

Corso di Elettromagnetismo - Esercitazione in Aula del 28-3-2008

1) Il campo generato da ciascuna delle sfere è a simmetria sferica e vale, all'interno della sfera stessa:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{sfera}}{r^3} \vec{r} \quad \text{con} \quad Q_{sfera} = \int_0^R (kr^2) \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{4}{5} k\pi R^5$$

Sommando i campi delle due sfere in P_1 si ottiene

$$E_x(P_1) = E_z(P_1) = 0 \quad E_y(P_1) = 2 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{sfera}}{(l^2 + y^2)^{3/2}} \cdot y = 126.0 \text{ Volt/m}$$

In P_2 il campo della sfera posta in $x=+l$ vale

$$\vec{E} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_{sfera}}{(2l - R/2)^2} \hat{x}$$

Il campo della sfera posta in $x=-l$ si trova sfruttando il teorema di Gauss:

$$4\pi \left(\frac{R}{2}\right)^2 E_{R/2} = \int_0^{R/2} \frac{\rho}{\epsilon_0} dr = k \int_0^{R/2} r^2 4\pi r^2 dr$$

da cui $E_{R/2} = \frac{k}{5\epsilon_0} (R/2)^3$

Il campo risultante in P_2 vale

$$E_y(P_2) = E_z(P_2) = 0 \quad E_x(P_2) = \frac{k}{5\epsilon_0} \frac{R^3}{8} - \frac{4}{5} k\pi R^5 \cdot \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{1}{(2l - R/2)^2} = 2600.0 \text{ Volt/m}$$

2)

a) Nel punto P_1 il potenziale del dipolo (di momento \vec{M}) vale

$$V(P_1) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\vec{M} \cdot \vec{OP}_1}{|OP_1|^3} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qa y_1}{y_1^3}$$

e le componenti del campo sono

$$E_x(P_1) = E_z(P_1) = 0 \quad E_y = \frac{2qa}{4\pi\epsilon_0 y_1^3} = 1.44 \text{ Volt/m}$$

b) La coppia agente su un dipolo in un campo elettrico \vec{E}_0 è data da

$$\vec{N} = \vec{M} \times \vec{E}_0$$

In questo caso $E_{0y} = E_{0z} = 0$ e $E_{0x} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{x_2^2}$

quindi

$$N_z = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qaQ}{x_2^2} = 1.08 \cdot 10^{-9} \text{ N} \cdot \text{m}$$

Posizioni di equilibrio:

Se il dipolo è libero l'equilibrio sarà realizzato quando la carica negativa del dipolo sarà sovrapposta alla carica Q , con orientazione indifferente

Se il dipolo è vincolato esso si orienterà secondo l'asse x con la carica $-q$ sul semiasse positivo