Scritto di Fisica Nucleare e Subnucleare I

Appello Straordinario

15 Novembre 2021

Esercizio 1

I pioni carichi sono particelle instabili che possono decadere attraverso il processo: $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$. Un fascio di π^+ viene fatto passare in un tubo a vuoto lungo 15 m. All'uscita del tubo da vuoto si osserva che il 15% dei pioni sono decaduti. Conoscendo: $m_{\pi^+} = 140\,\mathrm{MeV/c^2}$, $m_{\mu^+} = 106\,\mathrm{MeV/c^2}$, il tempo proprio di vita dei pioni $\tau_{\pi^+} = 2.6 \times 10^{-8}\,\mathrm{s}$, si chiede:

1. Qual è l'impulso e l'energia dei pioni incidenti?
2. Qual è l'energia massima dei neutrini?

Soluzione dell'esercizio 1

1. Se il 15% del fascio di pioni, composto da N_0 particelle all'ingresso del tubo è decaduto, la frazione sopravvissuta alla fine del tubo a vuoto, al tempo t_0 è:

$$\frac{N(t_0)}{N_0} = e^{-\frac{t_0}{\tau}} = 1 - 0.15 = 0.85$$

da cui si ottiene:

$$t_0 = \tau \ln\left(\frac{1}{0.85}\right) \approx 4.23 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}$$

La lunghezza percorsa dai pioni non decaduti nel tubo a vuoto, se essi viaggiano con una velocità $v = \beta c$, considerando la dilatazione dei tempi relativistica è:

$$L = \beta\gamma c t_0$$

e quindi:

$$\beta\gamma = \frac{L}{ct_0} = \frac{15\,\mathrm{m}}{3 \times 10^8\,\mathrm{m/s} \cdot 4.23 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}} \approx 11.8$$

da cui si ricava l'impulso dei pioni:

$$p_\pi = c\beta\gamma m_\pi = 11.8c \cdot 140\,\mathrm{MeV/c^2} = 1654\,\mathrm{MeV/c}$$

e la loro energia:

$$E_\pi = \sqrt{p_\pi^2 + m_\pi^2} \approx 1660.8\,\mathrm{MeV}$$

2. Scriviamo la conservazione del quadrimpulso nel decadimento:

$$\begin{aligned} p_\mu &= p_\pi - p_\nu \\ m_\mu^2 &= m_\pi^2 - 2E_\pi E_nu + 2p_\pi E_\nu \cos\theta \end{aligned}$$

dove θ è l'angolo di apertura tra la direzione di volo dei pioni e quella dei neutrini decaduti. Quindi l'energia dei neutrini è data da:

$$E_\nu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2(E_\pi - cp_\pi \cos\theta)}$$

L'energia massima si ha quando l'angolo (variabile) $\theta = 0$, quindi:

$$E_\nu^{\max} = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2(E_\pi - cp_\pi)} = \frac{(140\,\mathrm{MeV})^2 - (106\,\mathrm{MeV})^2}{2(\cdot 1660.8\,\mathrm{MeV} - 1654\,\mathrm{MeV})} = 702.4\,\mathrm{MeV}$$

Esercizio 2

Lo stato eccitato del nucleone di massa 1440 GeV/c^2, $N^*(1440)$ è un barione instabile con $J^P = \frac{1}{2}^+$ e isospin totale $I = \frac{1}{2}$. Essa decade attraverso il processo $N^*(1440) \to N\pi$, con N che può essere o un protone o un neutrone. Si determini:

1. se esso procede attraverso l'interazione forte
2. qual è il valore del momento angolare dello stato finale

Soluzione dell'esercizio 2

1. I numeri quantici di carica, stranezza, numero barionico sono conservati. Controlliamo il valore dell'isospin dello stato finale:

$$I_{n,p} = \frac{1}{2}$$
$$I_\pi = 1$$

   Quindi la composizione degli stati di isospin totale 1/2 e 1 danno una combinazione lineare di isospin 3/2 e 1/2. Poiché lo stato finale può essere in uno stato di isospin uguale a quello iniziale, la reazione può avvenire per interazione forte, ammesso che conservi la parità (punto successivo).

2. La particella $N^*(1440)$ ha $J^P = \frac{1}{2}^+$, quindi il momento angolare totale del sistema (conservato) deve essere $J_{fin} = \frac{1}{2}$. Poiché il π ha spin $S = 0$, mentre il nucleone N ha spin $S = \frac{1}{2}$, i valori possibili per il momento angolare orbitale tra il pione e il nucleone sono solamente $L = 0, 1$. Vediamo se la parità può essere conservata in questa possibile interazione forte, calcolando la parità dello stato finale:

$$P = (-1)^L \times P_N \times P_\pi$$

   dove $P_N = +1$ e $P_\pi = -1$ sono le parità intrinseche di nucleone e pione, rispettivamente. Lo stato iniziale ha parità $P = +1$, quindi:

$$+1 = (-1)^L \times (+1) \times (-1) = (-1)^{L+1}$$

   quindi L deve essere dispari, e quindi $L = 1$.

Part.	M [MeV/c^2]	I	I_3	$J^{P(C)}$	B	S	τ [s]
π^+	139.6	1	1	0^-	0	0	2.6 10^{-8}
π^-	139.6	1	-1	0^-	0	0	2.6 10^{-8}
π^0	135.0	1	0	0^{-+}	0	0	8.4×10^{-17}
K^+	493.7	1/2	1/2	0^-	0	1	1.2 10^{-8}
K^-	493.7	1/2	-1/2	0^-	0	-1	1.2 10^{-8}
K^0	497.6	1/2	-1/2	0^-	0	1	non definita
$\overline{K}^0$	497.6	1/2	1/2	0^-	0	-1	non definita
p	938.272	1/2	1/2	$1/2^+$	1	0	stabile
n	939.565	1/2	-1/2	$1/2^+$	1	0	8.79×10^2
ϕ^0	1019.5	0	0	1^{--}	0	0	1.54×10^{-22}
ρ^0	770	1	0	1^{--}	0	0	4.5×10^{-24}
ρ^+	770	1	1	1^-	0	0	4.5×10^{-24}
ρ^-	770	1	-1	1^-	0	0	4.5×10^{-24}
f_2^0	1275.5	0	0	2^{++}	0	0	6.76×10^{-21}
$d(pn)$	1875.6	0	0	1^+	2	0	stabile
$\alpha({}^4_2He)$	3727.4	0	0	0^+	4	0	stabile
Λ^0	1115.7	0	0	$1/2^+$	1	-1	2.63×10^{-10}
Σ^+	1189.4	1	1	$1/2^+$	1	-1	8.01×10^{-11}
Σ^0	1192.6	1	0	$1/2^+$	1	-1	7.4×10^{-20}
Σ^-	1197.3	1	-1	$1/2^+$	1	-1	1.48×10^{-10}
Ξ^0	1314.9	1/2	1/2	$1/2^+$	1	-2	2.90×10^{-10}
Ξ^-	1321.7	1/2	-1/2	$1/2^+$	1	-2	1.64×10^{-10}
Ξ^{0*}	1531.8	1/2	1/2	$3/2^+$	1	-2	7.23×10^{-23}

Tabella 1: Isospin (I), spin (J), parità (P), coniugazione di carica (C), stranezza (S), numero barionico (B) e vita media τ di diverse particelle.