Esercizi d'esame

Fisica Nucleare e Subnucleare I

7 febbraio 2022

Esercizio 1

In un esperimento di collisione protone-protone viene prodotta una particella neutra che decade istantaneamente in due muoni ($m_\mu = 105\,\mathrm{MeV}$), emessi lungo la stessa direzione con versi opposti. Il loro impulso viene misurato con un tracciatore in campo magnetico, ed è pari a $300\,\mathrm{MeV/c}$ e $7.77\,\mathrm{GeV/c}$.

1. Si determini la massa della particella neutra prodotta nella collisione tra protoni.
2. Se il muone di impulso $300\,\mathrm{MeV/c}$ prodotto nel decadimento entra nella regione con un campo magnetico di $B = 0.1\,\mathrm{T}$ con direzione ortogonale al piano di propagazione delle particelle, esso percorre un'orbita circolare. Si calcoli il raggio dell'orbita iniziale e si stimi quello dopo un giro completo, supponendo che la particella si propaghi in un mezzo con densità $\rho = 2 \times 10^{-3}\,\mathrm{g/cm^3}$.

Soluzione dell'esercizio 1

1. La massa della particella madre si ricava dalla conservazione del quadrimpulso dei due muoni dello stato finale. Indicando con 1 e 2 i muoni finali si ha che:

$$\begin{aligned} E_1 &= \sqrt{p_1^2 + m_\mu^2} = \sqrt{105^2 + 300^2}\mathrm{MeV} = 318\,\mathrm{MeV} \\ E_2 &= \sqrt{p_2^2 + m_\mu^2} \approx p_2 = 7.77\,\mathrm{GeV} \end{aligned}$$

La massa invariante del sistema finale coincide con la massa della particella madre per la conservazione del quadrimpulso totale. L'energia del sistema finale dei due muoni è:

$$E_f = E_1 + E_2 = (0.32 + 7.77)\mathrm{GeV} = 8.09\,\mathrm{GeV}$$

e il modulo dell'impulso è:

$$|\vec{p_f}| = |\vec{p_1} + \vec{p_2}| = p_2 - p_1 = (7.77 - 0.30)\mathrm{GeV} = 7.47\,\mathrm{GeV}$$

e quindi la massa invariante è:

$$m = \sqrt{E_f^2 - p_f^2} = \sqrt{8.09^2 - 7.47^2}\mathrm{GeV} = 3.11\,\mathrm{GeV}$$

Questa massa è in buona approssimazione la massa della della risonanza adronica chiamata J/ψ.

2. Il raggio (in metri) della traiettoria circolare che segue inizialmente il muone di impulso $p_1 = 300\,\mathrm{MeV}$ è dato da:

$$R[\mathrm{m}] = \frac{p[\mathrm{GeV}]}{0.3B[\mathrm{T}]} = 10.0\,\mathrm{m}$$

L'energia del muone all'ingresso del materiale con il campo magnetico è $E_1 = 318\,\mathrm{MeV}$. Il prodotto $\beta\gamma$ in questo istante è pari a:

$$\beta\gamma = \frac{p}{m} \approx 2.9$$

per cui possiamo assumere una perdita di energia per circa uguale a quella al minimo di ionizzazione:

$$\left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right) \approx 2\,\mathrm{MeV g^{-1} cm^2}$$

Per effetto della ionizzazione, dopo un giro completo, i muoni perdono un'energia pari a:

$$\Delta E = \left(\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}x}\right) \cdot \rho \cdot 2\pi R \approx 25\,\mathrm{MeV}$$

quindi l'energia dei muoni dopo un giro completo sarà di $E_1' = E_1 - \Delta E$ e quindi l'impulso:

$$p_1' = \sqrt{(E_1')^2 - m_\mu^2} = 273\,\mathrm{MeV}$$

da cui si ricava il raggio di curvatura dopo un giro: $R' = 9.1\,\mathrm{m}$.

Esercizio 2

Per rivelare sulla Terra i neutrini prodotti all'interno del Sole si può utilizzare un bersaglio di Gallio, sfruttando la reazione

$$\nu_e + {}^{71}_{31}\mathrm{Ga} \to {}^{71}_{32}\mathrm{Ge} + e^-.$$

Sapendo che l'energia di legame del ${}^{71}_{31}\mathrm{Ga}$ è di 618.95 MeV, e quella del ${}^{71}_{32}\mathrm{Ge}$ è di 617.94 MeV, si calcoli l'energia di soglia della reazione.

Soluzione dell'esercizio 2

1. La reazione in questione $\nu_e + {}^{71}_{31}\mathrm{Ga} \to {}^{71}_{32}Ge + e^-$ si può scrivere in generale in funzione di (A, Z) come:

$$\nu_e + (A, Z) \to (A, Z+1) + e^-$$

L'energia di soglia per i neutrini è quella necessaria per produrre il nucleo $(A, Z+1)$ e l'elettrone fermi nel sistema di riferimento del centro di massa, e quindi:

$$E_{\min} = \frac{(m_e + M')^2 - M^2}{2M}$$

dove M e M' sono le masse dei nuclei (A, Z) e $(A, Z+1)$, rispettivamente, che valgono

$$\begin{aligned} M &= (A-Z)m_n + Zm_p - B(A,Z) = 66\,050.1\,\mathrm{MeV}, \\ M' &= (A-Z-1)m_n + (Z+1)m_p - B(A,Z+1) = 66\,049.8\,\mathrm{MeV}, \\ \Delta M &= M' - M = -m_n + m_p - B(A,Z+1) + B(A,Z) = -283\,\mathrm{keV}, \end{aligned}$$

per cui

$$E_{\min} = \frac{(m_e + M')^2 - M^2}{2M} = 228\,\mathrm{keV}.$$

Part.	M [MeV/c^2]	I	I_3	$J^{P(C)}$	B	S	τ [s]
π^+	139.6	1	1	0^-	0	0	2.6 10^{-8}
π^-	139.6	1	-1	0^-	0	0	2.6 10^{-8}
π^0	135.0	1	0	0^{-+}	0	0	8.4×10^{-17}
K^+	493.7	1/2	1/2	0^-	0	1	1.2 10^{-8}
K^-	493.7	1/2	-1/2	0^-	0	-1	1.2 10^{-8}
K^0	497.6	1/2	-1/2	0^-	0	1	non definita
$\overline{K}^0$	497.6	1/2	1/2	0^-	0	-1	non definita
p	938.272	1/2	1/2	$1/2^+$	1	0	stabile
n	939.565	1/2	-1/2	$1/2^+$	1	0	8.79×10^2
ϕ^0	1019.5	0	0	1^{--}	0	0	1.54×10^{-22}
ρ^0	770	1	0	1^{--}	0	0	4.5×10^{-24}
ρ^+	770	1	1	1^-	0	0	4.5×10^{-24}
ρ^-	770	1	-1	1^-	0	0	4.5×10^{-24}
f_2^0	1275.5	0	0	2^{++}	0	0	6.76×10^{-21}
$d(pn)$	1875.6	0	0	1^+	2	0	stabile
$\alpha({}^4_2He)$	3727.4	0	0	0^+	4	0	stabile
Λ^0	1115.7	0	0	$1/2^+$	1	-1	2.63×10^{-10}
Σ^+	1189.4	1	1	$1/2^+$	1	-1	8.01×10^{-11}
Σ^0	1192.6	1	0	$1/2^+$	1	-1	7.4×10^{-20}
Σ^-	1197.3	1	-1	$1/2^+$	1	-1	1.48×10^{-10}
Ξ^0	1314.9	1/2	1/2	$1/2^+$	1	-2	2.90×10^{-10}
Ξ^-	1321.7	1/2	-1/2	$1/2^+$	1	-2	1.64×10^{-10}
Ξ^{0*}	1531.8	1/2	1/2	$3/2^+$	1	-2	7.23×10^{-23}

Tabella 1: Isospin (I), spin (J), parità (P), coniugazione di carica (C), stranezza (S), numero barionico (B) e vita media τ di diverse particelle.