

Soluzione I Prova di Esonero del corso di FNSN-I (giallo)
(A.A. 2011-2012)
 18 Aprile 2012 ore 11

Problema 1:

Il mesone K^- può essere prodotto da un fascio di pioni π^- su un bersaglio fisso nella reazione i) $\pi^- + p \rightarrow X^+ + K^-$.

I K^- così prodotti interagiscono poi su un bersaglio di idrogeno liquido producendo un barione Ξ^- attraverso la reazione ii) $K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+ + \pi^0$.

Calcolare la energia cinetica di soglia T del K^- in grado di produrre un Ξ^- dalla reazione ii) e l'impulso minimo del π^- necessario per produrre nella reazione i) un K^- di energia cinetica pari a T . Si consideri il π^- relativistico ($E=pc$).

[$M_p = 938 \text{ MeV}/c^2$, $M_{\pi^-} = 140 \text{ MeV}/c^2$, $M_X = 1400 \text{ MeV}/c^2$, $M_{K^{+/-}} = 494 \text{ MeV}/c^2$, $M_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2$, $M_{\Xi^-} = 1530 \text{ MeV}/c^2$]

Soluzione (c=1):

Dalla reazione ii) l'energia cinetica di soglia del K^- è:

$$T = \frac{(M_{\Xi^-} + M_{K^+} + M_{\pi^0})^2 - (M_{K^-} + M_p)^2}{2M_p} = 1392 \text{ MeV}$$

$$E_{K^-} = T + M_{K^-} = 1886 \text{ MeV}; \quad p_{K^-} = \sqrt{E_{K^-}^2 - M_{K^-}^2} = 1820 \frac{\text{MeV}}{c}$$

Dalla conservazione del quadrimpulso nella reazione i): $P_\pi + P_p - P_K = P_X$

Quadrando: $M_\pi^2 + M_p^2 + M_K^2 + 2E_\pi M_p - 2E_\pi E_K + 2p_\pi p_K \cos \vartheta - 2E_K M_p = M_X^2$

Nell'approssimazione $E_\pi = p_\pi$:

$$E_\pi = \frac{2E_K M_p - M_\pi^2 - M_p^2 - M_K^2 + M_X^2}{2(M_p - E_K + p_K \cos \vartheta)}$$

Imponendo $\vartheta = 0$ (K^- emesso in avanti) si ha: $E_\pi = 2497 \text{ MeV}$

Problema 2:

Un rivelatore per neutrini solari installato ai Laboratori Nazionali del Gran Sasso è costituito da 30 t di Gallio naturale. I neutrini sono rivelati attraverso la reazione $\nu + \text{Ga}^{71} \rightarrow \text{Ge}^{71} + e^-$.

Calcolare quante reazioni vengono prodotte al giorno facendo le seguenti assunzioni:

- 1) la potenza totale emessa sotto forma di neutrini di energia superiore alla soglia della reazione è $4.7 \times 10^{37} \text{ MeV/s}$;
- 2) l'energia media dei neutrini sopra soglia è 0.4 MeV;
- 3) la distanza Terra-Sole è di 150 milioni di km;
- 4) la sezione d'urto media dei neutrini "attivi" per nuclei di Ga^{71} è $3.1 \times 10^{-45} \text{ cm}^2$;
- 5) il peso atomico del Gallio naturale è 69.7 g/mole, mentre l'abbondanza isotopica del Ga^{71} è $\approx 40\%$.

Soluzione:

$$P = 4.7 \times 10^{37} \frac{\text{MeV}}{\text{s}}; \quad E = 0.4 \text{ MeV}; \quad R = 150 \times 10^{11} \text{ cm};$$

$$M = 30 \text{ t}; \quad W = 69.7 \frac{\text{g}}{\text{mole}}; \quad \delta = 40\%; \quad \sigma = 3.1 \times 10^{-45} \text{ cm}^2;$$

Flusso di neutrini "attivi" per i nuclei di ^{71}Ga sulla Terra:

$$\Phi = \frac{P}{E} \cdot \frac{1}{4\pi R^2} = \frac{4.7 \times 10^{37} \frac{\text{MeV}}{\text{s}}}{0.4 \text{ MeV}} \frac{1}{4\pi (150 \times 10^{11})^2 \text{ cm}^2} = 4.2 \times 10^{10} \frac{\nu}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}}$$

Numero di bersagli ^{71}Ga :

$$N_b = \frac{M}{W} \cdot \delta \cdot N_A = \frac{3 \times 10^7 \text{ g}}{69.7 \frac{\text{g}}{\text{mole}}} \times 0.40 \times 6.022 \times 10^{23} \text{ mole}^{-1} = 1.0 \times 10^{29}$$

Numero di reazioni al giorno:

$$\Phi N_b \sigma = 4.2 \times 10^{10} \frac{\nu}{\text{cm}^2 \cdot \text{s}} \times 1.0 \times 10^{29} \times 3.1 \times 10^{-45} \text{ cm}^2 = 1.3 \times 10^{-5} \text{ s}^{-1} = 1.1 \text{ d}^{-1}$$