

Prova scritta di Elettromagnetismo A.A. 2008/2009

2 Settembre 2009

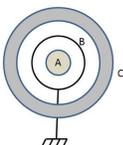
(Prof. F. Lacava, D. Trevese, M. Virasoro)

Elettromagnetismo 10 crediti: esercizi 1,3,4, tempo 210 min (3 h, 30 min); Elettromagnetismo 5 crediti: esercizi 3,4, tempo 140 min (2 h, 20 min); Elettricità e Magnetismo 5 crediti: esercizi 1,2, tempo 140 min (2 h, 20 min)

Esercizio 1

Un conduttore sferico A di raggio $R_1 = 5.0\text{cm}$ sul quale è distribuita una carica $Q_A = 0.5C$, è racchiuso da un altro conduttore sferico B , ad esso concentrico, di spessore trascurabile e raggio $R_2 = 8.0\text{cm}$ e da uno strato sferico conduttore C di raggi $R_3 = 10.0\text{cm}$ e $R_4 = 12.5\text{cm}$ concentrico ad A e B . Se il conduttore B è connesso a terra mediante un filo passante attraverso un forellino in C ed inoltre sul conduttore C è depositata una carica $Q_C = 0.3C$ calcolare:

- la quantità di carica sul conduttore B ;
- l'energia elettrostatica del sistema.



Esercizio 2

Due spire circolari coassiali con raggi, rispettivamente, $3R$ e R distano fra loro $d = 1.5R$ e sono percorse dalle correnti di intensità i e i' rispettivamente. Sapendo che il campo magnetico è nullo in un punto P sull'asse a distanza R dal centro della prima spira (assunto come origine dell'asse z), si determini:

- il valore e il verso dell'intensità di corrente i' della seconda spira (essendo antiorario quello della corrente i nella prima spira);
- il vettore H nel centro di ciascuna spira.

Dati: $i=1\text{ A}$, $R=2\text{ cm}$.

Esercizio 3

Una spira rigida quadrata di lato $l = 5\text{ cm}$, massa $m = 2\text{ g}$ e resistenza $R = 10\ \Omega$ si muove con velocità iniziale $v_o=3\text{ ms}^{-1}$ in direzione dell'asse x , parallelo a uno dei lati ed è immersa in un campo magnetico $B=B_o+ax$, ortogonale alla spira stessa ($a = 2\text{Wb m}^{-3}$).

Trascurando l'autoinduzione, determinare:

- la velocità della spira in funzione del tempo;
- la carica elettrica che fluisce complessivamente nella spira fra il tempo iniziale e il tempo infinito.

Esercizio 4

Un laser di potenza è schematizzabile come una sorgente di luce monocromatica, di lunghezza d'onda $\lambda = 5320\ \text{\AA}$, che emette un fascio di raggi paralleli, di diametro $d = 2\text{mm}$, di intensità $I_o = \text{cost}$ per un intervallo di tempo $\Delta t = 5\text{ns}$, che si ripete periodicamente ogni $T = 20\text{ms}$. All'interno del fascio, il campo è approssimabile con un'onda elettromagnetica piana. La potenza è, dunque, elevata durante l'emissione di luce. Il fascio incide ortogonalmente ad una lastrina di materiale parzialmente trasparente, che riflette il 5% della luce e ne assorbe il 3% della intensità incidente. Sapendo che la potenza media (sul periodo T) è $P = 62.5\text{W}$:

- calcolare la potenza e l'intensità medie durante l'impulso P_o ed I_o del fascio (supposto uniforme sulla sezione);
- scegliendo come asse z la direzione di propagazione, e come asse x quello del campo elettrico dell'onda, assunta a polarizzazione piana, ricavare la forma analitica del campo elettrico $\mathbf{E}(x, t)$ e del campo di induzione magnetica $\mathbf{B}(x, t)$, quando il campo si propaga nel vuoto, specificando i valori numerici delle grandezze che compaiono in detta rappresentazione analitica;
- determinare l'impulso totale e la forza media cui è soggetta la lastrina durante ciascun intervallo di tempo Δt durante il quale è colpita dalla luce, facendo il confronto con il caso in cui, in luogo della lastrina trasparente ci fosse una superficie completamente assorbente, oppure perfettamente riflettente.

**Soluzioni della prova scritta
di Elettromagnetismo A.A. 2008/2009**

2 Settembre 2009

(Prof. F. Lacava, D. Trevese, M. Virasoro)

Esercizio 1

Esercizio 2

Esercizio 3

a)

$$\Phi(\mathbf{B}) = l \int_x^{x+l} (B_o + ax') dx' = l^2(B_o + \frac{al}{2}) + al^2x, \quad f = -\frac{d\Phi(\mathbf{B})}{dt} = -al^2v, \quad i = \frac{f}{R} = -\frac{al^2}{R}v$$

$$F_x = [-B(x+l) + B(x)]li = -ial^2 = -\frac{a^2l^4v}{R}$$

$$\mathbf{F} = m \frac{dv}{dt} \Rightarrow -\frac{a^2l^4}{R}v = m \frac{dv}{dt}, \quad \frac{dv}{v} = -\frac{dt}{\tau}, \quad \tau = \frac{mR}{a^2l^4}, \quad v = v_o e^{-\frac{t}{\tau}}$$

b)

$$i = -\frac{al^2}{R} v_o e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$Q = \int_0^\infty |i(t)| dt = \frac{mv_o}{al^2} = 1.2C$$

Esercizio 4

a)

$$P_o = P \frac{T}{\Delta t} = 62.5W \cdot 2 \cdot 10^{-2}s / 5 \cdot 10^{-9}s = 0.25 \text{ GW}$$

$$I_o = \frac{P_o}{S} = \frac{4P_o}{\pi d^2} = 7.96kWm^{-2}$$

b)

$$E_x(z, t) = E_o \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - ct)\right], E_y = E_z = 0$$

$$B_y(z, t) = B_o \sin\left[\frac{2\pi}{\lambda}(z - ct)\right], B_x = B_z = 0$$

$$I_o = \frac{E_o^2}{2Z_o} \rightarrow E_o = (2Z_o I_o)^{1/2} = (2 \cdot 376.7\Omega \cdot 7.96 \cdot 10^3 W/m^2)^{1/2} = 2.45 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$B_o = E_o/c = 2.45 \cdot 10^3 V/m * \frac{1}{2.998 \cdot 10^8 m/s} = 8.2 \cdot 10^{-5} \text{ Wb/m}^2 = 0.82 \text{ G}$$

c)

Bisogna calcolare l'impulso dovuto alla radiazione riflessa e quello dovuto alla radiazione assorbita (la restante radiazione attraversa la lastrina senza interagire).

Dette I_r e I_a le intensita' della luce riflessa e assorbita, rispettivamente, si ha $I_r = 0.05I_o$ e $I_a = 0.03I_o$.

L'impulso dovuto alla luce riflessa è $q_r = \frac{2I_r}{c} S \Delta t = \dots N \cdot m$

e la corrispondente forza media è $f_r = \frac{2I_r}{c} S = \dots$. Analogamente per la componente assorbita, dove però la quantita' di moto scambiata dalla radiazione è $q_a = \frac{I_a}{c} S \Delta t = \dots$ e $f_a = \frac{I_a}{c} S = \dots$.

Nel caso di completo assorbimento, si ha invece $q = \frac{I_o}{c} S \Delta t = \dots$ ed $f = \frac{I_o}{c} S = \dots$.