

Prova scritta del Corso di Fisica Nucleare e Subnucleare I

A.A. 2013-2014

Martedì 9 settembre 2014

Problema 1

Un pione neutro decade in due fotoni

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

con un tempo di vita medio proprio $\tau_0 \simeq 10^{-16}$ s.

I pioni neutri possono essere prodotti in laboratorio arrestando pioni negativi in idrogeno attraverso la reazione

$$\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + n.$$

Calcolare, nel sistema di riferimento del laboratorio:

- 1) la velocità v del π^0 che emerge dalla precedente reazione, assumendo che nel laboratorio il π^- e il protone siano a riposo all'atto della reazione;
- 2) l'energia cinetica T_n del neutrone prodotto;
- 3) la distanza l che percorre in media il π^0 prima di decadere;
- 4) la massima energia E_γ^{\max} dei fotoni dal decadimento del π^0 .

$$m_{\pi^-} = 140 \text{ MeV}/c^2, m_p = 938 \text{ MeV}/c^2, m_{\pi^0} = 135 \text{ MeV}/c^2, m_n = 940 \text{ MeV}/c^2.$$

Soluzione

- 1) Per la conservazione del 3-impulso, essendo

$$\vec{p}_{\pi^-} = \vec{p}_p = 0$$

allora

$$\vec{p}_{\pi^0} + \vec{p}_n = 0 \Rightarrow \vec{p}_{\pi^0} = -\vec{p}_n \Rightarrow p_{\pi^0} = p_n \equiv p.$$

Per la conservazione dell'energia

$$E_{\pi^-} + E_p = E_{\pi^0} + E_n$$

ovvero

$$m_{\pi^-} + m_p = \sqrt{m_{\pi^0}^2 + p^2} + \sqrt{m_n^2 + p^2}$$

da cui

$$p = \sqrt{\left(\frac{m_{\pi^0}^2 - (m_{\pi^-} + m_p)^2 - m_n^2}{2(m_{\pi^-} + m_p)}\right)^2 - m_n^2} = 26.7 \text{ MeV}/c$$

per cui

$$E_{\pi^0} = \sqrt{m_{\pi^0}^2 + p^2} = 137.6 \text{ MeV},$$

$$\beta = \frac{p}{E_{\pi^0}} = 0.194,$$

$$v = \beta c = \boxed{5.82 \times 10^7 \text{ m/s}}.$$

2) L'energia cinetica del n prodotto è

$$T_n = m_{\pi^-} + m_p - E_{\pi^0} - m_n = \boxed{0.380 \text{ MeV}}.$$

3) Essendo

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} = 1.02,$$

la distanza percorsa in media, nel laboratorio, dal π^0 prima di decadere è

$$l = \tau_0 \gamma v = \boxed{5.94 \times 10^{-9} \text{ m}}.$$

4) Nel sistema di riferimento del π^0 , ciascun fotone ha energia

$$E_\gamma^* = \frac{m_{\pi^0}}{2}$$

per le trasformazioni di Lorentz, l'energia di un fotone (E_γ) nel sistema di riferimento del laboratorio è legata alla sua energia (E_γ^*) e al modulo del suo 3-impulso (p_γ^*) nel sistema di riferimento del centro di massa attraverso la seguente relazione:

$$E_\gamma = \gamma(E_\gamma^* + \beta p_\gamma^* \cos \theta^*)$$

dove $0 \leq \theta^* \leq 180^\circ$ è l'angolo che il fotone forma, nel sistema di riferimento del centro di massa, rispetto alla direzione del *boost* di Lorentz (direzione di volo, nel laboratorio, del π^0 che decade).

La massima energia nel laboratorio di un γ dal decadimento del π^0 si ha per $\cos \theta^* = 1$, cioè quando i due fotoni, nel sistema di riferimento del centro di massa, sono *back-to-back* lungo la direzione del *boost* di Lorentz, quindi:

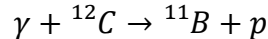
$$E_\gamma^{\max} = \gamma(E_\gamma^* + \beta p_\gamma^*).$$

Essendo $p_\gamma^* = E_\gamma^*$

$$E_\gamma^{\max} = \gamma E_\gamma^* (1 + \beta) = \gamma \frac{m_{\pi^0}}{2} (1 + \beta) = \boxed{82.2 \text{ MeV}}$$

Problema 2

Nella reazione:



il flusso di fotoni è pari a $\phi = 10^9$ fotoni $\text{cm}^{-2} \text{s}^{-1}$, la sezione del fascio è $A = 0.8 \text{ cm}^2$, il bersaglio di ${}^{12}\text{C}$ ha uno spessore $s = 2 \cdot 10^{-2} \text{ cm}$, una densità $\rho = 2.2 \text{ g/cm}^3$ ed è di dimensioni maggiori del fascio. La sezione d'urto del processo è isotropa e vale $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 1 \text{ } \mu\text{b/sterad}$. I protoni vengono contati da un rivelatore a Xenon liquido di forma cilindrica con raggio $r = 5 \text{ cm}$ e spessore $d = 2 \text{ cm}$, posto a distanza $D = 80 \text{ cm}$ dal bersaglio.

Calcolare:

- quanti protoni vengono contati al secondo;
- l'energia rilasciata nel rivelatore dai protoni di energia $E = 1.1 \text{ GeV}$ che passano per il suo centro.

$$m_p = 938.3 \text{ MeV}/c^2; Z_{\text{Xe}} = 54; A_{\text{Xe}} = 131; \rho_{\text{liq,Xe}} = 3.3 \text{ g/cm}^3; I_{\text{Xe}} = 540 \text{ eV}.$$

Soluzione

- a) Il numero di bersagli (${}^{12}\text{C}$) per unità di volume è:

$$n_b = \frac{\rho}{12} N_A = 1.10 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3}$$

L'angolo solido coperto dal rivelatore è:

$$\Delta\Omega = 4\pi \frac{\pi r^2}{4\pi D^2} = \frac{\pi r^2}{D^2} = 1.23 \cdot 10^{-2} \text{ sterad}$$

Il numero di protoni incidenti sul rivelatore nell'unità di tempo vale quindi:

$$\frac{dN_p}{dt} = \phi A n_b s \frac{d\sigma}{d\Omega} \Delta\Omega = 0.022 \frac{\text{p}}{\text{s}} = 78 \frac{\text{p}}{\text{h}}$$

- b) Per protoni con energia $E = 1.1 \text{ GeV}$ si ha:

$$p = \sqrt{E^2 - m_p^2 c^4} = 574 \frac{\text{MeV}}{c}; \quad \beta = \frac{pc}{E} = 0.522; \quad \beta\gamma = \frac{pc}{m_p c^2} = 0.612$$

Per la formula di Bethe e Block ($C = 0.307 \frac{\text{MeV cm}^2}{\text{g}}$):

$$-\frac{dE}{dx} = C \rho_{\text{LXe}} \frac{Z_{\text{Xe}}}{A_{\text{Xe}}} \frac{1}{\beta^2} \left(\ln \frac{2 m_e c^2 \beta^2 \gamma^2}{I_{\text{Xe}}} - \beta^2 \right) = 9.6 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}};$$

da cui l'energia persa nel rivelatore: $\Delta E = -\frac{dE}{dx} \cdot d = 19 \text{ MeV}$.

Problema 3

Stabilire quali delle reazioni e decadimenti sotto indicati sono permessi e quali sono proibiti.

- i. Per quelli proibiti, indicare **tutti** i numeri quantici (o le leggi di conservazione) che sono violati;
- ii. Per quelli permessi, indicare la **forza** che media l'interazione.

- | | |
|--|--|
| 1. $\pi^- + p \rightarrow \pi^0 + \Delta^0$ | 1. $\mu^- \rightarrow e^- + \bar{\nu}_\mu + \nu_e$ |
| 2. $\pi^+ + p \rightarrow \Lambda + \pi^+ + K^0$ | 2. $\pi^+ \rightarrow e^+ + \mu^- + \mu^+ + \nu_e$ |
| 3. $\bar{p} + p \rightarrow \gamma + \gamma$ | 3. $\eta \rightarrow \gamma + \gamma$ |
| 4. $K^- + p \rightarrow \Xi^- + K^+$ | 4. $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- + e^- + \nu_e$ |
| 5. $\nu_\mu + p \rightarrow \mu^+ + n$ | 5. $\Sigma(1385)^0 \rightarrow \Lambda + \pi^0$ |
| 6. $e^- + p \rightarrow \nu_e + n$ | 6. $\Omega \rightarrow \Sigma^0 + \pi^-$ |

Soluzione

1. sì, forte
2. no, carica
3. sì, elettromagnetica
4. sì, forte
5. no, L_μ
6. sì, debole

1. no, L_e, L_μ
2. no, massa
3. sì, elettromagnetica
4. no, carica, L_e
5. sì, forte
6. no, stranezza