

# Esercizi per casa (risolti)

Valerio Ippolito\*

11 maggio 2023

## 1 Settimana 1 (10 marzo 2023)

### Esercizio 1 Dilatazione dei tempi

Qual è la velocità con la quale viaggia un orologio se il suo *rate* è pari alla metà del rate di un orologio a riposo?

### Esercizio 2 Contrazione delle lunghezze

Un osservatore misura la lunghezza di un'asta quando questa è a riposo, ottenendo  $L = 1$  m, e quando è in moto, ottenendo  $L' = 0.5$  m. A che velocità viaggia l'asta quando è in moto?

### Esercizio 3 Limite di piccole velocità

Un orologio atomico è posto su un Boeing 747. L'orologio misura l'intervallo di tempo che separa due eventi, ottenendo  $\Delta t = 1$  h quando si muove con velocità  $v = 1000$  km/h rispetto ad un osservatore a terra. Qual è l'intervallo di tempo misurato da un orologio identico ma a riposo rispetto all'osservatore?

### Esercizio 4 Contrazione delle lunghezze

Un'asta di lunghezza  $L_0$  si muove con velocità  $v$  lungo la direzione orizzontale. Nel sistema di riferimento dell'asta, questa forma un angolo  $\theta$  rispetto all'asse  $x'$ . Determinare la lunghezza dell'asta misurata da un osservatore in quiete e l'angolo che l'asta forma con l'asse  $x$ .

### Esercizio 5 Trasformazione delle velocità

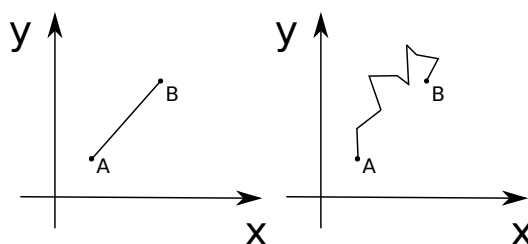
Un osservatore, in quiete sulla Terra, vede due astronavi avvicinarsi l'una all'altra lungo la stessa direzione, alla stessa velocità. La loro velocità relativa è  $0.7c$ . Determinare la velocità delle due astronavi misurata dall'osservatore a Terra.

### Esercizio 6 Leggi di trasformazione

In relatività speciale, come si trasforma il volume? E la densità?

### Esercizio 7 Intervallo invariante

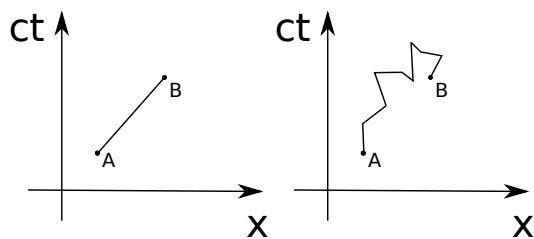
Si considerino anzitutto due punti  $A$  e  $B$  nello spazio euclideo (rappresentato per semplicità in due dimensioni). Quale dei due cammini in figura è più breve?



Si consideri ora lo spazio di Minkowski (pseudo-euclideo), con l'usuale definizione di distanza  $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$ . Quale dei due tragitti è più breve? Si assuma che tutti i segmenti di curva che congiungono  $A$  e  $B$  siano di tipo tempo.

---

\*valerio.ippolito@roma1.infn.it



### Esercizio 8 Quadrivelocità

Qual è la quadrivelocità di una particella che si muove di moto rettilineo uniforme lungo l'asse  $x$ , con velocità  $v = \frac{3}{5}c$ ?

### Esercizio 9 Decadimento e dilatazione dei tempi

Metà dei muoni di un fascio composto da muoni di energia fissata sopravvive dopo aver viaggiato  $l = 600$  m nel sistema di riferimento del laboratorio. Qual è la velocità dei muoni?

### Esercizio 10 Calcolo tensoriale

Un tensore, le cui componenti contravarianti si indicano come  $a^{\mu\nu}$ , è la generalizzazione a due indici di un quadrivettore. Mentre un quadrivettore ha 4 componenti, un tensore a due indici ne ha  $4 \times 4 = 16$ . Se, nel passaggio da un sistema di riferimento  $O$  in quiete a uno  $O'$  in moto lungo l'asse  $x$  con velocità  $V = \beta c$ , le coordinate di un quadrivettore trasformano secondo la legge

$$x'^{\mu} = \Lambda_{\nu}^{\mu} x^{\nu},$$

dove le  $\Lambda_{\nu}^{\mu}$  sono le componenti della matrice

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \gamma & -\beta\gamma & 0 & 0 \\ -\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

analogamente un tensore trasforma secondo

$$a'^{\mu\nu} = \Lambda_{\rho}^{\mu} \Lambda_{\sigma}^{\nu} a^{\rho\sigma}.$$

Analogamente a quanto accade per i quadrivettori, le coordinate contravarianti di un tensore sono legate a quelle covarianti dalla relazione

$$a_{\mu\nu} = g_{\mu\rho} g_{\nu\sigma} a^{\rho\sigma}.$$

Un tensore si dice *simmetrico* se le sue componenti sono uguali sotto scambio degli indici ( $a^{\mu\nu} = a^{\nu\mu}$ ), e *antisimmetrico* se sono uguali ma di segno opposto ( $a^{\mu\nu} = -a^{\nu\mu}$ ).

1. Quanti elementi indipendenti ci sono in un tensore simmetrico? (si considerano dipendenti ad esempio  $a^{12}$  e  $a^{21} = a^{12}$ )
2. E in un tensore antisimmetrico?
3. Simmetria e antisimmetria sono caratteristiche che si mantengono sotto trasformazione di Lorentz?
4. Se un tensore  $a_{\mu\nu}$  è simmetrico, lo è anche la sua versione covariante  $a_{\mu\nu}$ ? E se è antisimmetrico?
5. Se  $a^{\mu\nu}$  è un tensore simmetrico e  $b^{\mu\nu}$  un tensore antisimmetrico, quanto vale  $a_{\mu\nu} b^{\mu\nu}$ ?
6. Scomporre un tensore generico  $a^{\mu\nu}$  nella somma di due tensori, uno simmetrico e l'altro antisimmetrico.

### Esercizio 11 Relazione fra forza e accelerazione

In relatività speciale, forza e accelerazione sono in generale proporzionali fra loro? Usare la definizione di forza  $F = \frac{d\mathbf{p}}{dt}$ .

*Suggerimento: scomporre l'accelerazione nella somma di un termine parallelo e un termine ortogonale alla direzione del moto (cioè alla velocità).*

### Esercizio 12 Classificazione dei quadrivettori

Il quadrimpulso è un quadrivettore di tipo spazio, tempo o luce?

### Esercizio 13 Energia cinetica

Quanto lavoro bisogna compiere per aumentare la velocità di un elettrone ( $m = 511 \text{ keV}/c^2$ ) dalla posizione di riposo a:

1.  $0.50c$ ?
2.  $0.990c$ ?
3.  $0.9990c$ ?

### Esercizio 14 Energia di soglia

Supponiamo di far scontrare un fascio di protoni con un protone a riposo. Qual è l'energia minima che devono avere i protoni del fascio perché la reazione

$$p + p \rightarrow p + p + p + \bar{p}$$

sia permessa? (La massa del protone è pari a quella dell'antiprotone  $\bar{p}$ , e vale  $938 \text{ MeV}/c^2$ .)

### Esercizio 15 Diffusione elastica

Chiamiamo elastico un urto ("scattering") in cui le particelle dello stato iniziale e dello stato finale sono le stesse. Si consideri un urto elastico fra una particella di massa nulla e una particella di massa  $m$  (*bersaglio*) che si trova a riposo nel sistema di riferimento del laboratorio: qual è la massima energia trasferita dalla particella incidente al bersaglio? *Suggerimento: si lavori nel sistema di riferimento del laboratorio, e si espliciti il prodotto scalare fra gli impulsi spaziali della particella di massa nulla prima e dopo l'urto in funzione dell'angolo, sempre nel sistema di riferimento del laboratorio, fra la direzione iniziale e finale della particella incidente.*

Se la particella incidente è un fotone e il bersaglio è un elettrone atomico a riposo, di quanto varia la lunghezza d'onda del fotone fra prima e dopo l'urto?

## 2 Settimana 3 (23 marzo 2023)

### Esercizio 16 Trasformazione delle velocità

Un oggetto si muove di moto rettilineo uniforme con velocità costante  $\alpha c$  verso un secondo oggetto immobile. A che velocità dobbiamo muoverci noi, lungo la stessa direzione, per vedere entrambi gli oggetti muoversi con velocità uguali e opposte?

### Esercizio 17 Conseguenze della relatività

Una navicella spaziale, in moto rettilineo uniforme con velocità  $0.5c$  in allontanamento dalla Terra, è in orbita verso Plutone, che si trova a  $7.5 \times 10^9 \text{ km}$  di distanza dalla Terra. Non appena raggiunto il pianeta, la comandante invia un segnale radio alla base, a Houston, per chiedere l'autorizzazione all'atterraggio. Quanto tempo impiega la richiesta a raggiungere la base, secondo la comandante? E secondo i suoi colleghi a Houston?

### Esercizio 18 Energia cinetica

Ha più energia un protone che viaggia a  $0.9999999896c$  o un Boeing 747 al decollo?

### Esercizio 19 Dilatazione dei tempi

Una scienziata misura che un fascio di particelle, selezionate con impulso di  $10 \text{ GeV}/c$ , si degrada dell'84% dopo aver percorso  $1 \text{ m}$ . Se la massa di queste particelle è  $498 \text{ MeV}/c^2$ , qual è la loro vita media?

### Esercizio 20 Dilatazione dei tempi

Vi trovate a dover studiare un fascio di particelle di cui conoscete l'energia –  $2 \text{ GeV}$  – ma non la massa: a quanto ne sapete, potrebbero essere composti da elettroni (di massa  $511 \text{ keV}/c^2$ ) o protoni ( $938 \text{ MeV}/c^2$ ). Avete a disposizione due rivelatori identici, in grado di registrare con precisione il tempo in cui una particella li attraversa. Come potete utilizzarli per determinare se il vostro fascio contiene elettroni o protoni?

### Esercizio 21 Energia di soglia

Due fisici delle particelle vogliono produrre il bosone  $Z$ , una particella di carica neutra e di massa  $m_Z = 91 \text{ GeV}/c^2$ , e discutono come fare. Alice propone di far scontrare fasci di elettroni e positroni di energia identica, che viaggiano dunque con impulso spaziale uguale in modulo e direzione ma di verso opposto, producendo  $Z$  tramite il processo

$$e^+ + e^- \rightarrow Z,$$

mentre Bob preferisce scontrare un fascio di protoni su un bersaglio fisso di idrogeno, tramite il processo

$$p + p \rightarrow Z + p + p.$$

Chi dei due avrà bisogno di fasci di particelle di energia più alta? La massa del protone è di  $938.3 \text{ MeV}/c^2$ , quella dell'elettrone di  $511 \text{ keV}/c^2$ .

### Esercizio 22 Leggi di conservazione

Un fotone (particella di massa nulla) può decadere in un elettrone e in un positrone (entrambi di massa  $511 \text{ keV}/c^2$ ), tramite il processo

$$\gamma \rightarrow e^+ + e^-?$$

### Esercizio 23 Decadimento $\beta^-$

Quali sono l'energia minima e massima dell'elettrone nel decadimento

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}_e,$$

se il neutrone decade da fermo? La massa del neutrone è di  $939.6 \text{ MeV}/c^2$ , quella del protone di  $938.3 \text{ MeV}/c^2$  e quella dell'elettrone di  $511 \text{ keV}/c^2$ ; si assuma che l'antineutrino elettronico  $\bar{\nu}_e$  abbia massa nulla.

### Esercizio 24 Leggi di conservazione

Il decadimento

$$p \rightarrow n + e^+ + \nu_e$$

è permesso?

### Esercizio 25 Unità naturali e sistema internazionale

Usando il fatto che  $\hbar c = 197.3 \text{ MeVfm}$ , si dimostri che in un sistema di unità di misura in cui  $\hbar = c = 1$  vale:

1.  $1 \text{ GeV}^{-2} = 0.389 \text{ mb}$
2.  $1 \text{ m} = 5.068 \times 10^{15} \text{ GeV}^{-1}$
3.  $1 \text{ s} = 1.5 \times 10^{24} \text{ GeV}^{-1}$

Ricordiamo che  $1 \text{ b} = 1 \times 10^{-28} \text{ m}^2$  e che

$$[\hbar c] = [\text{Jsm}/\text{s}] = [E][L].$$

### Esercizio 26 Massa invariante

Tre protoni ( $m_p = 938 \text{ MeV}/c^2$ ) hanno impulsi uguali in modulo ( $p = 3 \text{ GeV}/c$ ) e che formano angoli di  $120^\circ$  l'uno con l'altro. Qual è la massa invariante del sistema?

### Esercizio 27 Energia di soglia

Si consideri il processo

$$\gamma + p \rightarrow p + \pi^0,$$

dove il fotone ha massa nulla, il protone ha massa di  $938 \text{ MeV}/c^2$  e il  $\pi^0$  ha massa di  $135 \text{ MeV}/c^2$ .

1. Se il protone è a riposo, qual è l'energia minima che deve avere il fotone incidente perché la reazione abbia luogo?
2. La stessa reazione può avvenire nell'universo<sup>1</sup>, in cui un protone dei raggi cosmici di alta energia può collidere con uno dei fotoni della radiazione cosmica di fondo, di energia dell'ordine di  $1 \text{ meV}$ . Qual è in questo caso l'energia minima che deve avere il protone perché la reazione abbia luogo?

### Esercizio 28 Conseguenze della relatività

Un misterioso supereroe pattuglia, a velocità molto elevata, la periferia romana. All'incrocio con via di Tor Bella Monaca incontra un semaforo e – vedendolo verde – attraversa senza rallentare. Una pattuglia della polizia municipale lo ferma e lo multa per esser passato col rosso. Assumendo sia il supereroe che i vigili siano nel giusto, a che velocità viaggiava il supereroe?

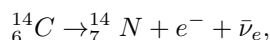
<sup>1</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/Greisen-Zatsepin-Kuzmin\\_limit](https://en.wikipedia.org/wiki/Greisen-Zatsepin-Kuzmin_limit)

## Esercizio 29 Conseguenze della relatività

I neutrini sono particelle di massa molto piccola e al momento ignota. Uno dei modi con cui è stato possibile dedurre un limite superiore al suo valore è stata l'osservazione, nel 1987, di neutrini prodotti dalla supernova 1987A<sup>2</sup>, che si trova a 168000 anni luce dalla Terra. Sono stati osservati due segnali di neutrini, che possono essere schematizzati come segue: si è osservato prima un neutrino di 35 MeV di energia, seguito a 9 s di distanza da un secondo segnale di 13 MeV. Si assuma che questo ritardo sia dovuto al fatto che la massa del neutrino non è nulla, e si calcoli quest'ultima.

## Esercizio 30 Legge di decadimento

Animali e piante assumono dall'atmosfera diversi composti contenenti carbonio. Il carbonio presente nell'atmosfera è predominantemente  $^{12}_6C$ , ma sono presenti piccole concentrazioni del suo isotopo  $^{14}_6C$  (un atomo ogni  $10^{12}$ ), che decade con emissione di elettroni attraverso il processo<sup>3</sup>



con un tempo di dimezzamento di 5700 anni.

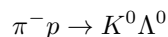
1. Qual è la concentrazione di  $^{14}_6C$  dopo 11400 anni?
2. Animali e piante assumono in vita proporzioni fisse di  $^{14}_6C$  e  $^{12}_6C$ , mentre alla loro morte la quantità di  $^{14}_6C$  inizia a diminuire. Avete a portata di mano un relitto di legno, per cui misurate una emissione di elettroni dal decadimento di  $^{14}_6C$  pari al 61% di quella di un pezzo di legno "vivo" della stessa massa: quanti anni ha il manufatto?

## Esercizio 31 Energia cinetica e trasformazioni di Lorentz

Due particelle identiche di massa  $m$  ed energia cinetica  $T$  collidono frontalmente. Qual è la loro energia cinetica relativa (ossia l'energia cinetica di una particella misurata nel sistema di riferimento dell'altra particella)?

## Esercizio 32 Energia nel centro di massa

La reazione

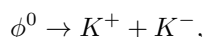


avviene con un'energia nel centro di massa di  $\sqrt{s} = 3 \text{ GeV}$ . La massa del  $\pi^-$  è di  $139.6 \text{ MeV}/c^2$ , la massa del protone è di  $938 \text{ MeV}/c^2$ , la massa del  $K^-$  è di  $498 \text{ MeV}/c^2$  e quella della  $\Lambda^0$  di  $1.1 \text{ GeV}/c^2$

1. Calcolare l'impulso di  $\pi^-$  e  $\Lambda^0$  nel sistema di riferimento del centro di massa.
2. Se il protone è a riposo, il  $K$  può essere emesso all'indietro nel sistema di riferimento del laboratorio?

## Esercizio 33 Decadimento

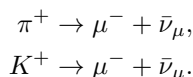
Il mesone  $\phi^0$  è una particella neutra<sup>4</sup> di circa  $1 \text{ GeV}/c^2$  di massa, che può decadere in una coppia di particelle,



di massa identica  $m_K = 494 \text{ MeV}/c^2$ . Si assuma di produrre  $\phi^0$  di impulso noto: è possibile che uno dei due  $K$  sia prodotto a riposo nel sistema di riferimento del laboratorio?

## Esercizio 34 Decadimento

Un fascio di anti-neutrini muonici,  $\bar{\nu}_\mu$ , si può generare selezionando pioni o kaoni,  $\pi^+$  e  $K^+$ , e facendoli passare in un lungo tubo in cui è stato fatto il vuoto<sup>5</sup>, in modo che dopo un certo tragitto  $L$  una buona parte di loro sarà decaduta tramite i processi



Se l'impulso di pioni e kaoni è di  $200 \text{ GeV}/c$ , e la loro vita media di 26 ns e 12 ns, rispettivamente:

<sup>2</sup>[https://en.wikipedia.org/wiki/SN\\_1987A](https://en.wikipedia.org/wiki/SN_1987A)

<sup>3</sup>Di altro non si tratta che del decadimento  $\beta^-$ ,  $n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$ .

<sup>4</sup>Il collisore DAFNE ai Laboratori Nazionali di Frascati produce specificatamente particelle di questo tipo, tramite il processo  $e^+ + e^- \rightarrow \phi^0$ : <https://www.youtube.com/watch?v=L5yB9gDGKms>.

<sup>5</sup>Una tecnica di questo tipo è stata usata per inviare ai Laboratori Nazionali del Gran Sasso dei fasci di neutrini prodotti al CERN di Ginevra: <https://videos.cern.ch/record/985892>.

1. Quanto a lungo viaggiano nel laboratorio i due tipi di particelle?
2. Se  $L = 1000$  m, quale sarà la frazione di pioni e kaoni che sarà decaduta alla fine del tubo?
3. Qual è l'energia massima dei neutrini che è possibile misurare nel sistema di riferimento del laboratorio, nei due casi?

### 3 Lezione 6 (12 aprile 2023)

#### Esercizio 35 Energia cinetica

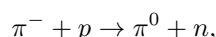
Tra le eccellenze con sede in territorio elvetico primeggiano indiscutibilmente la cioccolata al latte e il Large Hadron Collider (LHC). Quest'ultimo è un collisore di particelle, situato al CERN di Ginevra, che fa scontrare due fasci identici di protoni, di impulso uguale in modulo e direzione ma verso opposto. I fasci sono composti da circa 2800 gruppi ("pacchetti") di  $10^{11}$  particelle ciascuno. Sapendo che l'energia nel centro di massa della collisione fra due protoni è  $\sqrt{s} = 13$  TeV, quanta cioccolata al latte dovete mangiare per assumere un numero di calorie pari all'energia cinetica di ciascun fascio di protoni di LHC?

#### Esercizio 36 Scattering Rutherford

Un fascio di particelle  $\alpha$  di 100 MeV di energia e 0.32 nA di corrente<sup>6</sup> collide contro un bersaglio fisso di alluminio, spesso 1 cm. Una sperimentatrice prende un rivelatore di  $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$  di superficie, e lo posiziona ad un angolo di  $30^\circ$  rispetto al fascio di particelle, a 1 m di distanza dal bersaglio. Quante particelle  $\alpha$  incideranno sul rivelatore ogni secondo?

#### Esercizio 37 Sezione d'urto

Un bersaglio di idrogeno liquido, di densità  $\rho = 0.071 \text{ g/cm}^3$  e volume  $V = 125 \text{ cm}^3$ , è bombardato da un fascio monoenergetico di pioni negativi con un flusso  $\phi = 2 \times 10^7 \text{ m}^{-2}\text{s}^{-1}$  e si osserva la reazione



rivelando i fotoni del decadimento  $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ , che avviene nel 98.8% dei casi. Se la sezione d'urto di quell'interazione è  $\sigma = 40 \text{ mb}$ , quanti fotoni sono emessi ogni secondo?

#### Esercizio 38 Sezione d'urto

La sezione d'urto dell'effetto fotoelettrico per raggi  $X$  di 10 keV in carbonio è 40 b per atomo. Data una lastra di carbonio di 4 mm di spessore, si calcoli:

1. il numero di bersagli per unità di volume;
2. il coefficiente di assorbimento per effetto fotoelettrico dei raggi  $X$  di tale energia;
3. la probabilità che un raggio  $X$  incidente sulla lastra produca un elettrone per effetto fotoelettrico.

#### Esercizio 39 Sezioni d'urto

Un bersaglio d'oro di densità superficiale  $\rho_S = 0.97 \text{ mg/cm}^2$  e superficie  $S_B = 1 \text{ cm}^2$  viene colpito da un fascio di particelle  $\alpha$ , la cui sezione trasversa è contenuta completamente nell'area del bersaglio. Sul bersaglio impattano  $3.7 \times 10^4 \alpha/\text{s}$ . La sezione d'urto di diffusione elastica ad un certo angolo  $\theta$  vale  $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 1 \text{ b/sr}$ . Calcolare:

1. la densità di atomi del bersaglio per unità di superficie;
2. il numero di particelle  $\alpha$  rivelate in un'ora da un rivelatore di superficie  $S_R = 2 \text{ cm}^2$  posto all'angolo  $\theta$  e a distanza  $D_R = 0.1 \text{ m}$  dal bersaglio;
3. Se il fascio di particelle viene sostituito da una sorgente radioattiva di particelle  $\alpha$  con distribuzione isotropa su tutto l'angolo solido, che viene posta lungo la stessa linea del fascio a distanza  $D_B = 20 \text{ cm}$  dal bersaglio, quanto tempo è necessario per rivelare con lo stesso rivelatore lo stesso numero di particelle calcolato sopra, a parità di sezione d'urto?

#### Esercizio 40 Cinematica

<sup>6</sup>Per una spiegazione breve su come (e perché) si misura la corrente di un fascio di particelle, vedi [https://www.lhc-closer.es/taking\\_a\\_closer\\_look\\_at\\_lhc/0.beam\\_current](https://www.lhc-closer.es/taking_a_closer_look_at_lhc/0.beam_current). Una trattazione più completa è data ad esempio da <https://cds.cern.ch/record/1213275/files/p141.pdf>.

Un fascio di positroni di 100 MeV di energia annichila su un bersaglio fisso di elettroni, producendo due fotoni tramite il processo

$$e^+ + e^- \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Se uno dei due fotoni è emesso a  $30^\circ$  nel sistema del centro di massa:

1. quanto vale l'energia dei due fotoni nel sistema del centro di massa?
2. che energia e direzione avranno nel sistema del laboratorio?

### Esercizio 41 Sezione d'urto

Gli antineutrini  $\bar{\nu}_e$  prodotti da un reattore nucleare con potenza  $P = 1.6$  GW attraversano un bersaglio da 2000 l d'acqua, posto a 50 m di distanza dal reattore.

1. Supponendo che per ogni fissione sia prodotta un'energia termica di 200 MeV e vengano emessi 6 antineutrini, calcolare il numero medio di reazioni

$$\bar{\nu}_e + p \rightarrow e^+ + n$$

prodotte al giorno, se la sezione d'urto è  $\sigma = 1 \times 10^{-43}$  cm<sup>2</sup>.

2. Qual è la minima energia del neutrino per cui la reazione è permessa?

## 4 Lezione 10 (11 maggio 2023)

### Esercizio 42 Svolto a lezione

Un protone interagisce con un bersaglio, producendo un pione di energia  $E = 300$  MeV. Con un tracciatore, posto a distanza  $d = 6$  cm dal bersaglio, è possibile rivelare la traiettoria del pione e risalire al punto di produzione del pione sul bersaglio. Determinare l'errore sulla misura della posizione di tale punto, causato dalla presenza di un piano di alluminio di spessore  $L = 0.5$  mm, posto immediatamente davanti al tracciatore (quindi a distanza  $d$  dal bersaglio), nell'ipotesi che gli angoli delle tracce rispetto alla normale alle superfici del bersaglio e del piano di alluminio siano piccoli. [ $m_\pi = 139.6$  MeV; Al: ( $Z = 13$ ,  $A = 27$ ,  $\rho = 2.7$  g/cm<sup>3</sup>)]

### Esercizio 43

Un fascio misto di elettroni e antiprotoni passa attraverso una regione con  $B = 2$  T e, dopo aver curvato per  $R = 3$  m, raggiunge una regione senza campo magnetico.

1. Qual è l'impulso delle particelle selezionate?
2. Come discriminereste fra i due tipi di particelle?
3. Se usaste due scintillatori posti a 15 m di distanza, quale risoluzione temporale sarebbe necessaria per discriminare i due tipi di particelle?
4. Se i due scintillatori fossero spessi 2 cm e avessero una lunghezza di radiazione  $X_0 = 40$  cm, quanta energia perderebbero elettroni e protoni nell'attraversarli? Si assuma una perdita di energia per ionizzazione di 2 MeV/cm e 2.5 MeV/cm per protoni ed elettroni, rispettivamente.
5. Che indice di rifrazione dovrebbe avere un rivelatore a luce Cherenkov per discriminare elettroni e protoni?

### Esercizio 44

Come misurereste la massa di una particella carica? E quella di una particella neutra?

### Esercizio 45

Un muone di energia  $E = 400$  GeV penetra verticalmente nel mare. Attraverso quale processo può essere rivelato? A quale profondità arriva prima di decadere?

### Esercizio 46

Avete a disposizione dei tubi fotomoltiplicatori sensibili a lunghezze d'onda fra 300 nm e 500 nm, e volete rivelare la luce Cherenkov prodotta dal passaggio di un elettrone di 1 MeV di energia in un metro d'acqua. Quanti fotoni vi aspettate che vengano prodotti? Confrontate con il numero di elettroni di ionizzazione che produrrebbe una particella  $\alpha$  di 5 keV, nello stesso rivelatore.

### Esercizio 47

Determinare quali sono i processi più probabili (cioè quelli di sezione d'urto più alta) nell'interazione fra:

1. fotoni di 1 MeV e atomi di alluminio;
2. fotoni di 100 keV e  $H_2$ ;
3. fotoni di 100 keV e atomi di ferro;
4. fotoni di 10 MeV e atomi di carbonio;
5. fotoni di 10 MeV e atomi di piombo.

### **Esercizio 48**

Volete misurare l'impulso di una particella carica, che attraversa un campo magnetico  $B$  ortogonale alla sua traiettoria. Avete a disposizione tre rivelatori di posizione, della stessa risoluzione spaziale  $\delta x$ : come li disponete? Che risoluzione in impulso vi aspettate di ottenere?