Esercizi d'esame

Fisica Nucleare e Subnucleare I

17 gennaio 2022

Esercizio 1

Un fascio collimato e monoenergetico di π^+ di alta energia viene fatto passare in un tubo lungo $L = 10\,\mathrm{m}$. All'uscita del tubo, il 10% dei pioni è decaduto in volo nel modo seguente: $\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$. Si calcolino:

1. l'impulso e l'energia cinetica di tali pioni
2. l'energia di un ν_μ di decadimento, prodotto a una distanza $x = 5\,\mathrm{m}$ dall'inizio del tunnel, che passa all'uscita del tunnel a $d = 15\,\mathrm{cm}$ dalla traiettoria dei pioni. Si consideri nulla la massa del neutrino.

Soluzione dell'esercizio 1

1. Se τ_0 è il tempo di vita medio proprio del pione, e t_0 il tempo, misurato nel sistema di riferimento del pione, necessario per percorrere tutto il tubo, la frazione di pioni decaduti è:

$$\frac{N(t_0)}{N_0} = e^{-\frac{t_0}{\tau_0}} = 1 - 0.1 = 0.9$$

da cui si ricava il tempo t_0:

$$t_0 = \tau_0 \ln\left(\frac{1}{0.9}\right) = 2.74 \times 10^{-9}\,\mathrm{s}$$

Lo spazio percorso dal pione, nel sistema di riferimento del laboratorio, sarà:

$$\beta\gamma c t_0 = 10\,\mathrm{m} \Rightarrow \beta\gamma = 12.2$$

e quindi:

$$\begin{aligned} p_\pi &= m_\pi \beta\gamma c = 139.6\,\mathrm{MeV/c^2} \times 12.2 \times c = 1703.1\,\mathrm{MeV/c} \\ E_\pi &= \sqrt{p_\pi^2 c^2 + m_\pi^2 c^4} = 1708.8\,\mathrm{GeV} \\ K_\pi &= E_\pi - m_\pi = 1569.2\,\mathrm{GeV} \end{aligned}$$

2. L'angolo formato dal neutrino con la direzione del pione, nel sistema di riferimento del laboratorio, è:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{d}{L-x} = \tan^{-1}\frac{0.15\,\mathrm{m}}{5\,\mathrm{m}} \approx 1.72^\circ$$

Usiamo la conservazione del quadrimpulso nel decadimento:

$$p_\pi - p_\nu = p_\mu$$

elevando al quadrato, e usando $m_\nu = 0$:

$$m_\pi^2 c^4 - 2E_\pi E_\nu + 2p_\pi c E_\nu \cos\theta = m_\mu^2 c^4$$

dalla quale si ottiene l'energia del neutrino:

$$E_\nu = \frac{m_\pi^2 c^4 - m_\mu^2 c^4}{2\left(E_\pi - p_\pi c \cos\theta\right)} = 644\,\mathrm{MeV}$$

Esercizio 2

Dei neutroni termici, cioè dei neutroni la cui energia è determinata dall'agitazione termica alle temperature tipiche del laboratorio, $\langle E \rangle \approx kT \approx 25\,\text{meV}$ per $T = 25\,°\text{C}$, possono indurre la reazione di fissione:

$$^{235}_{92}\text{U} + n \rightarrow {}^{148}_{57}\text{La} + {}^{87}_{35}\text{Br} + n$$

1. Si calcoli l'energia liberata nella reazione, conoscendo i coefficienti della formula *semi-empirica* delle masse di Bethe-Weizsäcker: $a_V = 15.56\,\text{MeV}$ (termine di volume); $a_S = 17.23\,\text{MeV}$ (termine di superficie); $a_C = 0.705\,\text{MeV}$ (termine coulombiano); $a_A = 23.3\,\text{MeV}$ (termine di asimmetria). Si trascuri il termine di accoppiamento.

Soluzione dell'esercizio 2

Usando la formula semi-empirica delle masse di Bethe-Weizsäcker:

$$B(Z, A) = a_V A - a_S A^{\frac{2}{3}} - a_C Z(Z-1) A^{-\frac{1}{3}} - a_A \frac{(N-Z)^2}{A},$$

dove N è il numero di neutroni nel nucleo, $N = A - Z$, si ottengono le energie di legame dei tre nuclidi considerati:

$$\begin{aligned} B(235, 92) &= 1786.1\,\text{MeV} \\ B(148, 57) &= 1213.4\,\text{MeV} \\ B(87, 35) &= 748.7\,\text{MeV} \end{aligned}$$

L'energia termica dei neutroni è di circa $25\,\text{meV} = 25 \times 10^{-9}\,\text{MeV}$, quindi completamente trascurabile su questa scala. Quindi l'energia liberata è data solamente dalla differenza tra le energie di legame dei nuclei prodotti e quella di partenza:

$$Q = B(148, 57) + B(87, 35) - B(235, 92) \approx 175.9\,\text{MeV}$$

Part.	M [MeV/c^2]	I	I_3	$J^{P(C)}$	B	S	τ [s]
π^+	139.6	1	1	0^-	0	0	2.6 10^{-8}
π^-	139.6	1	-1	0^-	0	0	2.6 10^{-8}
π^0	135.0	1	0	0^{-+}	0	0	8.4×10^{-17}
K^+	493.7	1/2	1/2	0^-	0	1	1.2 10^{-8}
K^-	493.7	1/2	-1/2	0^-	0	-1	1.2 10^{-8}
K^0	497.6	1/2	-1/2	0^-	0	1	non definita
$\overline{K}^0$	497.6	1/2	1/2	0^-	0	-1	non definita
p	938.272	1/2	1/2	$1/2^+$	1	0	stabile
n	939.565	1/2	-1/2	$1/2^+$	1	0	8.79×10^2
ϕ^0	1019.5	0	0	1^{--}	0	0	1.54×10^{-22}
ρ^0	770	1	0	1^{--}	0	0	4.5×10^{-24}
ρ^+	770	1	1	1^-	0	0	4.5×10^{-24}
ρ^-	770	1	-1	1^-	0	0	4.5×10^{-24}
f_2^0	1275.5	0	0	2^{++}	0	0	6.76×10^{-21}
$d(pn)$	1875.6	0	0	1^+	2	0	stabile
$\alpha({}^4_2He)$	3727.4	0	0	0^+	4	0	stabile
Λ^0	1115.7	0	0	$1/2^+$	1	-1	2.63×10^{-10}
Σ^+	1189.4	1	1	$1/2^+$	1	-1	8.01×10^{-11}
Σ^0	1192.6	1	0	$1/2^+$	1	-1	7.4×10^{-20}
Σ^-	1197.3	1	-1	$1/2^+$	1	-1	1.48×10^{-10}
Ξ^0	1314.9	1/2	1/2	$1/2^+$	1	-2	2.90×10^{-10}
Ξ^-	1321.7	1/2	-1/2	$1/2^+$	1	-2	1.64×10^{-10}
Ξ^{0*}	1531.8	1/2	1/2	$3/2^+$	1	-2	7.23×10^{-23}

Tabella 1: Isospin (I), spin (J), parità (P), coniugazione di carica (C), stranezza (S), numero barionico (B) e vita media τ di diverse particelle.