ES 17

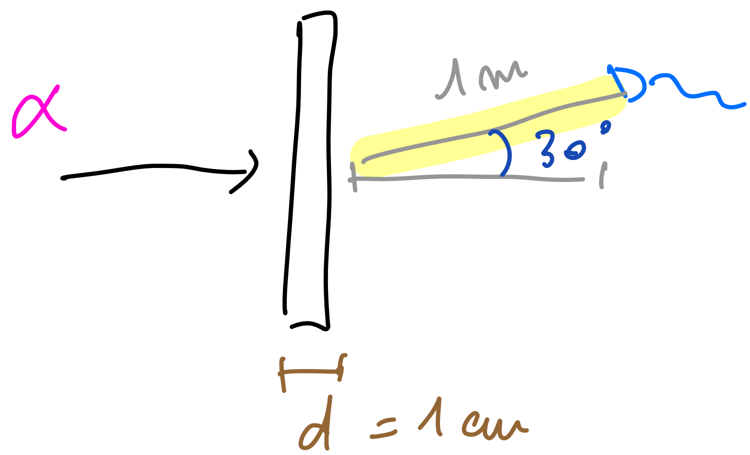
Un fascio di particelle α di 100 MeV di energia e 0.32 nA di corrente[18] collide contro un bersaglio fisso di alluminio, spesso 1 cm. Una sperimentatrice prende un rivelatore di 1 cm × 1 cm di superficie, e lo posiziona ad un angolo di 30° rispetto al fascio di particelle, a 1 m di distanza dal bersaglio. Quante particelle α incideranno sul rivelatore ogni secondo?

$$E = \cancel{100\ \text{MeV}}$$

???

$$m_\alpha \sim 3.7\ \text{GeV}$$

$$T = 100\ \text{MeV}$$



$$\alpha + N \to \alpha + N$$

$$\frac{dN_r}{dt} = ?$$

$$\frac{dN_r}{dt} = n_B \cdot \frac{dN_\alpha}{dt} \cdot \sigma \cdot d$$

$$= \left[n_B \cdot \frac{dN_\alpha}{dt} \, d \right] \cdot \int_{\Delta\Omega} d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$= \mathcal{L} \cdot \int_{\Delta\Omega} d\Omega \frac{d\sigma}{d\Omega}$$

$$[\mathcal{L}] = [L]^{-2} [T]^{-1}$$

$$\mathcal{L}_{LHC} \simeq 10^{34} \, cm^{-2} s^{-1}$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \left[\frac{Z z e^2}{4\pi \varepsilon_0} \frac{1}{4T \sin^2 \theta/2} \right]^2$$

$$= \left[\frac{13 \cdot 2 \cdot e \cdot (1.6 \cdot 10^{-19} \, C)}{4 \times \pi \cdot 8.6 \cdot 10^{-12} \, F/m} \frac{1}{4 \cdot 100 \cdot 10^{6} \cdot e \cdot V} \right.$$

$$\left. \times \frac{1}{\sin^2 \left(\frac{30^\circ}{2}\right)} \right]^2 = 2 \cdot 10^{-30} \, \frac{m^2}{sr}$$

$$n_B = \rho \cdot \frac{N_A}{A}$$

ρ — g/cm³ ; N_A — 1/mol ; A → g/mol

B = bersaglio = nuclei di Al

$$\frac{dN_r}{dt} = \mathcal{L} \cdot \sigma = \left[\frac{dN_i}{dt} \cdot n_b \cdot d \right] \cdot \sigma$$

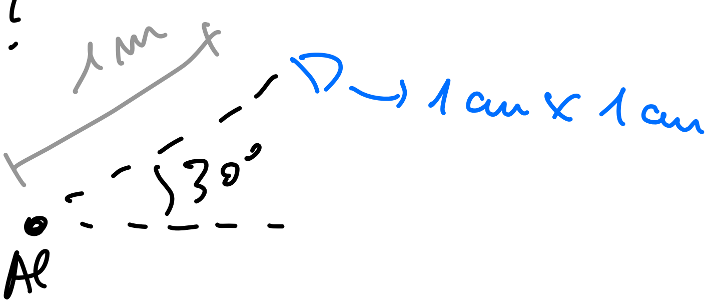
$$= \left[\frac{dN_i}{S\,dt} \cdot n_b \cdot S d \right] \sigma$$

$$= \left[\phi_i \cdot n_b \cdot V \right] \sigma = \left[\phi_i \, N_B \right] \sigma$$

$$n_B = \rho \frac{N_A}{A} = 2.7 \ g/cm^3 \cdot \frac{6 \cdot 10^{23} \ mol^{-1}}{27 \ g/mol}$$

$$= 6 \cdot 10^{22} \ 1/cm^3$$

$$\Delta\Omega = ?$$



$$\text{angolo} = \frac{\text{arco}}{\text{raggio}}$$

$$\text{angolo solido} = \frac{\text{superficie}}{\text{raggio}^2}$$

$$\Delta\Omega = \frac{1\,cm \times 1\,cm}{(1\,m)^2} = 10^{-4}\ sr$$

$$\frac{dN_\alpha}{dt} = ? \qquad I_\alpha = 0.32\,nA = 2e \cdot \frac{dN_\alpha}{dt} \quad \left(= \frac{dq}{dt}\right)$$

$$\frac{dN_\alpha}{dt} = \frac{I_\alpha}{2e} = \frac{0.32 \cdot 10^{-9}\,A}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\,C} = 10^{9}\,Hz$$

$$\frac{dN_r}{dt} = \underbrace{\Delta\Omega \cdot \frac{d\sigma}{d\Omega}}_{\sim \int_{\Delta\Omega} d\Omega \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)} \cdot n_b \cdot d \cdot \frac{dN_\alpha}{dt}$$

$$= 10^{-4}\,sr \cdot 2 \cdot 10^{-30}\,\frac{m^2}{sr} \cdot 6 \cdot 10^{22}\,\frac{1}{cm^3} \cdot 1\,cm \cdot 10^{9}\,Hz$$

$$= 120\ Hz$$

ES 18

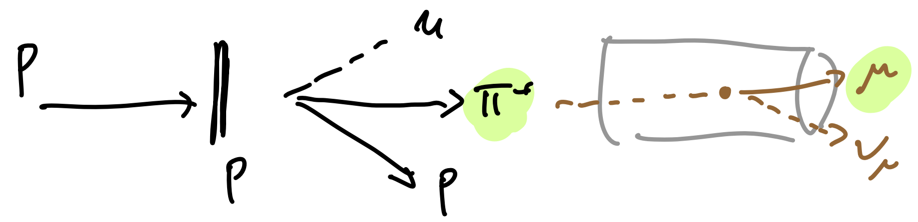
Un fascio di muoni può essere prodotto a partire da un fascio di protoni nella seguente maniera. Prima si fa interagire il fascio di protoni con un bersaglio di tungsteno ($A = 184$, $Z = 74$), producendo pioni tramite la reazione:

$$p + p \to \pi^+ + n + p.$$

Con uno spettrometro magnetico vengono selezionati i pioni carichi, e poi si lasciano viaggiare i pioni in un tunnel abbastanza lungo in maniera tale da dargli abbastanza tempo per decadere, producendo muoni tramite il decadimento:

$$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu.$$

1. Sapendo che il fascio di protoni ha una corrente $I_p = 0.05\,\mathrm{mA}$ e una sezione $S = 10\,\mathrm{cm}^2$, che il bersaglio ha una densità $\rho = 0.0193\,\mathrm{kg/cm^3}$ e uno spessore $d = 2\,\mathrm{cm}$, e che la sezione d'urto di produzione di pioni è pari a $\sigma(pp \to \pi^+ np) = 1.5\,\mathrm{mb}$, calcolare il numero di pioni prodotti per unità di tempo.
2. Se i pioni vengono prodotti con una velocità media pari a $0.98c$ nella direzione dell'asse del tunnel, calcolare quanto deve essere lungo il tunnel di decadimento per pioni, per produrre un fascio di muoni di corrente pari a $I_\mu = 0.5\,\mu\mathrm{A}$ (la vita media del pione è pari a $\tau_\pi = 2.6 \times 10^{-8}\,\mathrm{s}$.
(Si considerino i muoni stabili ai fini di questo esercizio.)



① $p + p \longrightarrow \pi^+ + n + p$ $\qquad \sigma = 1.5\ mb$

$= 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-24}\ cm^2$

B: Tungsten, W, $A = 184$, $Z = 74$, $\rho_W = 0.0193\ Kg/cm^3$, $d_W = 2\ cm$

$I_p = 0.05\ mA$, Sezione $S = 10\ cm^2$

$$\frac{dN_\pi}{dt} = \frac{dN_p}{dt} \cdot n_W \cdot d_W \cdot \sigma$$

- $$\frac{dN_p}{dt} = \frac{I}{e} = \frac{0.05 \cdot 10^{-3}\ A}{1.6 \cdot 10^{-19}\ C} = \frac{5 \cdot 10^{-5}}{1.6 \cdot 10^{-19}\ C}$$

$$\simeq 3.125 \cdot 10^{14}\ Hz$$

- $$n_W = \rho_W \cdot \frac{N_A}{A_W}\ Z = 19.3\ g/cm^3 \cdot \frac{6 \cdot 10^{23}\ \frac{1}{mol}}{184\ g/mol} \cdot 74$$

$$\simeq 4.66 \cdot 10^{24}\ cm^{-3}$$

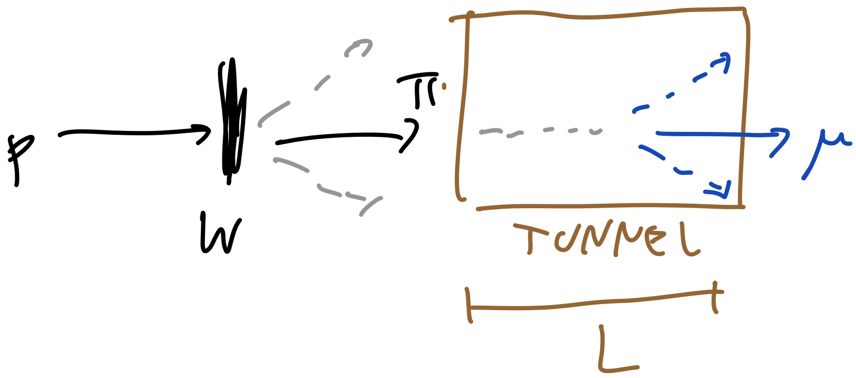
- $$\frac{dN_\pi}{dt} = 3.125 \cdot 10^{14}\ Hz \cdot 4.66 \cdot 10^{24}\ cm^{-3} \cdot 2\ cm \cdot$$

$$\times\ 1.5 \cdot 10^{-3} \cdot 10^{-24}\ cm^2$$

$= 4.3 \cdot 10^{12}\ \text{Hz}$

$\cdot\ I_\pi = \dfrac{dN_\pi}{dt} \cdot e = 1.6 \cdot 10^{-19}\,C \cdot 4.3 \cdot 10^{12}\ \text{Hz}$

$\simeq 8 \cdot 10^{-7}\ A = 0.7\ \mu A$



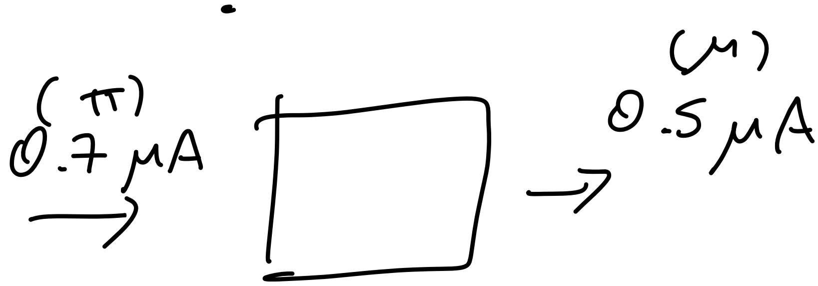
$\tau_\pi \sim 26\ ns$

$\tau_\mu \equiv \infty$

$v_\pi \equiv 0.98\ c$

$I_\mu(L) \equiv 0.5\ \mu A$

$L = ?$



$$I_\mu(L) = I_\pi(0)\left(1 - e^{-\frac{L}{\beta_\pi \gamma_\pi c \tau_\pi}}\right)$$

$$\beta_\pi = 0.98$$

$$\gamma_\pi = \frac{1}{\sqrt{1-\beta_\pi^2}} = 5.03$$

$$c\tau\beta\gamma = 0.98 \cdot 5.03 \cdot \overbrace{0.3\,\frac{m}{ns}}^{c} \cdot \overbrace{26\,ns}^{\tau_\pi}$$

$$= 38.4\,m$$

$$\frac{I_\mu(L)}{I_\pi(0)} = 1 - e^{-\frac{L}{\beta_\pi \gamma_\pi c \tau_\pi}}$$

$$\frac{I_\mu(L)}{I_\pi(0)} - 1 = -e^{-\frac{L}{\beta_\pi \gamma_\pi c \tau_\pi}}$$

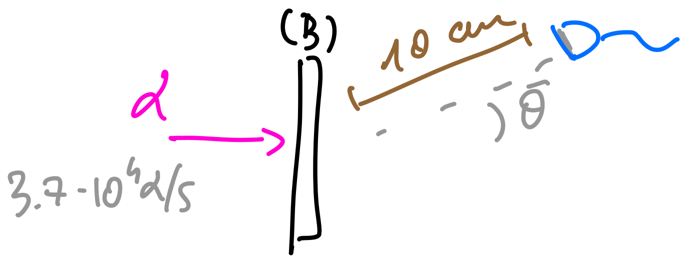
$$L = -\left(\beta_\pi \gamma_\pi c \tau_\pi\right) \log\left(-\frac{I_\mu(L)}{I_\pi(0)} + 1\right)$$

$$= -38.4\,m \cdot \log\left(-\frac{0.5\,\mu A}{0.7\,\mu A} + 1\right)$$

$$\simeq 21\,m$$

ES 19

1. Un bersaglio d'oro ($Z = 79, A = 197$) di densità superficiale $\rho_S = 0.97\,\mathrm{mg/cm^2}$ e superficie $S_B = 1\,\mathrm{cm^2}$ viene colpito da un fascio di particelle α, la cui sezione trasversa è contenuta completamente nell'area del bersaglio. Sul bersaglio impattano $3.7 \times 10^4\,\alpha/\mathrm{s}$. La sezione d'urto di diffusione elastica ad un certo angolo θ vale $\frac{d\sigma}{d\Omega} = 1\,\mathrm{b/sr}$. Calcolare:
   a) la densità di atomi bersaglio per unità di superficie;
   b) il numero di particelle α rivelate in un'ora da un rivelatore di superficie $S_R = 2\,\mathrm{cm^2}$ posto all'angolo θ e a distanza $\Delta R = 0.1\,\mathrm{m}$ dal bersaglio;
   c) l'intensità di corrente del fascio.



$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\theta = \hat{\theta}) = 1\,\mathrm{b/sr} = \frac{10^{-24}\,\mathrm{cm^2}}{\mathrm{sr}}$$

Au

$$\rho_S = 0.97\,\mathrm{mg/cm^2}$$
$$S_B = 1\,\mathrm{cm^2}$$

$$\frac{dN_r}{dt} = \frac{dN_\alpha}{dt} \cdot \left(n_B^{(V)} \cdot d_B\right) \cdot \sigma$$
$$= \frac{dN_\alpha}{dt} \cdot n_B^{(S)} \cdot \sigma$$

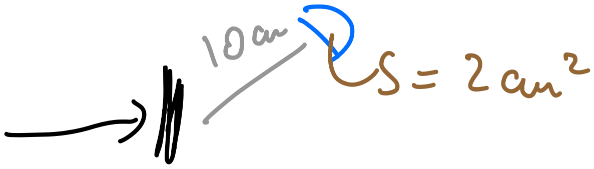
(A) $$n_{B\,\mathrm{Au}}^{(S)} = \rho_S^{\mathrm{Au}} \cdot \frac{N_A}{A_{\mathrm{Au}}} = 0.97 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{g/cm^2} \cdot \frac{6 \cdot 10^{23}\,\mathrm{mol^{-1}}}{197\,\mathrm{g/mol}}$$
$$= 2.95 \cdot 10^{18}\,\mathrm{cm^{-2}}$$

(B) quante particelle in $\Delta t = 1\,\mathrm{h} = 3600\,\mathrm{s}$

$$N_r = \int_{\Delta t} dt\, \frac{dN_r}{dt} = \Delta t \cdot \frac{dN_r}{dt}$$

$$= 3600\,\mathrm{s} \cdot 3.7 \cdot 10^4\,\mathrm{Hz} \cdot 2.95 \cdot 10^{18}\,\mathrm{cm^{-2}} \cdot 1\,\mathrm{b/sr} \cdot \Delta\Omega$$

$$\Delta\Omega = \frac{S_B}{(10\,\mathrm{cm})^2} = \frac{2\,\mathrm{cm}^2}{100\,\mathrm{cm}^2}$$



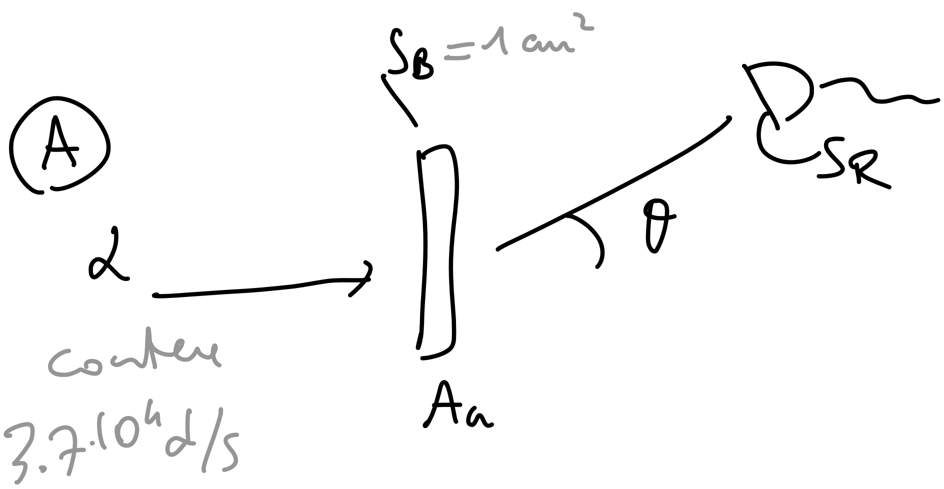
$$N_R = 3600\,\mathrm{s} \cdot 3.7\cdot 10^{4}\,\mathrm{Hz} \cdot 2.95\cdot 10^{18}\,\mathrm{cm}^{-2} \cdot 10^{-24}\,\frac{\mathrm{cm}^2}{\mathrm{sr}} \times \frac{2}{100}\,\mathrm{sr}$$

$$\simeq 7.86$$

c) $I_\alpha = ?$

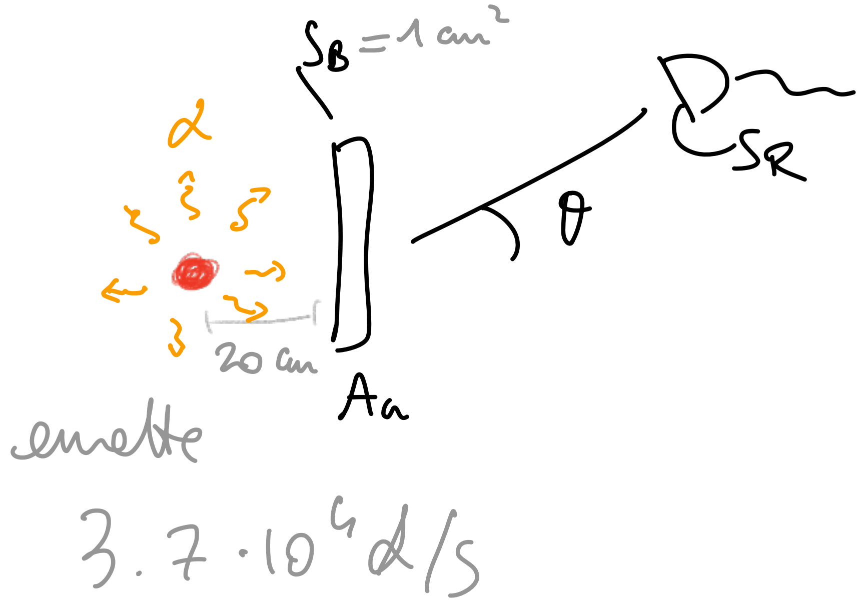
$$I_\alpha = \frac{dN_\alpha}{dt} \cdot z_\alpha e = 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C} \cdot \times 3.7 \cdot 10^{4}\,\mathrm{Hz} = 1.2 \cdot 10^{-14}\,\mathrm{A}$$

2. Successivamente, il fascio di particelle viene sostituito da una sorgente radioattiva che emette lo stesso numero di particelle α al secondo con distribuzione isotropa su tutto l'angolo solido. La sorgente è posta sulla stessa linea del fascio a distanza $\Delta B = 20\,\mathrm{cm}$ dal bersaglio.
   a) Assumendo la stessa sezione d'urto di diffusione elastica, quanto tempo è necessario per rivelare con lo stesso rivelatore lo stesso numero di particelle del punto b?



osservo
7.86 eventi
all'ora

(B)



qui pure?
No!
MENO!

Il bersaglio vede le particelle emesse in $\Delta\Omega' = \dfrac{S_B}{(20\ cm)^2}$

che sono (in %)

$$\underset{\text{frazione}}{f} = \frac{\Delta\Omega'}{4\pi}$$