PARTICELLE (FINORA)

particella	m	spin	τ	q	... altro
e^-	511 keV/c^2 511 keV ($c=1$)	1/2	∞	-1	
p	938.3 MeV/c^2	1/2	∞	$+1$	
n	939.6 MeV/c^2	1/2	15'	0	
$\pi^\pm$	139.6 MeV/c^2	0	26 ns	± 1	
μ^-	105.6 MeV/c^2	1/2	2.2 μs	-1	

E, p

Esercizio 4 Lavoro e velocità prossime a c

Quanto lavoro bisogna compiere per aumentare la velocità di un elettrone

1. da $0.18c$ a $0.19c$?
2. da $0.98c$ a $0.99c$?
   Si noti che nei due casi l'aumento di velocità è sempre $0.01c$.

$$L = E_f - E_i$$

$$E = m\gamma c^2 \overset{(c=1)}{\equiv} m\gamma$$

$$p = m\gamma v = m\gamma\beta c \overset{(c=1)}{=} m\beta\gamma$$

(c=1)

$$E^2 = p^2 + m^2$$

EN. CINETICA : T : $E \equiv T + m$

$$L = E_f - E_i = m(\gamma_f - \gamma_i)$$

Ⓐ

	β	γ	L
$\|i\rangle$	0.18	1.017	1 keV
$\|f\rangle$	0.19	1.019	

$\beta = v/c$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$L = -511\ \text{keV} \cdot (1.017 - 1.019) \simeq 1\ \text{keV}$$

Ⓑ

	β	γ	L
$\|i\rangle$	0.98	5.025	1054 keV
$\|f\rangle$	0.99	7.089	

$$E^2 = p^2 + m^2$$

$$m = 0 \rightarrow E^2 = p^2$$

QUADRIMPULSO

$$\underline{P} = \begin{pmatrix} E \\ p_x \\ p_y \\ p_x \end{pmatrix}$$

$$\underline{P}' = \begin{pmatrix} \gamma & +\beta\gamma & 0 & 0 \\ +\beta\gamma & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \underline{P}$$

$$\equiv \Lambda \, \underline{P}$$

QUADRIVETTORI COVARIANTI / CONTRAVARIANTI

CONTRAVARIANTE

$$x^{\mu} \qquad \mu \in (0,1,2,3)$$

COVARIANTE

$$x_\mu$$

$$x^\mu \equiv \sum_{\nu=0}^{3} g^{\mu\nu} x_\nu$$

(Einstein)

$$\equiv g^{\mu\nu} x_\nu$$

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$x'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu \, x^\nu$$

Esercizio 5 Quadrivettori

Dati due quadrivettori contravarianti

$$a^\mu = (3, 4, 1, 2),$$
$$b^\mu = (5, 0, 3, 4),$$

Si esprimano anzitutto i quadrivettori in forma covariante. Si calcolino poi norma e prodotto scalare dei quadrivettori e delle rispettive componenti spaziali. I quadrivettori sono di tipo spazio, tempo o luce?

$$|a|^2 = ?$$

$$|a|^2 = a_\mu a^\mu = \sum_{\mu=0}^{3} a_\mu a^\mu$$

$$= \sum_{\mu=0}^{3} g_{\mu\nu}\, a^{\nu}\, a^{\mu} \qquad g_{\mu\nu} \equiv g^{\mu\nu}$$

$$g^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix} = (a^0)^2 - (a^1)^2 - (a^2)^2 - (a^3)^2$$

$$= 3^2 - (4)^2 - (1)^2 - (2)^2$$

$$= -12 \qquad \boxed{\text{TIPO SPAZIO}}$$

CONSERVAZIONE E INVARIANZA

Conservata	invariante
(m di due particelle)	$\lvert a \rvert^2$
E_{TOT}	$\lvert \underline{P} \rvert^2 = E^2 - P_x^2 - P_y^2 - P_z^2 = E^2 - p^2 = m^2$
$\vec{P}_{TOT}$	
$\vec{J}_{TOT}$	c
q_{TOT}	q

Esercizio 6 Decadimento e relatività speciale

Un pione decade a riposo in un muone e un neutrino, tramite il processo

$$\pi^- \to \mu^- + \bar{\nu}_\mu .$$

In media, che distanza percorre il muone nel riferimento del laboratorio?

Il muone è una particella di massa $m_\mu = 105.6\,\mathrm{MeV/c^2}$ e vita media $\tau_\mu = 2.2\,\mu\mathrm{s}$. Il pione carico è una particella di massa $m_\pi = 139.6\,\mathrm{MeV/c^2}$, mentre il neutrino è una particella che per i nostri scopi consideriamo di massa nulla.

$m_{\bar\nu} = m_\nu \equiv 0$ (non è vero)

$\tau_\pi = 26\ \mathrm{ns}$

$\tau_\nu = \infty$

$\tau_\mu = 2.2\,\mu s$

$$P(\mu \text{ è ancora "vivo"}) = e^{-t/\gamma\tau_\mu}$$

$$= e^{-\frac{vt}{v\gamma\tau_\mu}} = e^{-\frac{vt}{\beta\gamma c\tau_\mu}}$$

$$\langle L \rangle = \beta_\mu\gamma_\mu c\tau_\mu$$

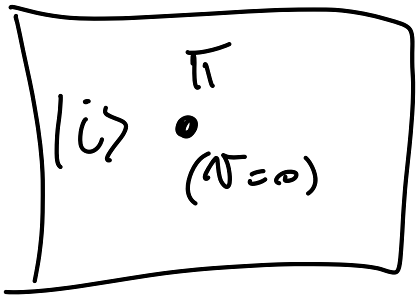
$$E = m\gamma c^2$$

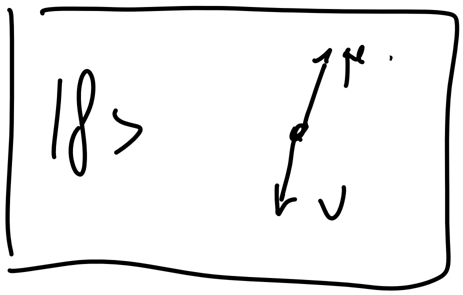
$$p = m\gamma v = m\gamma\beta c$$

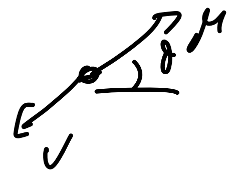
$$\beta = p/E \qquad \gamma = \frac{E}{m}$$

$$\beta_\mu\gamma_\mu = \frac{p}{E}\cdot\frac{E}{m} = \frac{p_\mu}{m_\mu}$$

MODO 1







CONS E.

$$E_{TOT}^{|i\rangle} = E_{TOT}^{|f\rangle}$$

$$E_\pi = \sqrt{m_\pi^2 + p_\pi^2} = m_\pi$$

$$E_f = E_\mu + E_\nu$$

CONS IMPL.

$$\vec{P}_{TOT}^{|i\rangle} = \vec{P}_{TOT}^{|f\rangle}$$

$$\vec{0} = \vec{P}_\mu + \vec{P}_\nu \rightarrow |\vec{P}_\mu| = |\vec{P}_\nu| \equiv P$$

$m_\nu = 0$.

$$E_\nu = P_\nu = P$$

$$m_\pi = E_\mu + E_\nu = \sqrt{P^2 + m_\mu^2} + P$$

$$m_\pi - P = \sqrt{P^2 + m_\mu^2}$$

$\square^2$

$$m_\pi^2 + P^2 - 2 m_\pi P = P^2 + m_\mu^2$$

$$P = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{2 m_\pi} = \frac{(139.6\,\mathrm{MeV})^2 - (105.6)^2}{2 \cdot 139.6}$$

$$\simeq 30 \text{ MeV}$$

$$E_\mu = \sqrt{p^2 + m_\mu^2} = \sqrt{\frac{(m_\pi^2 - m_\mu^2)^2}{4m_\pi^2} + m_\mu^2}$$

$$= \sqrt{\frac{m_\pi^4 + m_\mu^4 - 2m_\pi^2 m_\mu^2 + 4m_\pi^2 m_\mu^2}{4m_\pi^2}}$$

$$= \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi} = 109.8 \text{ MeV}$$

$\boxed{\text{MODO 2}}$

$$\underline{P}^{TOT}|i\rangle = \underline{P}^{TOT}|f\rangle$$

$$\mu \xleftarrow{\quad} \pi \xrightarrow{\quad} \nu$$

$$\underline{P}^{TOT}|i\rangle = \begin{pmatrix} m_\pi \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} m_\pi \\ \vec{0} \end{pmatrix}$$

$$\underline{P}_{TOT}^{|f\rangle} = \underline{P}_\mu^{|f\rangle} + \underline{P}_\nu^{|f\rangle}$$

$$= \begin{pmatrix} E_\mu \\ \vec{p}_\mu \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} E_\nu \\ \vec{p}_\nu \end{pmatrix}$$

$$\underline{P}_\pi = \underline{P}_\mu + \underline{P}_\nu$$

$$\underline{P}_{\pi} - \underline{P}_{\mu} = \underline{P}_{\nu}$$

$$\square^2 \quad m_{\nu}^2 = (\underline{P}_{\pi} - \underline{P}_{\mu})^2$$

$$= (\underline{P}_{\pi})^2 + (\underline{P}_{\mu})^2 - 2\,\underline{P}_{\pi} \cdot \underline{P}_{\mu}$$

$$= m_{\pi}^2 + m_{\mu}^2 - 2\left[E_{\pi} \cdot E_{\mu} - \vec{p}_{\pi} \cdot \vec{p}_{\mu} \right]$$

$$0 = m_{\pi}^2 + m_{\mu}^2 - 2\left[m_{\pi} \cdot E_{\mu} - \vec{0} \cdot \vec{p}_{\mu} \right]$$

$$= m_{\pi}^2 + m_{\mu}^2 - 2\, m_{\pi} E_{\mu}$$

$$E_{\mu} = \frac{m_{\pi}^2 + m_{\mu}^2}{2 m_{\pi}}$$