

Appello di Settembre

Fisica Nucleare e Subnucleare I

5 Settembre 2022

Esercizio 1

1. Volete produrre pioni carichi π^+ facendo interagire fasci di protoni, in una interazione del tipo

$$p + p \rightarrow \pi^+ + \text{qualcosa.}$$

Scrivete una delle possibili reazioni che prevedono la produzione di almeno un π^+ , spiegando attraverso quale interazione avviene e specificando quali leggi di conservazione sono rispettate.

2. Siete riusciti a produrre un fascio di 5×10^{11} pioni carichi π^+ ogni secondo, con un impulso di 5 GeV. Calcolate l'intensità media in ampere del fascio quando il fascio ha raggiunto la fine di un tunnel di 200 m al cui interno è stato fatto il vuoto, ricordando che il pione non è una particella stabile.
3. Supponete ora che il tunnel sia invece riempito di elio allo stato gassoso monoatomico (${}^4_2\text{He}$, densità 0.1785 kg/m^3). Se la sezione d'urto di interazione fra π^+ ed atomi di elio è di 1.3 mb, calcolare la riduzione dell'intensità del fascio dovuta all'interazione pione-elio (trascurando in questo caso l'effetto del decadimento del pione).

Soluzione dell'esercizio 1

- Una reazione possibile è

$$p + p \rightarrow \pi^+ + \pi^- + p + p,$$

che avviene per interazione forte (tutti i numeri quantici sono conservati, e coinvolge solo particelle adroniche).

- L'intensità di corrente del fascio prima del tunnel è di

$$I_0 = 5 \times 10^{11} e/s = 80 \text{ nA}.$$

La vita media del pione è di $\tau = 26 \text{ ns}$, che corrisponde a una lunghezza media viaggiata prima di decadere di

$$L_0 = \beta\gamma c\tau = \frac{p}{E} \frac{E}{m} c\tau = \frac{p}{m} c\tau = \frac{5 \text{ GeV}}{139.6 \text{ MeV}} \times 30 \text{ cm/ns} \times 26 \text{ ns} \approx 279.37 \text{ m},$$

dove abbiamo usato $c \approx 30 \text{ cm/ns}$. Ne segue che l'intensità dopo aver attraversato 200 m di tunnel si riduce a

$$I = I_0 \exp\left\{-\frac{200 \text{ m}}{L_0}\right\} \approx 80 \text{ nA} \times \exp\left\{-\frac{200 \text{ m}}{279.37 \text{ m}}\right\} \approx 39.1 \text{ nA},$$

corrispondente al 48.9% dell'intensità iniziale.

- L'elio ha una densità di volume dei bersagli (atomi di elio) pari a

$$n_B = \rho \frac{\mathcal{N}_A}{A} = 0.1785 \text{ kg/m}^3 \times 1 \times 10^3 \text{ g/kg} \times (1 \times 10^{-2} \text{ m/cm})^3 \times \frac{6 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}}{4 \text{ g/mol}} \approx 2.68 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}.$$

Nell'ipotesi in cui la vita media del pione sia infinita, l'intensità del fascio si riduce comunque esponenzialmente all'aumentare della distanza percorsa a causa dell'interazione pioni-elio, quantificabile in termini della lunghezza di attenuazione

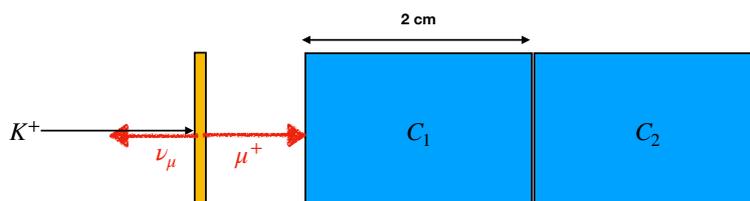
$$\lambda = \frac{1}{\sigma n_B} \approx \frac{1}{1.3 \times 10^{-3} \text{ b} \times 1 \times 10^{-24} \text{ cm}^2/\text{b} \times 2.68 \times 10^{19} \text{ cm}^{-3}} \approx 2.9 \times 10^8 \text{ m}.$$

Visto che la lunghezza del tunnel è di soli 200 m, la differenza fra aver usato elio invece di aver fatto il vuoto è trascurabile.

Esercizio 2

Un fascio di K^+ incide su una lastra di scintillatore, all'interno della quale i K^+ si fermano, decadendo in $K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$. Di fronte allo scintillatore viene posto un rivelatore Cherenkov (C_1) come in figura. Il rivelatore Cherenkov è spesso 2 cm, ha un indice di rifrazione $n=1.49$ e una densità $\rho = 1.2 \text{ g/cm}^3$. Si chiede:

1. Se il muone di decadimento incide sul rivelatore Cherenkov, è in grado di produrre un segnale?
2. Per ridurre il rate di falsi segnali nel rivelatore Cherenkov, se ne pone un secondo (C_2) identico al primo e dietro di esso come in figura. Il secondo rivelatore darà un segnale Cherenkov? Si considerino solo muoni che incidono perpendicolarmente al rivelatore, e si approssimi il $\frac{dE}{dx} = 2.5 \text{ MeV/g cm}^2$.



Soluzione dell'esercizio 2

1. I kaoni vengono fermati nello scintillatore, quindi si tratta di un decadimento in due corpi da fermo. Dalla relazione della massa invariante:

$$M_K^2 = (E_\mu + E_\nu)^2 - |\vec{p}_\mu + \vec{p}_\nu|^2 = E_\mu^2 + E_\nu^2 + 2E_\mu E_\nu + 0 = p_\mu^2 + m_\mu^2 + p_\nu^2 + m_\nu^2 + 2\sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} p_\nu$$

poiché il decadimento è da fermo $|\vec{p}_\mu| = |\vec{p}_\nu| \equiv p$. Quindi

$$\begin{aligned} M_K^2 &= p^2 + m_\mu^2 + p^2 + 2p\sqrt{p^2 + m_\mu^2} \\ M_K^2 - 2p^2 - m_\mu^2 &= 2p\sqrt{p^2 + m_\mu^2} \\ M_K^4 + 4p^4 + m_\mu^4 - 4M_K^2 p^2 - 2M_K^2 m_\mu^2 + 4m_\mu^2 p^2 &= 4p^4 + 4p^2 m_\mu^2 \\ p &= \frac{\sqrt{M_K^4 + m_\mu^4 - 2M_K^2 m_\mu^2}}{2M_K} = 235.6 \text{ MeV} \end{aligned}$$

La condizione affinché ci sia emissione di luce Cherenkov è che il β del muone sia al di sopra della soglia $\beta_{thr} = 1/n = 0.67$. Per i muoni di decadimento:

$$\beta = \frac{p}{E} = \frac{p}{\sqrt{p^2 + m_\mu^2}} = \frac{235.6 \text{ MeV}}{258.4 \text{ MeV}} = 0.912$$

quindi $\beta > \beta_{thr}$ e quindi viene emessa luce Cherenkov.

2. Nell'attraversare lo spessore di 2 cm del rivelatore Cherenkov, l'energia persa per ionizzazione dai muoni è:

$$\Delta E = \frac{dE}{dx} \times \rho \times \Delta x = 2.5 \text{ MeV/g cm}^2 \times 1.2 \text{ g/cm}^3 \times 2 \text{ cm} = 6 \text{ MeV}$$

quindi l'energia del muone all'entrata di C_2 è di:

$$E_\mu(2) = 258.4 \text{ MeV} - 6 \text{ MeV} = 252.4 \text{ MeV}$$

e quindi un impulso $p_\mu(2) = 229.1 \text{ MeV}$, che corrisponde a un

$$\beta(2) = \frac{p_\mu(2)}{E_\mu(2)} = 0.907$$

che è ancora di gran lunga maggiore di β_{thr} , e quindi si ha ancora emissione di luce Cherenkov in C_2 .

Part.	M [MeV/c ²]	I	I ₃	J ^{P(C)}	B	S	τ [s]
π ⁺	139.6	1	1	0 ⁻	0	0	2.6 10 ⁻⁸
π ⁻	139.6	1	-1	0 ⁻	0	0	2.6 10 ⁻⁸
π ⁰	135.0	1	0	0 ⁻⁺	0	0	8.4 × 10 ⁻¹⁷
K ⁺	493.7	1/2	1/2	0 ⁻	0	1	1.2 10 ⁻⁸
K ⁻	493.7	1/2	-1/2	0 ⁻	0	-1	1.2 10 ⁻⁸
K ⁰	497.6	1/2	-1/2	0 ⁻	0	1	non definita
\bar{K}^0	497.6	1/2	1/2	0 ⁻	0	-1	non definita
p	938.272	1/2	1/2	1/2 ⁺	1	0	stabile
n	939.565	1/2	-1/2	1/2 ⁺	1	0	8.79 × 10 ²
φ ⁰	1019.5	0	0	1 ⁻⁻	0	0	1.54 × 10 ⁻²²
ρ ⁰	770	1	0	1 ⁻⁻	0	0	4.5 × 10 ⁻²⁴
ρ ⁺	770	1	1	1 ⁻	0	0	4.5 × 10 ⁻²⁴
ρ ⁻	770	1	-1	1 ⁻	0	0	4.5 × 10 ⁻²⁴
f ₂ ⁰	1275.5	0	0	2 ⁺⁺	0	0	6.76 × 10 ⁻²¹
d(pn)	1875.6	0	0	1 ⁺	2	0	stabile
α(⁴ ₂ He)	3727.4	0	0	0 ⁺	4	0	stabile
Λ ⁰	1115.7	0	0	1/2 ⁺	1	-1	2.63 × 10 ⁻¹⁰
Σ ⁺	1189.4	1	1	1/2 ⁺	1	-1	8.01 × 10 ⁻¹¹
Σ ⁰	1192.6	1	0	1/2 ⁺	1	-1	7.4 × 10 ⁻²⁰
Σ ⁻	1197.3	1	-1	1/2 ⁺	1	-1	1.48 × 10 ⁻¹⁰
Ξ ⁰	1314.9	1/2	1/2	1/2 ⁺	1	-2	2.90 × 10 ⁻¹⁰
Ξ ⁻	1321.7	1/2	-1/2	1/2 ⁺	1	-2	1.64 × 10 ⁻¹⁰
Ξ ^{0*}	1531.8	1/2	1/2	3/2 ⁺	1	-2	7.23 × 10 ⁻²³
J/ψ	3096.9	0	0	1 ⁻⁻	0	0	7.2 × 10 ⁻²¹

Tabella 1: Massa (M), isospin (I , e sua terza componente I_3), spin (J), parità (P), coniugazione di carica (C), stranezza (S), numero barionico (B) e vita media (τ) di diverse particelle adroniche.

Part.	M [MeV/c ²]	τ [s]
e ⁻	0.511	stabile
μ ⁻	105.6	2.2 × 10 ⁻⁶
τ ⁻	1776	2.9 × 10 ⁻¹³
ν _e /μ/τ	0	stabile

Tabella 2: Massa (M) e vita media (τ) dei leptoni.

Costanti utili:

- $\hbar c = 197 \text{ MeV fm}$

- costante di normalizzazione per $\frac{dE}{dx}$ di ionizzazione: $C = 0.307 \text{ MeV g}^{-1} \text{ cm}^2$

Formule utili:

- Energia della particella B prodotta in un decadimento a due corpi $A \rightarrow B + C$, con A fermo:

$$E_B = \frac{m_A^2 + m_B^2 - m_C^2}{2m_A}$$