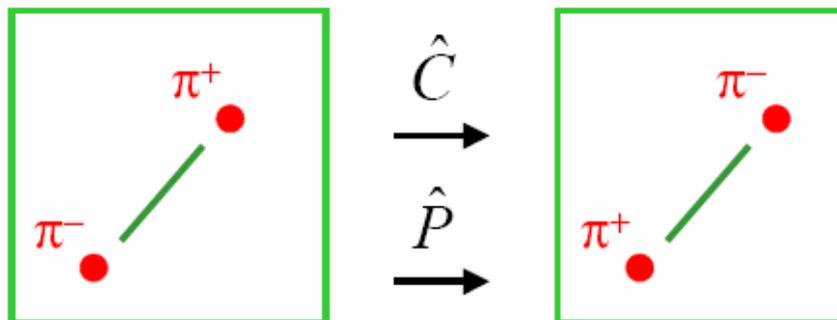
$$\Rightarrow C(\pi^0 \pi^0) = +1 \cdot +1 = +1$$



E' ancora $L = 0$ per cui avremo :

$$\Rightarrow P(\pi^+ \pi^-) = -1 \cdot -1 \cdot (-1)^L = (-1)^L = +1$$

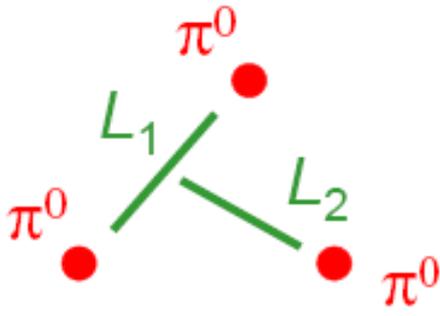
Gli operatori C e P , non essendoci spin, hanno un effetto identico :



$$\Rightarrow C(\pi^+ \pi^-) = P(\pi^+ \pi^-) = (-1)^L = +1$$

\Rightarrow **CP = +1** Sia per $\pi^+ \pi^-$ che per $\pi^0 \pi^0$

$$K^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0$$



$$J^P : 0^- \rightarrow 0^- + 0^- + 0^-$$

Per la conservazione del momento angolare avremo :

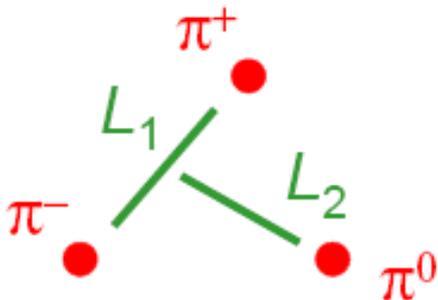
$$\Rightarrow L_1 \oplus L_2 = 0$$

$$\Rightarrow L_1 = L_2$$

$$\Rightarrow P(\pi^0 \pi^0 \pi^0) = -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot (-1)^{L_1} \cdot (-1)^{L_2} = -1$$

$$C(\pi^0 \pi^0 \pi^0) = +1 \cdot +1 \cdot +1 = +1$$

$$K^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$$



Come nel caso precedente avremo :

$$L_1 = L_2$$

$$\Rightarrow P(\pi^+ \pi^- \pi^0) = -1 \cdot -1 \cdot -1 \cdot (-1)^{L_1} \cdot (-1)^{L_2} = -1$$

$$C(\pi^+ \pi^- \pi^0) = +1 \cdot C(\pi^+ \pi^-) = +1 \cdot (-1)^{L_1} = +1$$

Sperimentalmente, dallo studio delle distribuzioni angolari dei π^+ , π^- si trova $L_1 = 0$

$$\Rightarrow CP = -1$$

sia per $\pi^0 \pi^0 \pi^0$ che per $\pi^+ \pi^- \pi^0$

Autostati di CP

- ◆ Possiamo da quanto detto concludere che, se in natura CP e' conservato, avremo:

$$K_1^0 \rightarrow 2\pi, \quad K_2^0 \not\rightarrow 2\pi \quad K_1^0 \not\rightarrow 3\pi, \quad K_2^0 \rightarrow 3\pi$$

- ◆ Così' i Kaoni neutri sono prodotti via interazioni forti come:

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle) \quad |\bar{K}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_2^0\rangle - |K_1^0\rangle)$$

ma decadono via interazioni deboli come K_1 e K_2

- ◆ Sarebbe quindi naturale fare la identificazione

$$K_1^0 = K_S \quad ; \quad K_2^0 = K_L$$

i.e. : gli stati fisici K^0 osservati di massa e vita media definite sono:

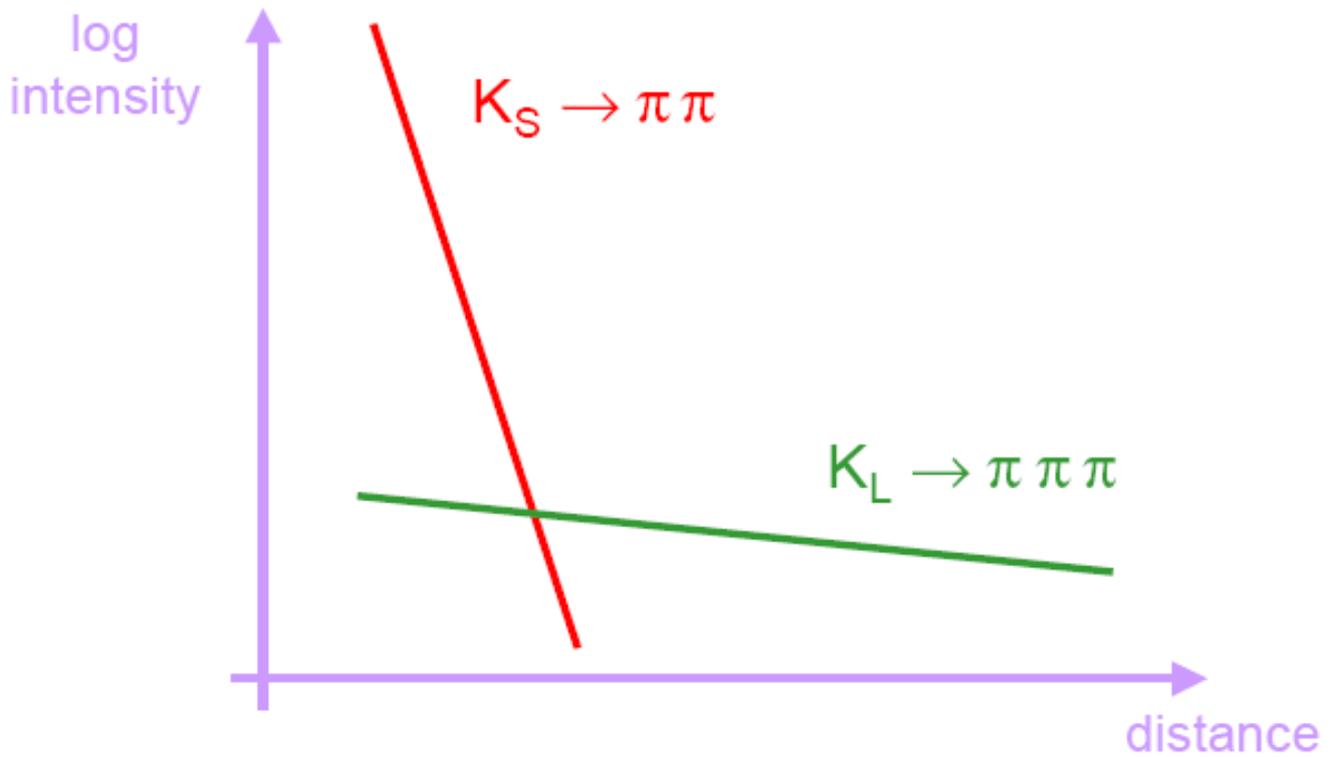
$$K_S \quad CP = +1 \quad \tau_S = 0.9 \times 10^{-10} s$$

$$K_L \quad CP = -1 \quad \tau_L = 0.5 \times 10^{-7} s$$

$$m_S \approx m_L \approx 498 \text{ MeV}$$



Ci aspettiamo di vedere, e troviamo, il decadimento in 2π vicino al punto di produzione di un fasci di K^0 e quello in 3π alla fine:



Proprieta' dei mesoni K_S^0 e K_L^0

Gli stati che hanno massa e vita media definita sono K_S e K_L (onde monocromatiche smorzate con diverse frequenze e costanti di smorzamento)

K^0 e \bar{K}^0 sono ciascuno una sovrapposizione lineare di K_S e K_L (onde dicromatiche), non hanno quindi massa (frequenza) e vita media definite

Un valore della massa, comune a K_S e K_L , m_{K^0} si può definire dal processo forte di produzione, ma non è una definizione precisa

K_S^0	K_L^0
$m_{K^0}=497.672\pm 0.031 \text{ MeV}$	$m_{K^0}= 497.672\pm 0.031 \text{ MeV}$
$t_S=89.35\pm 0.08 \text{ ps}$	$t_L=51.7\pm 0.4 \text{ ns}$
$c t_S=2.67 \text{ cm}$	$c t_L=15.5 \text{ m}$
$G_S=1/t_S = 7.4 \mu\text{eV}$	$G_L= 0.013 \mu\text{eV} \approx G_S/580$

Il valore assoluto della differenza di massa si misura dal periodo delle oscillazioni del sistema

il segno con esperimenti di rigenerazione nella materia

Le due masse differiscono pochissimo in valore relativo, 7 ppm.

$$\Delta m_{K^0} \equiv m_{K_L^0} - m_{K_S^0} = 3.51 \pm 0.018 \mu\text{eV} = 5.303 \pm 0.009 \text{ ns}^{-1}$$

$$1 \mu\text{eV} = 1.52 \text{ ns}^{-1}$$

$$1 \text{ ns}^{-1} = 0.66 \mu\text{eV}$$

Nota Bene: K^0 e \bar{K}^0 si distinguono dal loro modo di essere prodotti mentre K_S e K_L dal loro modo di decadere

Proprieta' dei mesoni K_S^0 e K_L^0

L'accidente che la massa di 3π con $CP=-1$ sia solo di poco inferiore alla massa dei K , fa sì che una vita media sia molto maggiore dell'altra (580 volte)

La differenza delle larghezze, per definizione <0 , vale

$$\Delta\Gamma \equiv \Gamma_L - \Gamma_S \approx -\Gamma_S = -7.4 \mu\text{eV} = -11.2 \text{ ns}^{-1}$$

Casualmente è un valore simile a $2\Delta m = 2 \times 3.51 \pm 0.018 \mu\text{eV}$

$$\Delta\Gamma \approx -2\Delta m$$

$$1 \mu\text{eV} = 1.52 \text{ ns}^{-1}$$

$$1 \text{ ns}^{-1} = 0.66 \mu\text{eV}$$

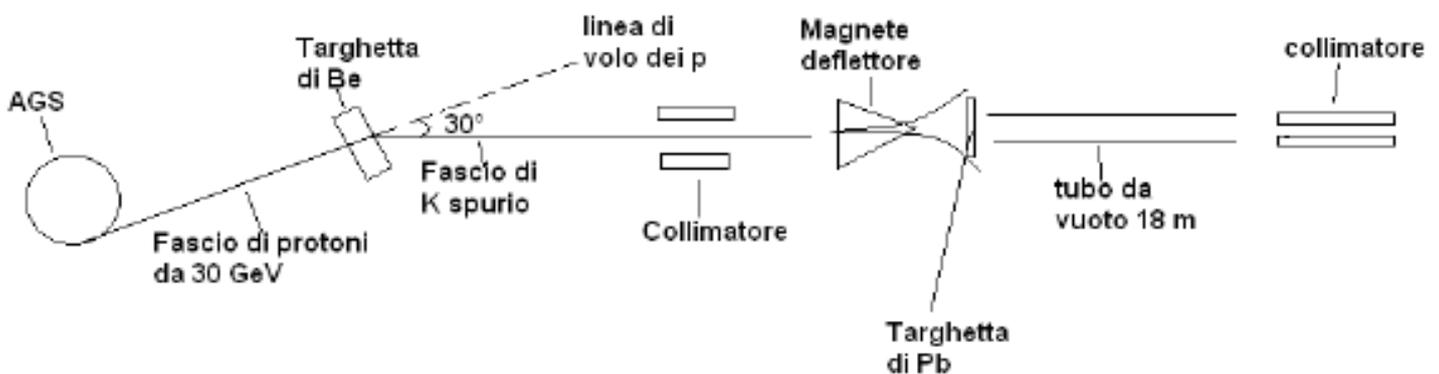
Violazione di CP

- ◆ Se CP e' una "good symmetry", allora il decadimento $K_2 \rightarrow 2\pi$ e' "strictly forbidden" !
Christenson et al. Costruirono un esperimento per verificare questo.

- ◆ **Alternating Gradient Synchrotron (AGS) a Brookhaven**

- Fascio di protoni da 30 GeV;
- Bersaglio di berilio;
- il fascio dei K^0_2 selezionati a 30° rispetto alla direzione dei protoni;
- Un collimatore a 4.5 m a valle del bersaglio, un magnete a 6..5 m e un secondo collimatore a 10 m

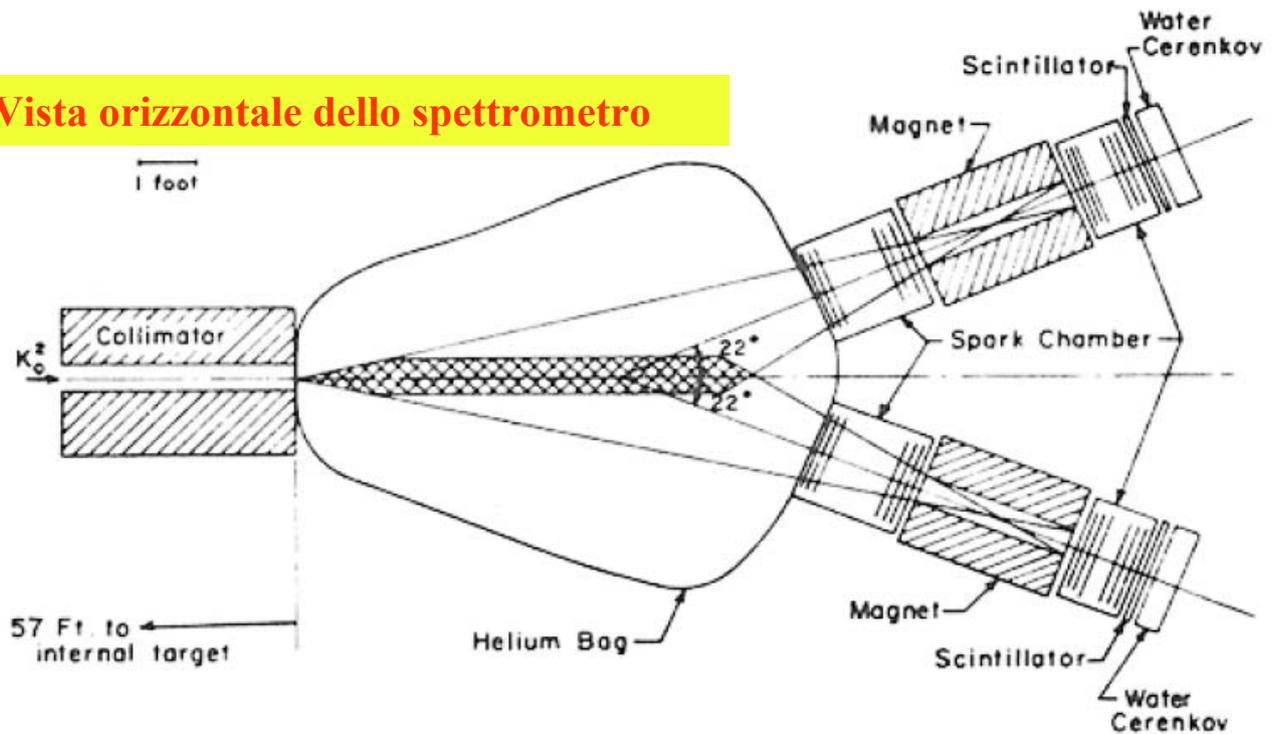
- ◆ Vedi figura di seguito



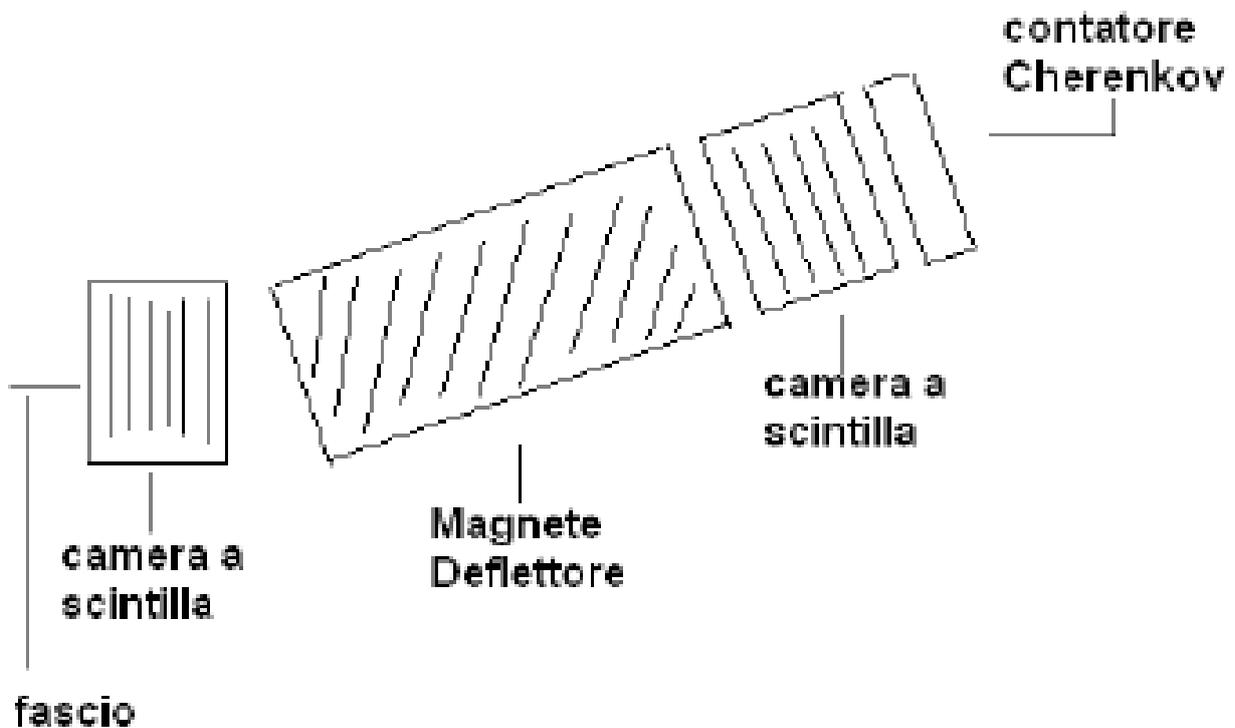
- ◆ **I K^0_1 decadono prima di raggiungere il secondo collimatore.**

Osservazione di $K_2 \rightarrow 2\pi$

Vista orizzontale dello spettrometro



Vista verticale dello spettrometro (un braccio)



◆ **Componenti dei due bracci dello spettrometro:**

- camere a scintilla
- magneti
- scintillatore
- contatore Cerenkov ad acqua

- ◆ Le camere a scintilla venivano triggerate dalla coincidenza tra il Cerenkov ($v > 0.75 c$ - pioni) e lo scintillatore.

Questo rigetta la gran parte delle particelle lente prodotte da collisioni di neutroni.

Riassumiamo di seguito i decadimenti predominanti del K_L^0

$$K_L^0 : BR \begin{cases} \pi^\pm e^\mp \nu_e & \sim 40.5 \\ \pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu & \sim 27.0 \\ 3\pi^0 & \sim 19.4 \\ \pi^+ \pi^- \pi^0 & \sim 12.6 \end{cases}$$

Per identificare i decadimenti in due π in un così vasto background di eventi si proseguì nella seguente maniera :

- La somma vettoriale dei tri-impulsi delle particelle emergenti dal decadimento doveva giacere lungo la stessa direzione di ingresso del mesone K_L^0 (questa la conosciamo grazie al collimatore posto all'inizio dell'apparato sperimentale).
- La massa invariante dei due pioni dovrebbe coincidere con quella del K_L^0 ($M_{12}^2 = (E_1 + E_2)^2 - (p_1 + p_2)^2 \simeq m_L^2$) all'interno dell'errore sperimentale.
- Le particelle emergenti dovevano essere di carica opposta.

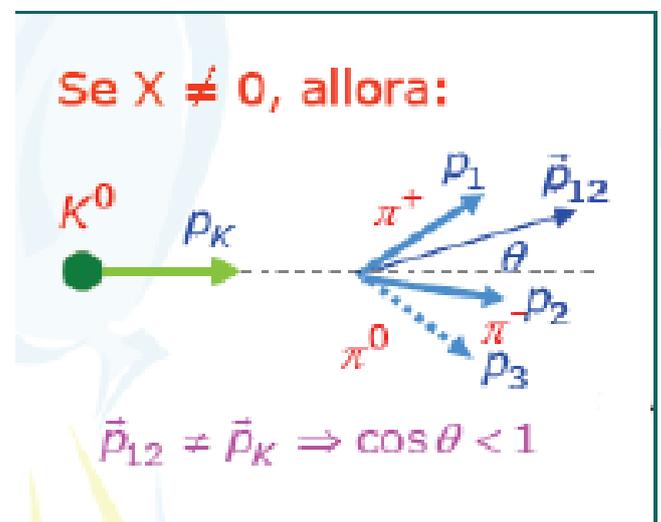
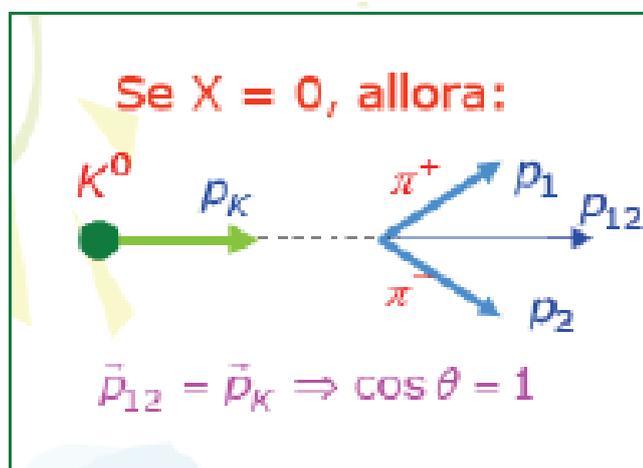
La prima condizione (Vedi Fig 1.) implica che l'angolo formato tra la somma vettoriale dei tri-impulsi delle particelle emergenti (\vec{P}_{12}) dovrebbe formare un angolo nullo con il vettore tri-impulso del mesone $K_L^0 \implies \vec{P}_{12} \cdot \vec{P}_{K_L^0} = 0$ (vettori paralleli) e tale condizione è soddisfatta se il decadimento è a due corpi (nel nostro caso due particelle di egual massa e cariche opposte). Tale condizione non è invece soddisfatta nel caso del decadimento a tre corpi (l'angolo formato è in generale non nullo).

Figura 1: configurazione degli impulsi nei decadimenti a due e tre corpi.



$$\vec{P}_{12} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$$

θ è l'angolo tra \vec{p}_{12} e \vec{p}_K



Osservazione di $K_2 \rightarrow 2\pi$: analisi dati

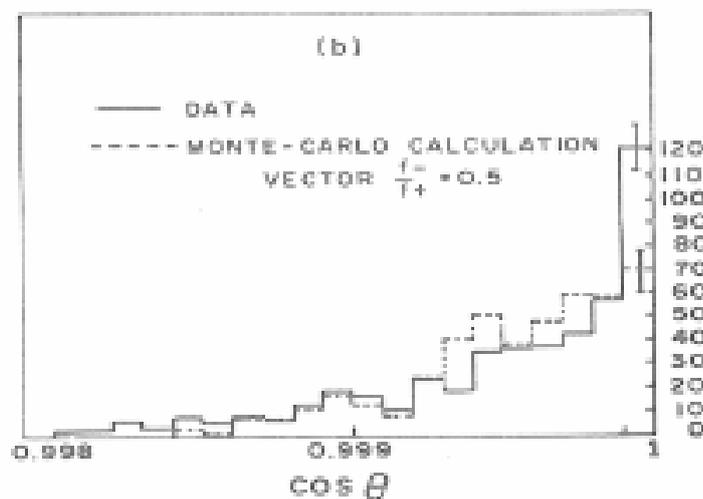
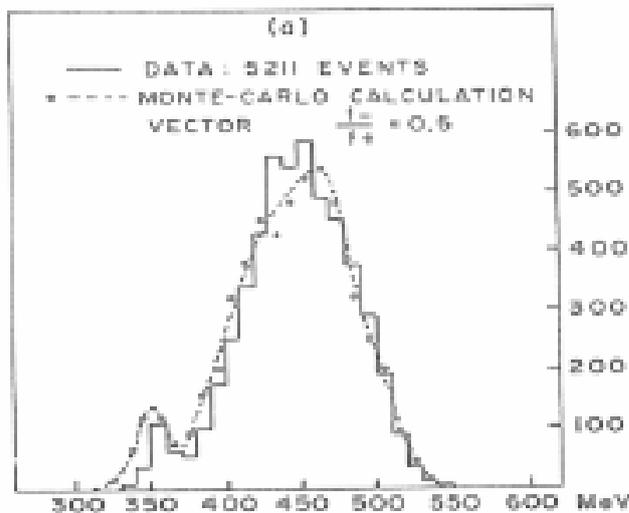
◆ Eventi di segnale:

- coppia di particelle, ognuna nei due diversi bracci dello spettrometro, con carica opposta;
- la massa invariante della coppia deve corrispondere a quella del K_2 (498 MeV)
- la risultante dei due momenti vettoriali delle due particelle deve avere la direzione del K_2 ;

◆ Eventi di fondo:

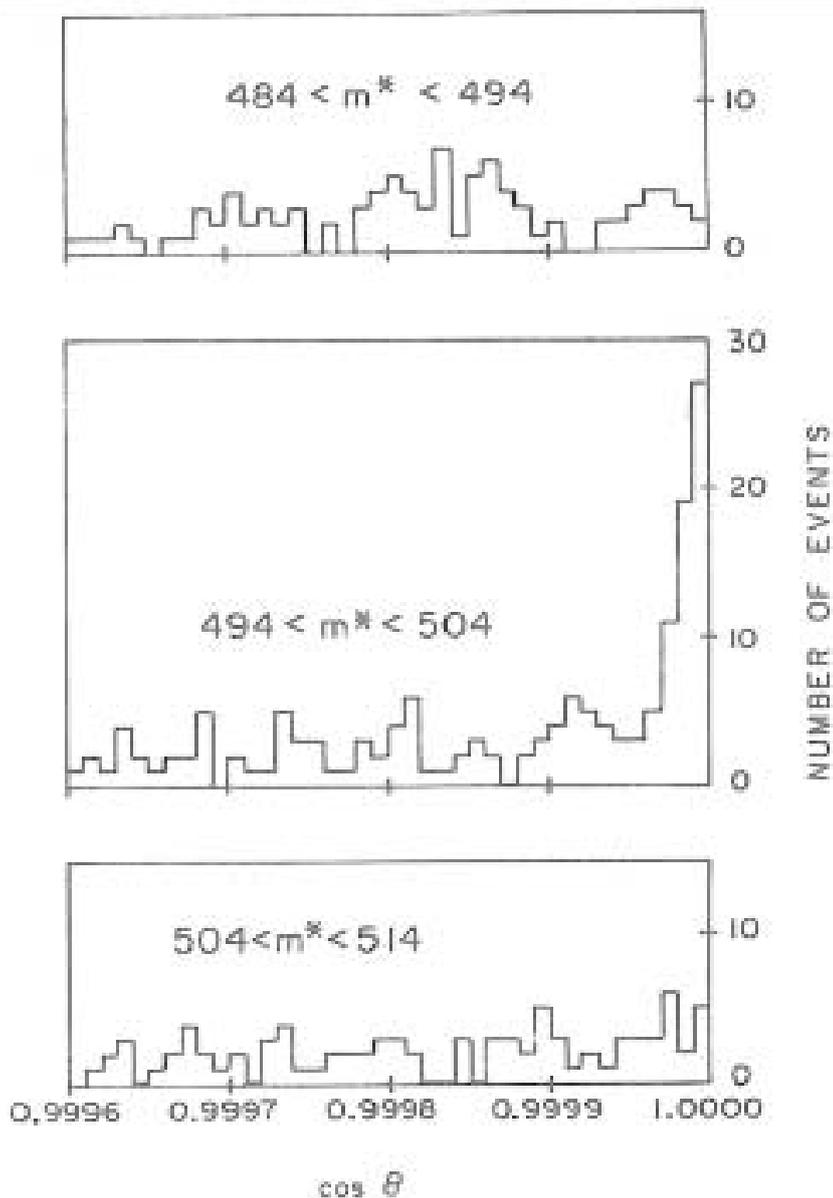
- $K_2 \rightarrow 3\pi$, la massa invariante formata con due particelle cariche di questo decadimento, assegnando a ognuna delle due particelle cariche la massa del pione carico, varia tra 280-363 MeV;
- $K_2 \rightarrow \pi\mu\nu$, (280-516 MeV)
- $K_2 \rightarrow \pi e\nu$, (280-536 MeV)

Risultati



- Calibration: decays of K_S^0 (into two pions) produced by regeneration in tungsten.
- Distribution in the invariant mass for all K_S^0 decays (top figure).
- Angular distribution of events in the range of invariant masses from 490 to 510 MeV (expected 498 MeV): measurements and calculations for background events (bottom figure).
- Clear excess of events at small θ .

Risultati



- Angular distributions of events in three invariant mass ranges: peak at $\theta=0$ is seen only for masses similar to the kaon mass (498 MeV). 45 events in the forward peak after background subtraction.
- The mass of K_2^0 was found from the measurements of invariant mass as 499.1 ± 0.8 MeV. This is in agreement with the mass K_1^0 found from calibration regeneration experiment (498.1 ± 0.4 MeV).

Risultati e conclusioni

- Branching ratio: $R=(K^0_2 \rightarrow \pi^+ + \pi^-)/(K^0_2 \rightarrow \text{all charged modes}) = (2.0 \pm 0.4) \times 10^{-3}$.
- K^0_1 and K^0_2 are not exact eigenstates of CP symmetry and are not quite particles seen by the weak interactions. Instead, the true eigenstates of CP have a small admixture of another particle:

$$K^0_L = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (K^0_2 + \varepsilon K^0_1)$$

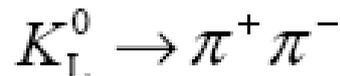
$$K^0_S = \frac{1}{\sqrt{1+\varepsilon^2}} (K^0_1 - \varepsilon K^0_2)$$

ε is the parameter quantifying CP violation (admixture of the 2nd particle or 'wrong' CP eigenstate). It is measured as 2.3×10^{-3} .

- Similar branching ratio was found for $K^0_L \rightarrow \pi^0 + \pi^0$ decay (9.1×10^{-4}).

CP Violation

- ◆ 1964: Fitch and Cronin observed 45 ± 9 decays of the type



amongst 22700 K^0 decays, after a 30m decay path by when K_S component has decayed away

The K_L meson was thus observed to decay into CP eigenstates with different eigenvalues:

$$\left. \begin{array}{ll} K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0 & \text{BR} = 12.6 \% \\ K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^0 & \text{BR} = 21.1 \% \end{array} \right\} \text{CP} = -1$$
$$K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \quad \text{BR} = 2.1 \times 10^{-3} \quad \text{CP} = +1$$

⇒

The weak interactions violate CP

but only by ~ 2 parts per thousand:

$$|\eta_{+-}| \equiv \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = 2.28 \times 10^{-3}$$

◆ Two possibilities:

- 1) The states K_L , K_S are not quite the same as the CP eigenstates K_1 , K_2 :

$$\left. \begin{aligned} |K_S^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \left(|K_1^0\rangle - \varepsilon |K_2^0\rangle \right) \\ |K_L^0\rangle &= \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \left(|K_2^0\rangle + \varepsilon |K_1^0\rangle \right) \end{aligned} \right\} |\varepsilon| \sim 10^{-3}$$

The observation of $K_L^0 \rightarrow \pi\pi$ decays is then accounted for as:

$$|K_L^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{1+|\varepsilon|^2}} \left(|K_2^0\rangle \overset{\text{CP} = -1}{+} \varepsilon |K_1^0\rangle \overset{\text{CP} = +1}{\rangle} \right)$$

$\swarrow \pi\pi\pi$ $\searrow \pi\pi$

- 2) The decay itself violates CP

$$|K_L^0\rangle = |K_2^0\rangle \overset{\text{CP} = -1}{\rangle}$$

$\swarrow \pi\pi$

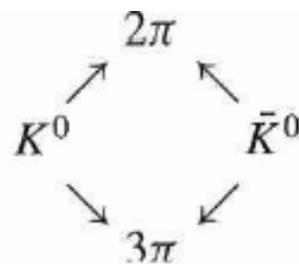
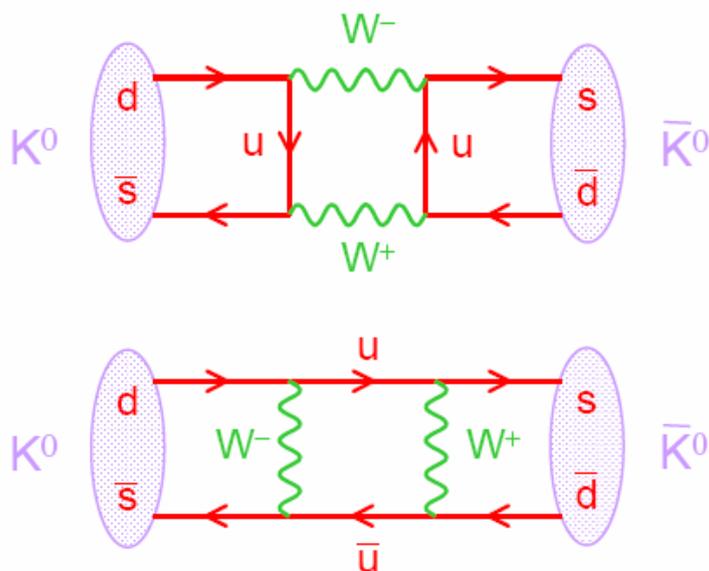
($\rightarrow \varepsilon'$)

or both

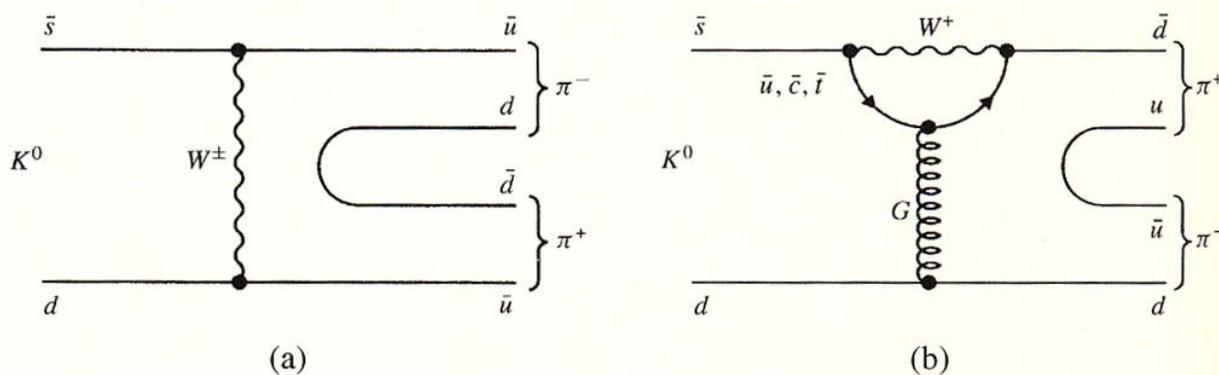
CP = +1

Violazione di CP dei mesoni K Neutri

1) Violazione di CP INDIRETTA :
dovuta al mixing: misura di ε



2) Violazione di CP DIRETTA :
dovuta al decadimento: misura di ε'



NA48 (CERN): $\varepsilon'/\varepsilon = (15.3 \pm 2.6) \times 10^{-4}$

KTeV (FNAL): $\varepsilon'/\varepsilon = (20.7 \pm 2.8) \times 10^{-4}$

- ◆ CP violation was soon seen also via the observation of $K_L \rightarrow \pi^0\pi^0$ decays :

$$|\eta_{+-}| \equiv \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-)} = (2.276 \pm 0.017) \times 10^{-3}$$

$$|\eta_{00}| \equiv \frac{\Gamma(K_L^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)}{\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0)} = (2.262 \pm 0.017) \times 10^{-3}$$

- ◆ Possibility 1) must be identical for $\pi^+\pi^-$ and $\pi^0\pi^0$ decays, but possibility 2) is not

can show that :

$$\begin{cases} \eta_{+-} = \varepsilon + \varepsilon' \\ \eta_{00} = \varepsilon - 2\varepsilon' \end{cases}$$

so experimentally, possibility 2) is small:

$$|\varepsilon'| \ll |\varepsilon|$$

Has just been unambiguously established:

NA48 (CERN): $\varepsilon'/\varepsilon = (15.3 \pm 2.6) \times 10^{-4}$

KTeV (FNAL): $\varepsilon'/\varepsilon = (20.7 \pm 2.8) \times 10^{-4}$

Will only consider possibility 1) further

The CPT Theorem

- ◆ All Lorentz invariant quantum field theories must conserve CPT

↑
T = time reversal

Consequences:

- 1) Masses and lifetimes of particles and anti-particles must be exactly equal:

$$m_X = m_{\bar{X}} \quad \tau_X = \tau_{\bar{X}}$$

Best current test: $\left| \frac{m_{K^0} - m_{\bar{K}^0}}{m_{K^0}} \right| < 6 \times 10^{-19}$

- 2) Since CP is violated, T must also be violated

⇒ particle reactions are not reversible

T invariance ⇒ no elementary particle can have an electric dipole moment (edm)

T violation ⇒ eventually expect to see a neutron edm

SM predicts $d \sim 10^{-30}$ e.cm ; expt: $d < 10^{-25}$ e.cm

Violazione di CP nei decadimenti semileptonici

Oltre ai decadimenti in due pioni da parte dei mesoni K_L^0 un'ulteriore evidenza della violazione di CP appare nei decadimenti semi-leptonici (Vedi Fig 3.8). Infatti essi presentano una leggera asimmetria nella produzione di cariche



$$\begin{cases} K^0 \longrightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e \\ K^0 \longrightarrow \pi^- e^+ \nu_e \end{cases}$$

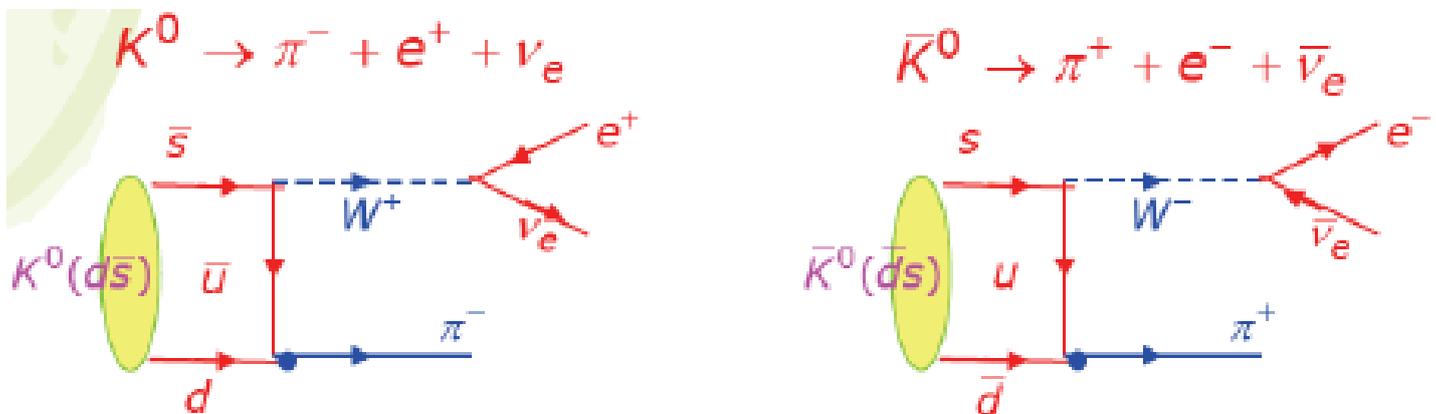


Figure 3.8: Schema decadimenti semi-leptonici

B.R. ($K_L^0 \rightarrow \pi^\pm e^\mp \nu_\mu$) = (38.81 ± 0.27)% ← I due stati finali sono sommati

B.R. ($K_L^0 \rightarrow \pi^\pm \mu^\mp \nu_\mu$) = (27.19 ± 0.25)% ← Effetto spazio delle fasi

I due stati finali (Vedi Fig 3.8) sono l'uno il CP coniugato dell'altro. Dalla carica del leptone emesso nel decadimento si può capire se esso proviene da un K^0 oppure da un \bar{K}^0 . Se CP fosse conservata, il K_L^0 avrebbe lo stesso rate di decadimento in entrambi gli stati finali, in quanto il K_L^0 sarebbe una miscela equiprobabile di K^0 e \bar{K}^0 .

A. Bettini : capitolo 8

We talked above of the probability of observing a K^0 or a \bar{K}^0 , but how can we distinguish them? We cannot do that by observing the 2π or 3π decay, because these channels select the states with definite CP , not those of definite strangeness.

To select definite strangeness states we must observe their semileptonic decays. These decays obey the ' $\Delta S = \Delta Q$ rule' which reads: 'the difference between the strangeness of the hadrons in the final and initial states is equal to the difference of their electric charges'. The rule, which was established experimentally, is a consequence of the quark contents of the states

$$\begin{array}{llll} K^0 = \bar{s}d & \bar{s} \rightarrow \bar{u}l^+\nu_l & \Rightarrow K^0 \rightarrow \pi^-l^+\nu_l & K^0 \not\rightarrow \pi^+l^-\bar{\nu}_l \\ \bar{K}^0 = s\bar{d} & s \rightarrow ul^-\bar{\nu}_l & \Rightarrow \bar{K}^0 \rightarrow \pi^+l^-\bar{\nu}_l & \bar{K}^0 \not\rightarrow \pi^-l^+\nu_l. \end{array}$$

We see that the sign of the charged lepton flags the strangeness of the K . The semileptonic decays are called K_{e3}^0 and $K_{\mu 3}^0$ depending on the final charged lepton. It is easy to observe them due to their large branching ratios, [Vedi i loro valori nella pagina precedente](#)

Let us now call $P^\pm(t)$ the probabilities of observing a + and - lepton respectively, at time t . These are the survival probability of the initial flavour and the appearance probability of the other flavour. Considering unstable kaons now, the probabilities are

$$\begin{aligned} P^+(t) &= \left| \langle K^0 | \Psi_0(t) \rangle \right|^2 = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_s t} + e^{-\Gamma_l t} + 2e^{-\frac{\Gamma_s + \Gamma_l}{2} t} \cos(\Delta m \cdot t) \right] \\ P^-(t) &= \left| \langle \bar{K}^0 | \Psi_0(t) \rangle \right|^2 = \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_s t} + e^{-\Gamma_l t} - 2e^{-\frac{\Gamma_s + \Gamma_l}{2} t} \cos(\Delta m \cdot t) \right]. \end{aligned}$$

Both expressions are the sums of two decreasing exponentials and a damped oscillating term. The damping is dominated by the smaller lifetime $\tau_s = 90$ ps. Therefore, the phenomenon is observable only within a few τ_s . Over such short times we can consider the term $e^{-\Gamma_l t}$ as a constant (remember that $\tau_l = 51.7$ ns). Observe finally that τ_s is much smaller than the oscillation period $T \approx 1.2$ ns. Therefore the damping is strong. Fig. 8.1 shows the two probabilities.

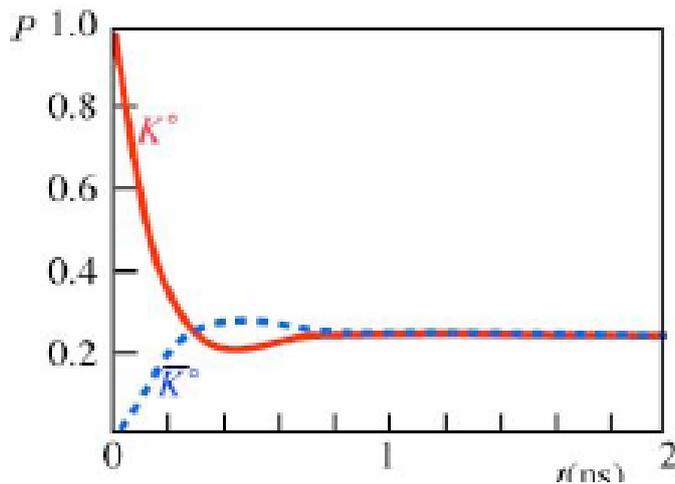


Fig. 8.1. Probabilities of observing K^0 and \bar{K}^0 in a beam initially pure in K^0

Experimentally one measures the charge asymmetry, namely the difference between the numbers of observed $K^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l$ events and $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l$ events. We see from (8.21) that this is a damped oscillation

$$\delta(t) \equiv P^+(t) - P^-(t) = e^{-\frac{\Gamma_S}{2}t} \cos(\Delta m \cdot t).$$

The experimental results are shown in Fig. 8.2

The interpolation of the experimental points gives us Γ_S and $|\Delta m|$. We have already given their values.

Let us look more carefully at the data. We see that at very late times ($t \gg \tau_S$) when only K_L survive, the asymmetry does not go to zero as it should, according to (8.22). This implies that the two components K^0 and \bar{K}^0 did not become equal and consequently that the long life state is not a CP eigenstate. The wave function of the eigenstate contains a small 'impurity' with the 'wrong' CP . We shall come back to CP violation in section 8.4.

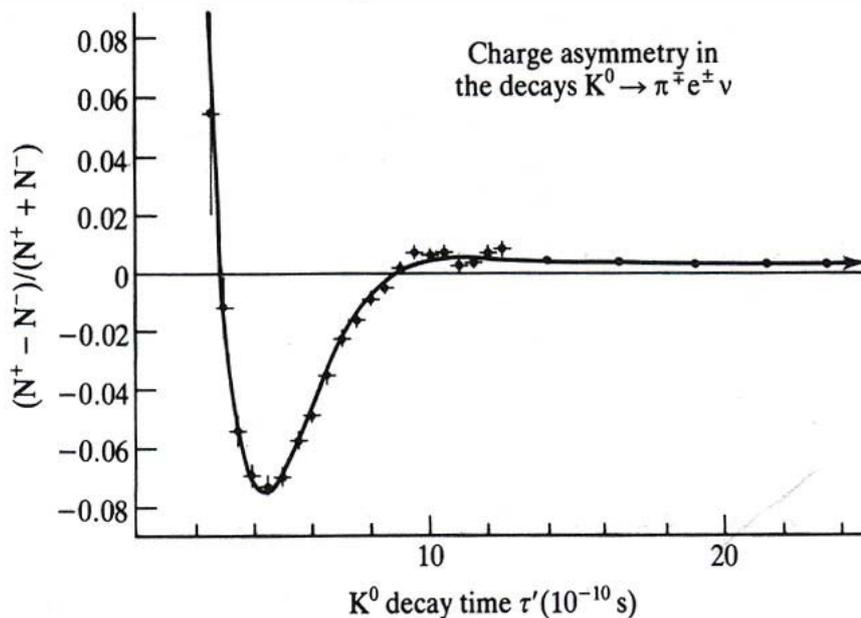


Figura 8.2

We now go back to the observation we made at the end of the previous section. Fig. 8.2 shows that at late times, when only K_L s survive, they decay through $K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l$ a little more frequently than through the CP conjugate channel $K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l$. To be quantitative, the measurement gives

$$\delta_L \equiv \frac{N(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) - N(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l)}{N(K_L \rightarrow \pi^- l^+ \nu_l) + N(K_L \rightarrow \pi^+ l^- \bar{\nu}_l)} = (3.27 \pm 0.12) \times 10^{-3}.$$

This shows, again and independently, that matter and antimatter are, somewhat, different. Let us suppose that we wish to tell an extraterrestrial being what we mean by matter and by antimatter. We do not know whether his world is made of the former or of the latter. We can tell him: 'prepare a neutral K meson beam and go far enough from the production point to be sure to have been left only with the long life-time component.' At this point he is left with K_L mesons, independently of the matter or antimatter constitution of his world. We continue: 'count the decays with a lepton of one or the other charge and call positive the charge of the sample that is about three per thousand larger. Men call matter the one that has positive nuclei.' If, after a while, our correspondent answers that his nuclei have the opposite charge, and comes to meet you, be careful, apologize, but do not shake his hand.

- ◆ Apart from $K_L^0 \rightarrow \pi \pi$, CP violation has also been observed in

$$\left. \begin{array}{l} K_L^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e \\ K_L^0 \rightarrow \pi^- e^+ \nu_e \end{array} \right\} \text{decay rates are } \underline{\text{not}} \text{ equal}$$

There are $\sim 0.3\%$ more e^+ emitted than e^-

- \Rightarrow first evidence for an absolute difference between matter and antimatter
- \Rightarrow allows unambiguous definition of matter and antimatter:

(which could be transmitted to aliens, for example)

We are made of matter, for which :

“ the orbiting particle in our atoms is the same as the charged lepton emitted least often in the decay of the long-lived K^0 ”

- ◆ CP violation is essential if a Universe born with equal amounts of matter and antimatter is to evolve into a matter dominated Universe
- (... but the early Universe contained no kaons ...)

L'oscillazione

Come in assenza di decadimenti il periodo d'oscillazione
la minore delle due vite medie è

$$T = 2\pi/\Delta m \approx 1.3 \text{ ns}$$

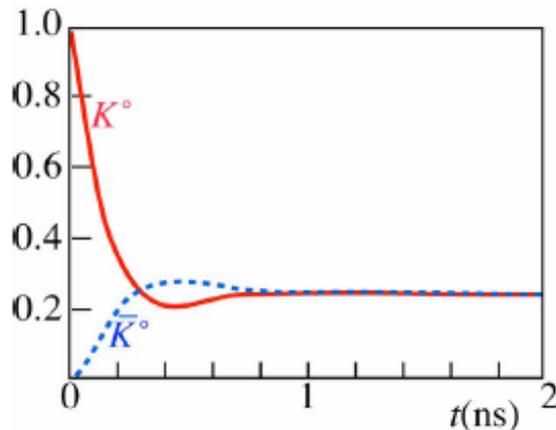
$$\tau_S = 90 \text{ ps}$$

Il periodo di oscillazione è notevolmente maggiore del tempo di decadimento, quindi
l'oscillazione è osservabile in un tempo di parecchi τ_S

Per tempi $\gg \tau_S$ la componente short non c'è più, rimane un solo decadimento esponenziale
con $\tau_L \approx 50 \text{ ns} \gg T$

La maggiore delle due vite medie

$$\tau_L = 51.7 \pm 0.4 \text{ ns}$$



$$N_{K^0}(t) \propto e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2} t} \cos(\Delta m \cdot t) \approx$$

$$\approx e^{-\Gamma_S t} + \text{costante} + 2e^{-\frac{\Gamma_S}{2} t} \cos(\Delta m \cdot t)$$

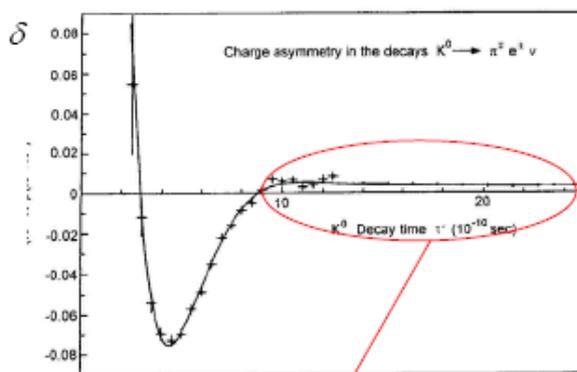
sui primi ns

Probabilità di osservare K neutri in fascio inizialmente puro in K^0

Asimmetria di carica

Sempre nel caso di conservazione di CP , la differenza tra il numero di positroni $N^+(t)$ e il
numero di elettroni $N^-(t)$ normalizzata alla somma è una sinusoida smorzata

$$\delta(t) \equiv \frac{N^+(t) - N^-(t)}{N^+(t) + N^-(t)} \propto 2e^{-\frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2} t} \cos(\Delta m \cdot t) \approx 2e^{-\frac{\Gamma_L}{2} t} \cos(\Delta m \cdot t)$$



Gjesdal et al. Phys. Lett. 52B (1974) 113

L'esperimento misura il **valore assoluto**
della differenza di massa

Le oscillazioni non dipendono dal segno

Il segno ($m_L > m_S$ o $m_S > m_L$) determinato
da misure di propagazione nella materia
(rigenerazione)

$$\Delta m_{K^0} \equiv m_{K_L^0} - m_{K_S^0} = 3.51 \pm 0.018 \text{ } \mu\text{eV} =$$

$$= 5.303 \pm 0.009 \text{ ns}^{-1}$$

Quando ormai sopravvive solo K_L ($t \gg \tau_S$), le due componenti K^+ e
 K^- non sono uguali

\Rightarrow **Violazione di CP nel mixing o violazione indiretta di CP**

Basi del sistema K^0

Autostati di stranezza

$$K^0 = d\bar{s}, S=+1 \quad CP(K^0) = \bar{K}^0$$

$$\bar{K}^0 = \bar{d}s, S=-1 \quad CP(\bar{K}^0) = -K^0$$

Autostati di CP

$$K_1 = (K^0 + \bar{K}^0)/\sqrt{2}, CP=+1 \Rightarrow \pi\pi$$

$$K_2 = (K^0 - \bar{K}^0)/\sqrt{2}, CP=-1 \Rightarrow \pi\pi\pi$$

Autostati di massa (stati stazionari) nel vuoto

$$K_S = pK^0 + q\bar{K}^0 \cong K_1 + \varepsilon K_2$$

$$K_L = qK^0 + p\bar{K}^0 \cong \varepsilon K_1 + K_2$$

Violazione "indiretta" di CP

$$\text{Re}(\varepsilon) = 2.3 \times 10^{-3}$$

$$|p|^2 + |q|^2 = 1$$

N.B. $\langle K_S | K_L \rangle = 2 \text{Re}(\varepsilon) \neq 0$

Autostati di massa in un mezzo

$$K_S^m = \cos \rho K_S - \sin \rho K_L \cong K_S - \rho K_L$$

$$K_L^m = \sin \rho K_S + \cos \rho K_L \cong \rho K_S + K_L$$

Rigenerazione coerente

$$\rho \approx 10^{-2}$$

$$K_2 \rightarrow \pi\pi$$

Violazione "diretta" di CP

$$|\varepsilon'| \ll |\varepsilon|$$

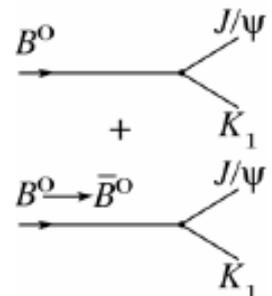
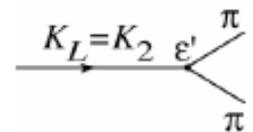
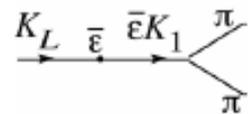
$$P(K^0 \rightarrow F) \neq P(\bar{K}^0 \rightarrow \bar{F})$$

Meccanismi di violazione di CP

La violazione di CP può avvenire con tre diversi meccanismi

1. Violazione nel mixing $P^0 \bar{P}^0$ o violazione indiretta, se i due stati neutri di massa e vita media definite non hanno CP definita
2. Violazione nelle ampiezze di decadimento. Può accadere sia per mesoni neutri sia per carichi, qualora le ampiezze per una coppia di decadimenti tra loro coniugati di carica siano diverse $A(P \rightarrow f) \neq A(\bar{P} \rightarrow \bar{f})$
3. Violazione per interferenza tra decadimenti con e senza mixing. Si verifica in decadimenti in uno stato finale che sia autostato di CP.

Può accadere in combinazione con una delle precedenti (caso dei K) o può essere l'effetto principale (caso osservato nel canale "d'oro" di B_d)

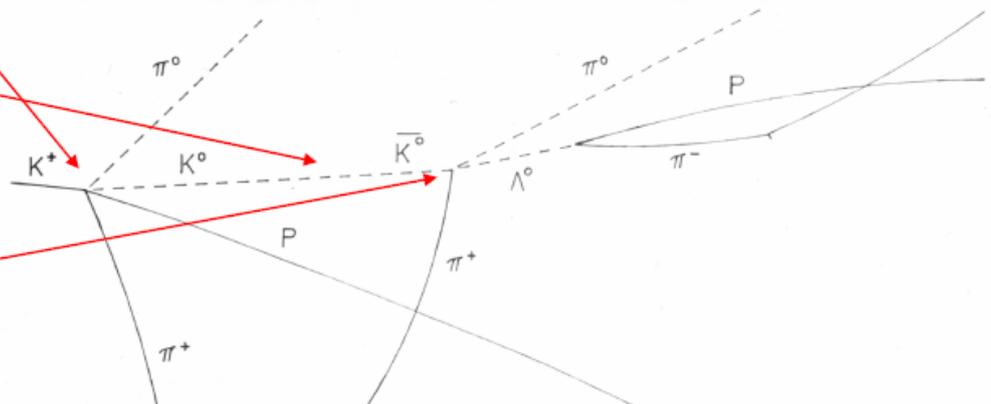
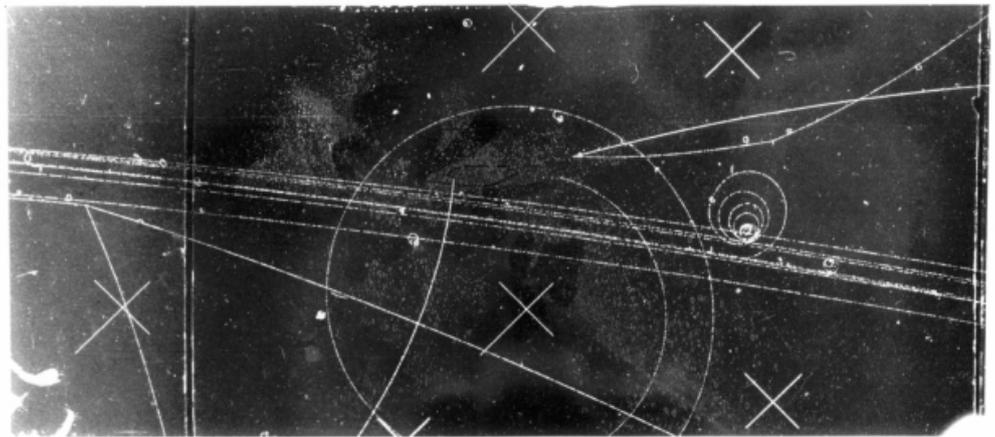


Oscillazioni dei K_1^0 e K_2^0

The \bar{s} in the K^+ is transferred to the K^0 .

The \bar{s} in the K^0 mixes to a s making a \bar{K}^0 .

The s quark is transferred to the Λ^0 .



© 1971 Graham Thompson

The amplitude for a K_1^0 at time t is given by:

$$a_1(t) = a_1(0) e^{-(iE_1/\hbar)t} e^{-\Gamma_1 t/2\hbar}$$

amplitude at $t = 0$ Travelling wave
- like $e^{-i\omega t}$

Exponential decay
 $I = I_0 e^{-t/\tau}$ ($I = aa^*$)

E_1 is the energy

Γ_1 is the width = \hbar/τ_1

τ_1 is the mean lifetime

Measure time and energy in the rest frame then τ_1 is the mean proper lifetime of the K_1^0 and $E_1 = m_1$ the rest mass. Set $\hbar = c = 1$ for convenience.

$$a_1(t) = a_1(0) e^{-(im_1 + \Gamma_1/2)t}$$

and similarly for K_2^0 :

$$a_2(t) = a_2(0) e^{-(im_2 + \Gamma_2/2)t}$$

Oscillazioni dei K_1^0 e K_2^0

If we start with a pure K^0 beam at $t = 0$
then $a_1(0) = a_2(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

$$|K_1^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle)$$

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

add and subtract \rightarrow

$$|K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle)$$

$$|\bar{K}^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0\rangle - |K_2^0\rangle)$$

After time t , the Intensities are:

$$I(K^0) = \frac{1}{2} (a_1(t) + a_2(t)) (a_1^*(t) + a_2^*(t))$$

$$I(\bar{K}^0) = \frac{1}{2} (a_1(t) - a_2(t)) (a_1^*(t) - a_2^*(t))$$

We can multiply all this out (half a page of algebra) and use

$$e^{ix} = \cos x + i\sin x \text{ and } e^{-ix} = \cos x - i\sin x$$

$$\text{or } e^{ix} + e^{-ix} = 2\cos x$$

to give:

$$I(K^0) = \frac{1}{4} (e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} + 2e^{-(\Gamma_1 + \Gamma_2)t/2} \cos \Delta m t)$$

$$\Delta m = m_2 - m_1$$

$$I(\bar{K}^0) = \frac{1}{4} (e^{-\Gamma_1 t} + e^{-\Gamma_2 t} - 2e^{-(\Gamma_1 + \Gamma_2)t/2} \cos \Delta m t)$$

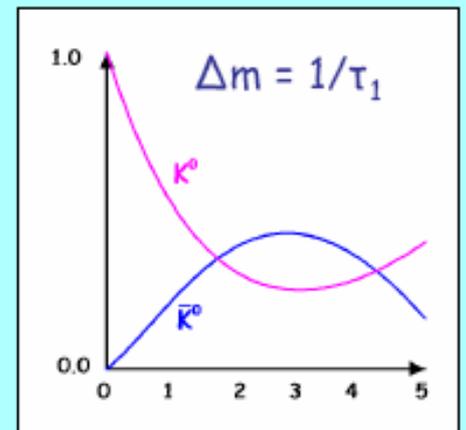
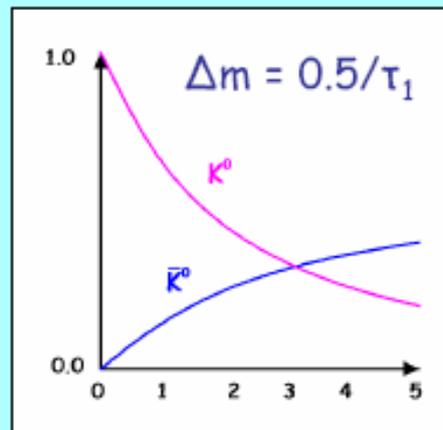
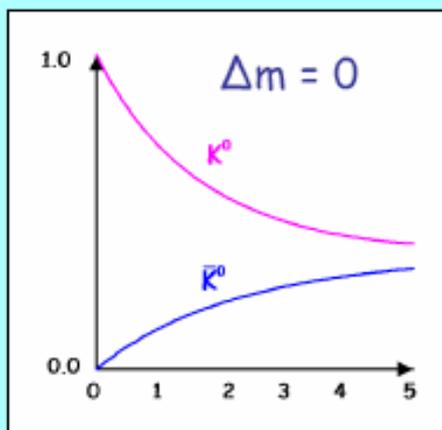
$$\Gamma_1 = 1/\tau_1$$

$$\Gamma_2 = 1/\tau_2$$

Rapid decay
 τ_1 short Γ_1 large

Slow decay
 τ_2 long Γ_2 small

Oscillation caused
by interference

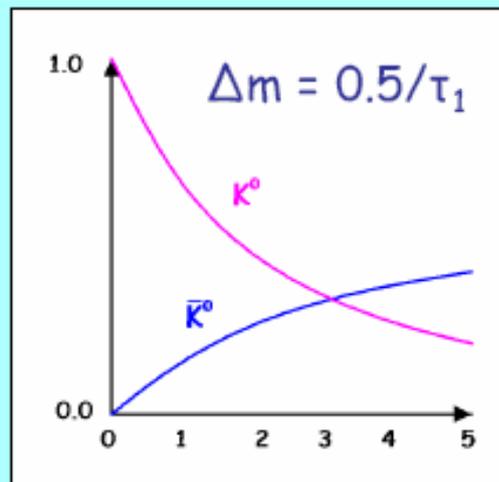


time in units of τ_1

Differenza di massa K^0_S K^0_L

Starting with a pure K^0 beam and measuring the number of \bar{K}^0 interactions as a function of distance from the K^0 source we can deduce Δm .

The result is close to the middle graph:



$$\Delta m \times \tau_1 = 0.477 \pm 0.002$$

$$\Delta m = 3.52 \times 10^{-6} \text{ eV}/c^2$$

$$\Delta m/m = 0.7 \times 10^{-14}$$

Very small!

Rigenerazione dei K^0

Start with a pure K^0 beam in vacuum (equal amounts of K_1^0 and K_2^0).

After say $t = 10 \tau_1$ the K_1^0 intensity will be down by a factor $e^{-t/\tau_1} = e^{-10} \sim 0.000045$ i.e. \sim 'none' left.

For a $1 \text{ GeV}/c^2$ K^0 momentum this corresponds to $\sim 0.5 \text{ m}$.

The K_2^0 intensity will be down by e^{-t/τ_2}

Since $\tau_1 = 0.9 \times 10^{-10} \text{ s}$ and $\tau_2 = 0.5 \times 10^{-7} \text{ s}$

$$\tau_2 = \tau_1 \times 0.5 \times 10^{-7} / 0.9 \times 10^{-10} = 560 \tau_1$$

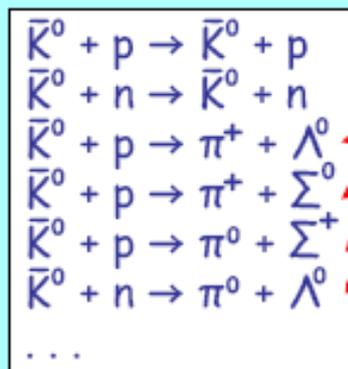
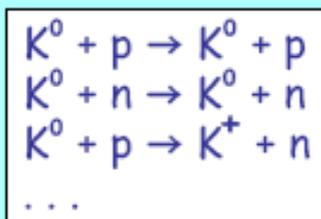
The K_2^0 intensity will be down by $e^{-10/560} \sim 0.98$ i.e. 'all' left.

So after $10 \tau_1$ we will have 100% K_2^0 i.e. $\sim 50\% K^0 + 50\% \bar{K}^0$.

$$|K_2^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle)$$

If we put another target at say $t = 20 \tau_1$ i.e. 1 m downstream we will get \bar{K}^0 interactions as well as K^0 .

K^0 and \bar{K}^0 interact (strongly) differently in the target:

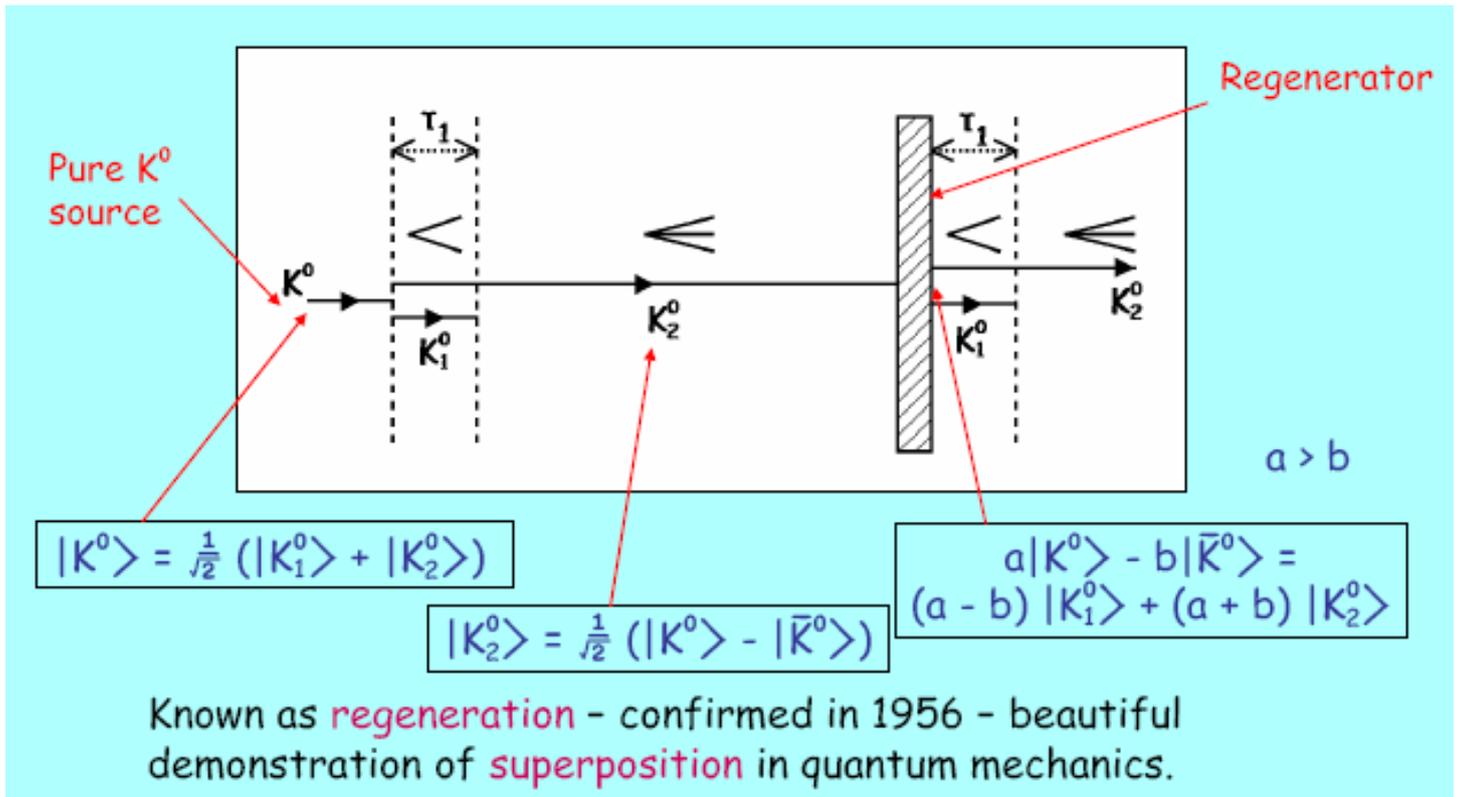


The s quark from the \bar{K}^0 can swap with one of the quarks in the proton or neutron. The \bar{s} from the K^0 cannot.

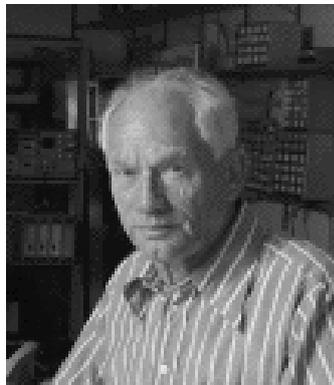
Hence there are more \bar{K}^0 channels so the \bar{K}^0 are more strongly absorbed.

No longer $50\% K^0 + 50\% \bar{K}^0 (= K_2^0)$ so will have some K_1^0 decays again.

Rigenerazione dei K0



Pais



Piccioni

Tre tipi di rigenerazione

1957: primo studio quantitativo del fenomeno da parte di M.Good.

Previsti tre tipi di rigenerazione:

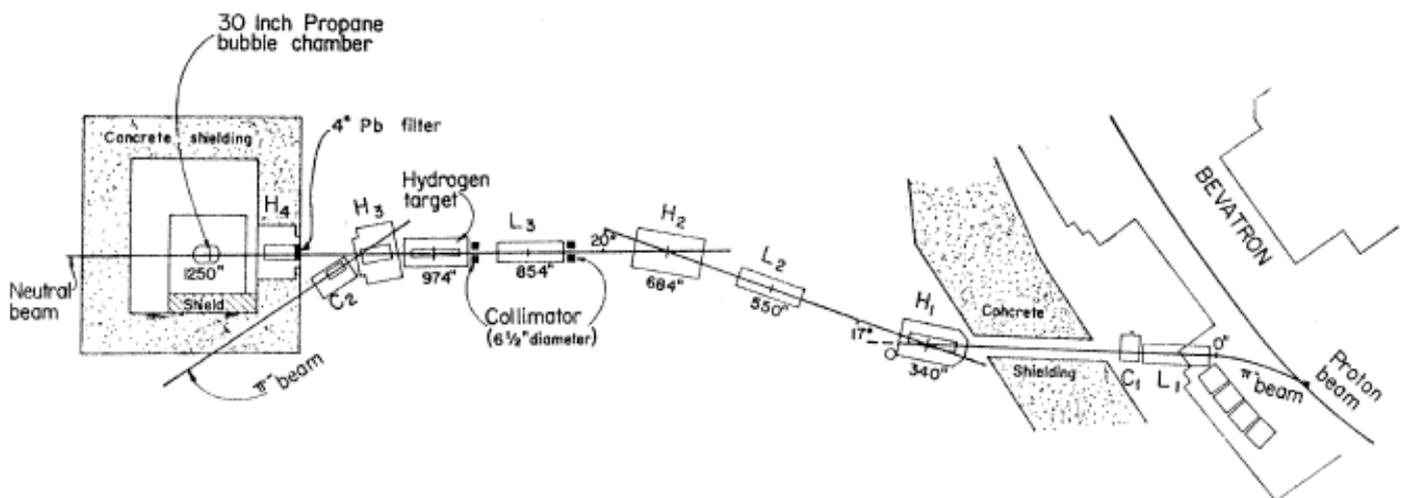
1. Rigenerazione per trasmissione (o “in avanti”)
Angolo tra il fascio entrante e quello rigenerato uguale a zero.
Non c'è trasferimento d'impulso al nucleo => COERENTE.
2. Rigenerazione per diffrazione
Diffusione elastica.
distribuzione di diffrazione angolare.
3. Rigenerazione inelastica
Interazione con singoli nucleoni.
Simile a scattering.

L'esperimento di Piccioni-Good-Müller

- Un fascio π^- di impulso $1.1 \text{ GeV}/c$ si scontra con un bersaglio di idrogeno per produrre K^0 di $670 \text{ MeV}/c$
- Il fascio viaggia per 6.6 m in modo tale da ottenere un fascio di soli K_L diretto contro una camera di propano liquido in cui sono inserite due lastre rigeneratrici (45cm e 180cm).
- Oltre le lastre si rivelano tracce di decadimenti del K in 2π .

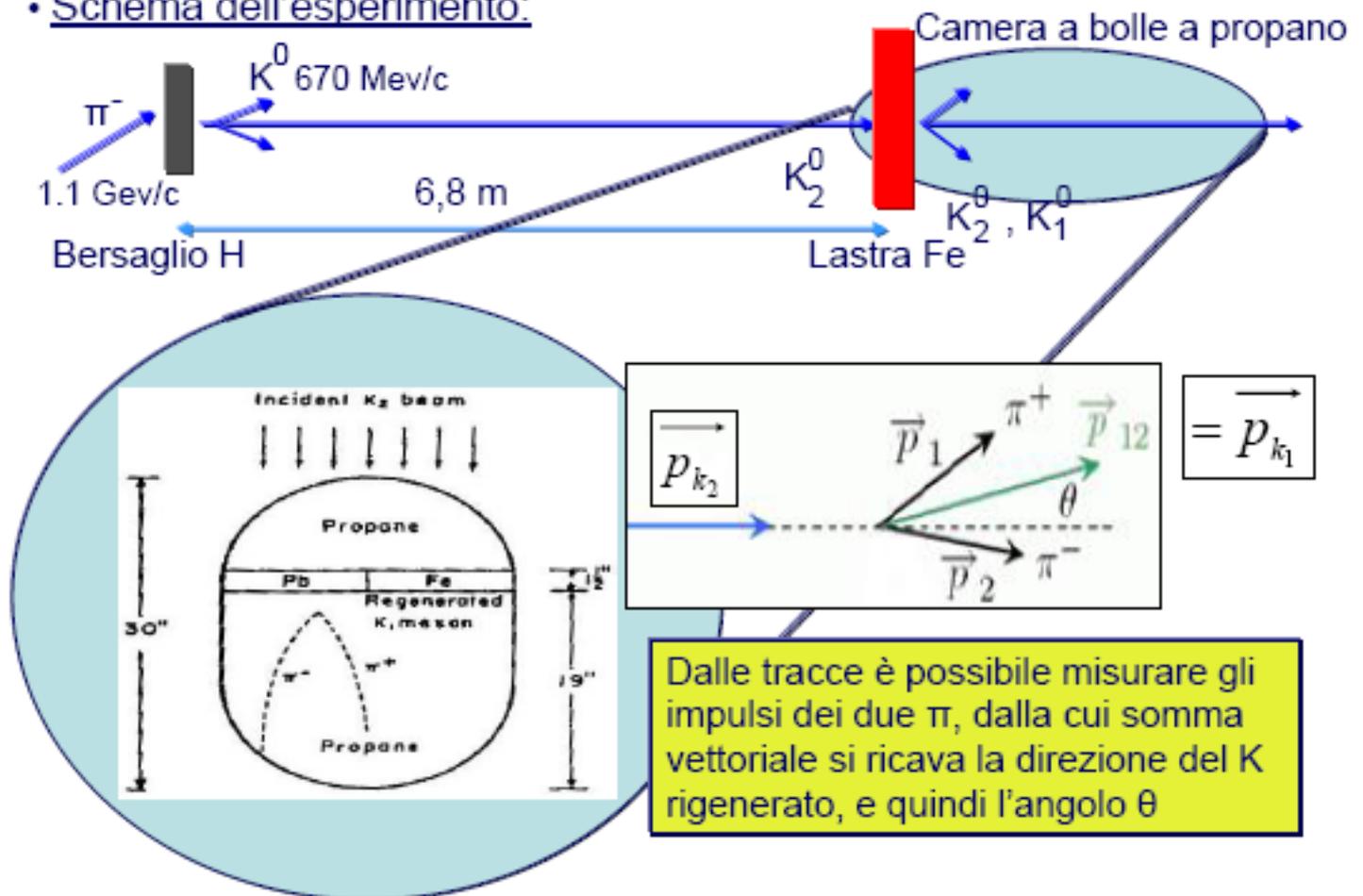
Se CP in natura si conserva tali decadimenti devono venire da K_S :

K_S E' RIGENERATO



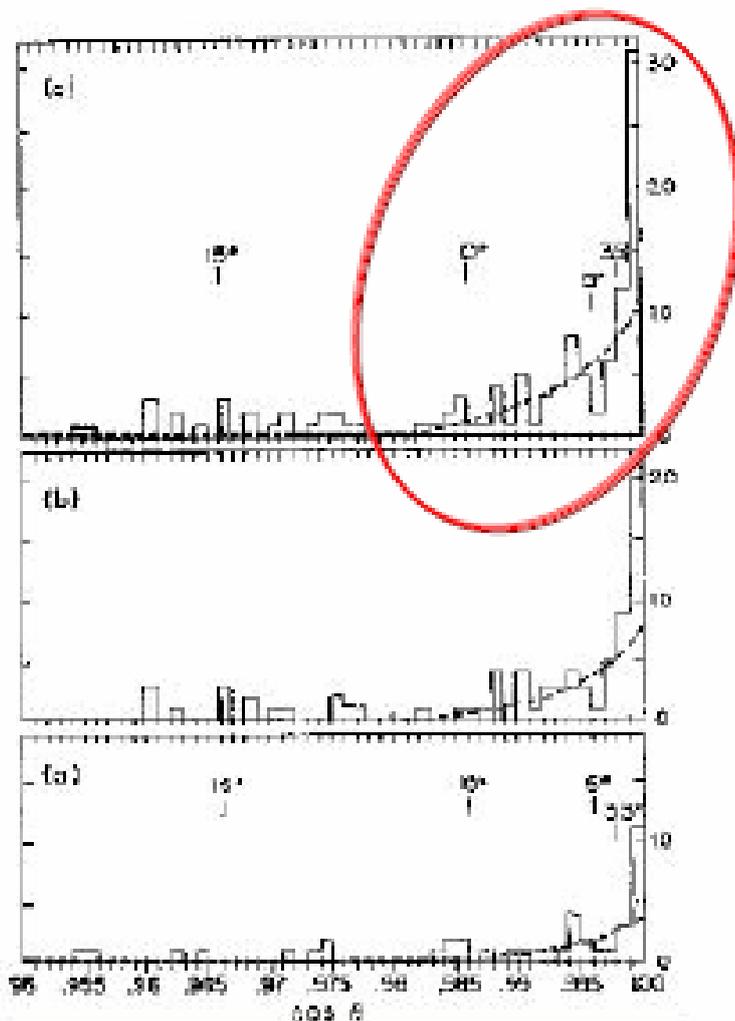
L'esperimento di Piccioni (Berkeley, 1960)

- Schema dell'esperimento:



- La componente K_1^0 decade interamente lungo il tragitto
- Assumendo CP conservata, se nella camera si osservano decadimenti in due pioni allora nella lastra è avvenuta la rigenerazione di K_1^0

Risultati dell'esperimento



Istogrammi dei decadimenti dei K_1^0
 a) Lastra 4 cm
 b) Lastra 15 cm
 c) Dati combinati

- Vennero osservati circa 200 K_1^0 rigenerati
- Dal rapporto di Good (su ω) ricavato sperimentalmente, noti gli andamenti teorici, fu fornita la prima stima della differenza di massa tra K_1^0 e K_2^0



$$\delta = 0.85^{+0.30}_{-0.25}$$

(in unità di \hbar/τ)

Il segno di Δm

I processi di rigenerazione dipendono dalle differenze di fase tra le onde di K e le ampiezze di diffusione; sono sensibili al segno di Δm

La determinazione del segno di Δm ha richiesto esperimenti sofisticati, che non discuteremo, basati sulla misura della rigenerazione

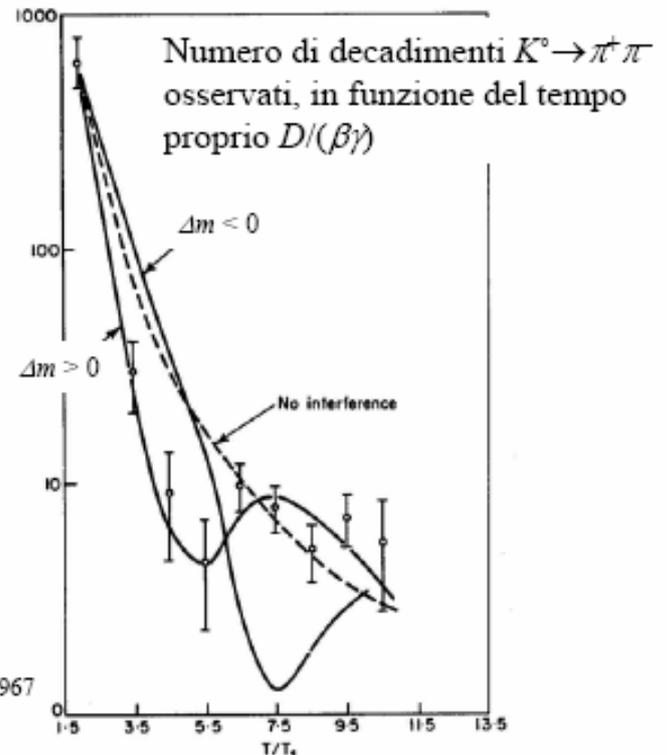
1. In funzione della profondità in un mezzo che funziona sia da rigeneratore sia da rivelatore (camera a bolle)
2. In una successione di strati di materiale (passivo) in funzione sia dei loro spessori sia delle distanze posta a monte di uno spettrometro

O. Piccioni e collaboratori 1967



$$\Delta m > 0 \Rightarrow m(K_L) > m(K_S)$$

Mehlop et al. Proc. XIII Int. Conf. On High En. Phys. Berkeley 1967



Valori dei parametri violazione di CP nei K

δ_{Le}	$(3.33 \pm 0.12) \times 10^{-3}$
$\delta_{L\mu}$	$(3.04 \pm 0.25) \times 10^{-3}$
ϕ^{+-}	$(43.4 \pm 0.7)^\circ$
ϕ^{00}	$(43.2 \pm 1.0)^\circ$
$\Delta\phi \equiv \phi^{00} - \phi^{+-}$	$(-0.1 \pm 0.8)^\circ$
$ \eta^{+-} $	$2.287 \pm 0.017 \times 10^{-3}$
$ \eta^{00} $	$2.23 \pm 0.11 \times 10^{-3}$
$ \eta^{00} / \eta^{+-} $	0.9930 ± 0.0020
$ \varepsilon $	$(2.282 \pm 0.017) \times 10^{-3}$
$\text{Arg}(\varepsilon)$	$\approx 43.51 \pm 0.06^\circ$
$\text{Re}(\varepsilon'/\varepsilon)$	$1.8 \pm 0.4 \times 10^{-3}$
$\text{Arg}(\varepsilon')$	$= \pi/2 + \delta_2 - \delta_0 \approx 48 \pm 4^\circ$

$$\delta = \frac{1 - |p/q|^2}{1 + |p/q|^2} \cong 2 \text{Re}(\varepsilon)$$

Se non c'è violazione diretta di CP ($\varepsilon' = 0$), per CPT

$$\begin{aligned} \tan \phi^{+-} &= \tan \phi^{00} = \tan \varepsilon = \\ &= \frac{2\Delta m}{\Gamma_S - \Gamma_L} \approx 0.96 \\ \Rightarrow \phi^{+-} &= \phi^{00} \approx 44^\circ \end{aligned}$$

Considerazioni Finali

- Come abbiamo visto, dallo studio del sistema dei mesoni K neutri si evidenziano fenomeni e comportamenti unici, che rendono tale sistema estremamente interessante.
- L'interpretazione che sta alla base di tali fenomeni nasce dai principi cardine della Meccanica Quantistica, in particolare dal **Principio di Sovrapposizione degli stati.**
- I successi sperimentali della fisica degli anni '50 e '60 hanno garantito la correttezza delle previsioni teoriche, grazie a tecniche nuove come la rigenerazione.
- E' inoltre fondamentale per lo studio di queste particelle l'analisi delle simmetrie della natura. La fisica dei K emerge dall'analisi delle simmetrie CPT, dalla stranezza e dall'isospin: lo studio di tali fenomeni e delle loro eventuali violazioni è oggi alla base di molte ricerche della fisica delle particelle.

Parte Facoltativa

THE K^0 SYSTEM

K^0 and \bar{K}^0 are strange particles which can be produced in strong interactions, example reactions being



The two states are ANTIPARTICLES of each other with EXACTLY the same mass eigenstates of the strong interaction Hamiltonian.

$$m_{K^0} \equiv m_{\bar{K}^0} = 0.4977\text{GeV}$$

They are particles of spin 0 and negative parity

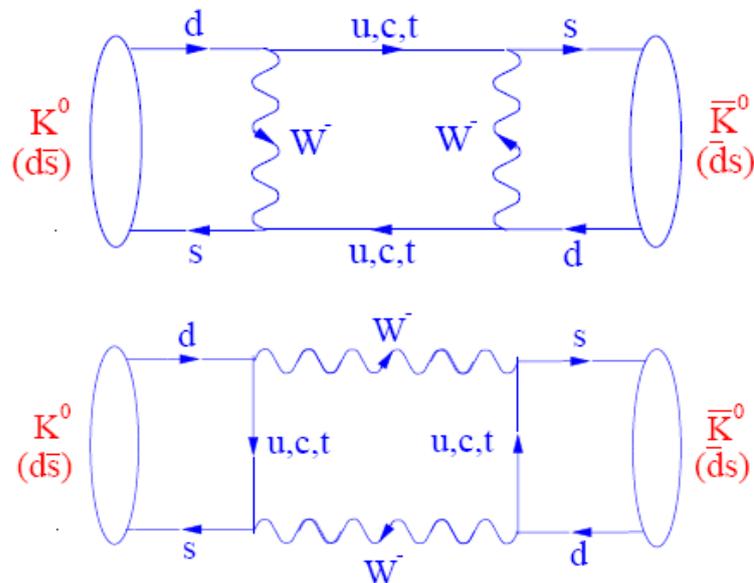
$$J^P = 0^-$$

They do NOT have well defined lifetimes because of the effects of the weak interaction.

Weak interactions allow the decays

$$K^0(S = +1) \Leftrightarrow \pi^+ + \pi^- \Leftrightarrow \bar{K}^0(S = -1)$$

So there is intermixing between the two states via the weak interaction. The relevant quark diagrams are:



The necessary conditions for mixing of this type are:

- (a) It can only occur for MESONS (Baryon Number $N = 0$) since baryon number is conserved in weak interactions.
- (b) It can only occur for NEUTRAL states ($Q = 0$) since charge is conserved in ALL interactions.
- (c) The antiparticles must be distinct from the particles (they must carry a differentiating “tag” such as charm or strangeness).

The possibilities are neutral mesons carrying strangeness, charm or beauty, e.g.

$$K^0 \text{ (i.e. } d\bar{s}\text{), } D^0 \text{ (i.e. } c\bar{u}\text{), } B^0 \text{ (i.e. } d\bar{b}\text{) and } B_s^0 \text{ (i.e. } s\bar{b}\text{)}$$

States involving the top quark would be possibilities except that they decay before they form hadrons!

We will concentrate for now on neutral kaons.

We define K_S and K_L as the states with well-defined lifetimes.

$$K_S = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 + \bar{K}^0) \quad K_L = \frac{1}{\sqrt{2}} (K^0 - \bar{K}^0)$$

or

$$\begin{pmatrix} K_S \\ K_L \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix}$$

Since $T = T^{-1}$ we can invert

$$\begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_S \\ K_L \end{pmatrix}$$

or

$$K^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K_S + K_L) \quad \bar{K}^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K_S - K_L)$$

K_S and K_L are NOT antiparticles of each other and therefore do not need to have exactly the same mass. ;

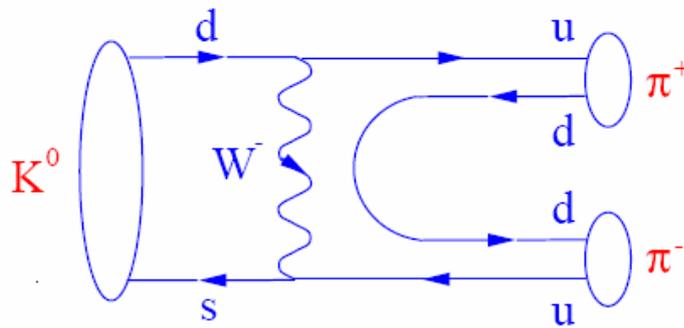
They decay (see later) via the weak interaction

$$K_S \rightarrow 2\pi \quad \text{and} \quad K_L \rightarrow 3\pi$$

with lifetimes

$$\tau_S = 0.89 \times 10^{-10} \text{s} \quad \tau_L = 5.17 \times 10^{-8} \text{s}$$

Example quark line diagram for $K \rightarrow 2\pi$



Aside on Hamiltonians

The Hamiltonian operator in quantum mechanics $\hat{H} = i\partial/\partial t$ has eigenvalues corresponding to the allowed energy levels

$$\hat{H}\psi = E\psi$$

so for a free, stable particle in its rest frame $E = m$

$$\hat{H}\psi = m\psi$$

This equation has solution

$$\psi = \psi_0 e^{-imt}$$

If the particle decays, we know that

$$|\psi|^2 \propto e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\Gamma t}$$

τ is the mean lifetime, $\Gamma = 1/\tau$ is the width and t is measured in the rest frame of the particle. So

$$\psi \propto e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \quad \psi = \psi_0 e^{-imt} e^{-\frac{\Gamma}{2}t} = \psi_0 e^{-i(m-i\frac{\Gamma}{2})t}$$

with an oscillatory part and a decaying part.

For a system of particle/antiparticle we could write

$$\psi = \begin{pmatrix} A \\ \bar{A} \end{pmatrix}$$

and

$$\hat{H} \begin{pmatrix} A \\ \bar{A} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m - i\frac{\Gamma}{2} & 0 \\ 0 & m - i\frac{\Gamma}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ \bar{A} \end{pmatrix}$$

where the mass and width of the states must be equal.

...end of aside

For K^0 and \bar{K}^0 , if we just had the strong interaction, \hat{H}_{strong} , the states would be stable (why?) with $\Gamma = 0$.

$$\hat{H}_{\text{strong}} \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix}$$

Introducing the weak interaction causes the states to mix and decay, and the Hamiltonian gets off-diagonal terms

$$\hat{H} = \hat{H}_{\text{strong}} + \hat{H}_{\text{weak}} = \begin{pmatrix} \bar{m} - i\frac{\bar{\Gamma}}{2} & \Delta m - i\frac{\Delta\Gamma}{2} \\ \Delta m - i\frac{\Delta\Gamma}{2} & \bar{m} - i\frac{\bar{\Gamma}}{2} \end{pmatrix}$$

where the choice of symbols \bar{m} , Δm , $\bar{\Gamma}$, $\Delta\Gamma$ will be apparent shortly.

Suppose we change basis states to K_S and K_L , using T as defined earlier.

$$\begin{pmatrix} K_S \\ K_L \end{pmatrix} = T^{-1} \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K^0 \\ \bar{K}^0 \end{pmatrix}$$

Consider transforming the Hamiltonian operator to $T\hat{H}T^{-1}$

$$\begin{aligned}
 & T\hat{H}T^{-1} \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\
 &\quad \begin{pmatrix} \bar{m} - i\frac{\bar{\Gamma}}{2} & \Delta m - i\frac{\Delta\Gamma}{2} \\ \Delta m - i\frac{\Delta\Gamma}{2} & \bar{m} - i\frac{\bar{\Gamma}}{2} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} \\
 &\quad \dots \text{algebra} \\
 &= \begin{pmatrix} (\bar{m} + \Delta m) - \frac{i(\bar{\Gamma} + \Delta\Gamma)}{2} & 0 \\ 0 & (\bar{m} - \Delta m) - \frac{i(\bar{\Gamma} - \Delta\Gamma)}{2} \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

So the transformed Hamiltonian is diagonal in the K_S K_L basis, and the eigenvalues are those of

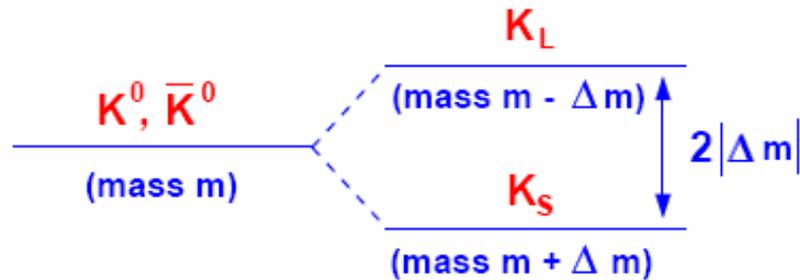
- a K_S with mass $(\bar{m} + \Delta m)$ and lifetime $(\bar{\Gamma} + \Delta\Gamma)$
- a K_L with mass $(\bar{m} - \Delta m)$ and lifetime $(\bar{\Gamma} - \Delta\Gamma)$

Here

$$\begin{aligned}
 \bar{m} &= \frac{m_S + m_L}{2} & \Delta m &= m_S - m_L \\
 \bar{\Gamma} &= \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2} & \Delta\Gamma &= \Gamma_S - \Gamma_L
 \end{aligned}$$

We have $m_S = m + \Delta m$ and $m_L = m - \Delta m$.

The weak force splits the levels in an analogous way to the splitting of levels in atomic physics due to a magnetic field (Zeeman Splitting).



Experiments indicate that the K_L is the heavier state i.e. Δm as we have defined it is negative.

The best estimate of $|\Delta m|$ from experiment is

$$\Delta m = 3.5 \times 10^{-15} \text{GeV} \quad \text{or} \quad 6.3 \times 10^{-42} \text{kg!}$$

How do we measure such a tiny mass?

STRANGENESS OSCILLATIONS

Since K_S and K_L have well defined lifetimes, we can write

$$\begin{aligned} K_S(t) &= K_S(0) \exp\left(-im_S t - \frac{1}{2}\Gamma_S t\right) \\ |K_S(t)|^2 &= |K_S(0)|^2 e^{-\Gamma_S t} \quad \text{with} \quad \Gamma_S \equiv \frac{1}{\tau_S} \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} K_L(t) &= K_L(0) \exp\left(-im_L t - \frac{1}{2}\Gamma_L t\right) \\ |K_L(t)|^2 &= |K_L(0)|^2 e^{-\Gamma_L t} \quad \text{with} \quad \Gamma_L \equiv \frac{1}{\tau_L} \end{aligned}$$

Suppose we start with a pure beam of K^0 at time $t = 0$.

$$\begin{aligned} K^0(0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [K_S(0) + K_L(0)] = 1 \\ \bar{K}^0(0) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [K_S(0) - K_L(0)] = 0 \end{aligned}$$

and so

$$K_S(0) = K_L(0) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

At a later time t

$$\begin{aligned} K^0(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} [K_S(t) + K_L(t)] \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} K_S(0) \exp\left(-im_S t - \frac{\Gamma_S t}{2}\right) \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} K_L(0) \exp\left(-im_L t - \frac{\Gamma_L t}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2} \left[\exp\left(-im_S t - \frac{\Gamma_S t}{2}\right) + \exp\left(-im_L t - \frac{\Gamma_L t}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

and

$$\bar{K}^0(t) = \frac{1}{2} \left[\exp \left(-im_S t - \frac{\Gamma_S t}{2} \right) - \exp \left(-im_L t - \frac{\Gamma_L t}{2} \right) \right]$$

The complex conjugates are

$$[K^0(t)]^* = \frac{1}{2} \left[\exp \left(+im_S t - \frac{\Gamma_S t}{2} \right) + \exp \left(+im_L t - \frac{\Gamma_L t}{2} \right) \right]$$

and

$$[\bar{K}^0(t)]^* = \frac{1}{2} \left[\exp \left(+im_S t - \frac{\Gamma_S t}{2} \right) - \exp \left(+im_L t - \frac{\Gamma_L t}{2} \right) \right]$$

The probability of finding a K^0 in the beam at time t is

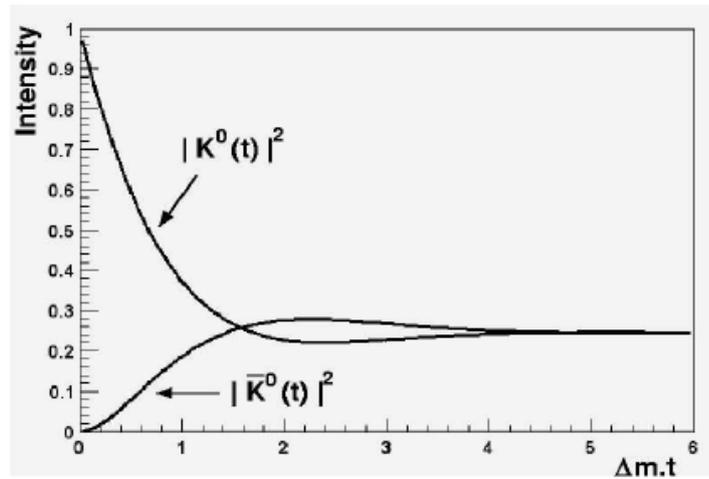
$$\begin{aligned} |K^0(t)|^2 &= K^0(t)K^0(t)^* \\ &= \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} + 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t) \right] \end{aligned}$$

and of finding a \bar{K}^0 in the beam at time t is

$$\begin{aligned} |\bar{K}^0(t)|^2 &= \bar{K}^0(t)\bar{K}^0(t)^* \\ &= \frac{1}{4} \left[e^{-\Gamma_S t} + e^{-\Gamma_L t} - 2e^{-\bar{\Gamma}t} \cos(\Delta m t) \right] \end{aligned}$$

where

$$\bar{\Gamma} = \frac{\Gamma_S + \Gamma_L}{2} \quad \Delta m = m_S - m_L$$



Bibliografia Capitolo 7 : K Neutri

- 1) Nuclear and Particle Physics
Burcham and Jobes
Cap. 11, paragrafo 11.13
- 2) The Experimental Foundations
of Particle Physics
R.N. Cahan and G. Coldhaber
Cap. 7
- 3) Introduction to Elementary
Particle Physics
A. Bettini
Cap. 8, paragrafi 8.1-8.4