

Elettromagnetismo A.A. 2009/2010

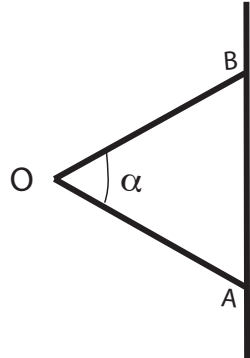
III prova di esonero, 25 Giugno 2020

(Proff. F. Lacava, F. Ricci, D. Trevese)

Esercizio 1

Due sbarre metalliche OA ed OB, di uguale lunghezza $L = 9.6\text{cm}$ e ciascuna con resistenza $R = 7.2\Omega$, sono incernierate tra loro nel punto O ed hanno le altre estremità, rispettivamente A e B, vincolate a scorrere senza attrito su una sbarra metallica di resistenza trascurabile. Inizialmente l'angolo α tra le sbarre OA ed OB è pari a $\pi/8$ ed all'istante $t = 0$ il punto O viene messo in moto tale che $\alpha(t) = \pi/8 + At$, con $A = 1.8\text{rad/s}$. Ortogonalmente al piano identificato dalle sbarre è presente un campo di induzione magnetica $B = 4.5\text{T}$.

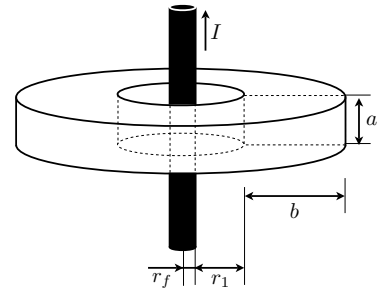
- Si calcoli il valore della corrente che circola nel circuito AOB all'istante $t_* = 0.12\text{s}$, trascurando l'autoinduzione.
- Si determini la dipendenza da t della potenza dissipata per effetto Joule nel circuito AOB.
- Si calcoli il lavoro che è necessario fornire dall'esterno nell'intervallo di tempo tra $t = 0$ e $t = t_*$.



Esercizio 2

Un circuito magnetico è costituito da un toro di materiale ferromagnetico a sezione rettangolare, di lati $a = 1.5\text{cm}$ parallelo all'asse, e $b = 3.0\text{cm}$ lungo il raggio. Il raggio interno del toro è $r_1 = 0.8\text{cm}$ (vedi figura). Lungo l'asse del toro, da assumere come asse z , è posto un lungo filo di rame rettilineo, avente sezione circolare di raggio $r_f = 0.2\text{cm}$ percorso da una corrente $I = 40\text{A}$ di densità uniforme. Assumendo un valore costante $\mu_r = 1000$ per la permeabilità magnetica relativa del materiale, si calcoli:

- l'andamento del campo magnetico, in funzione della distanza dall'asse del sistema, all'esterno del filo conduttore, specificando modulo e direzione e il valore numerico per $r = 1.5\text{m}$;
- l'andamento dell'induzione magnetica \mathbf{B} all'esterno del filo; c) l'andamento del vettore magnetizzazione \mathbf{M} all'esterno del filo;
- la densità di corrente di magnetizzazione, in modulo, direzione e verso \mathbf{J}_s su ciascuna delle superfici del toro e le corrispondenti correnti amperiane.
- Si verifichi che la densità di corrente di magnetizzazione \mathbf{J}_v nel volume del toro è nulla.



Elettromagnetismo A.A. 2009/2010

III prova di esonero, 25 Giugno 2020

(Proff. F. Lacava, F. Ricci, D. Trevese)

SOLUZIONI

Esercizio 1

a)

$$S = L^2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) = \frac{L^2}{2} \sin\alpha$$

$$\Phi(\mathbf{B}) = BS = \frac{BL^2}{2} \sin\alpha, \quad \alpha = \frac{\pi}{8} + At$$

$$f = -d\Phi dt = -\frac{ABL^2}{2} \cos\left(\frac{\pi}{8} + At\right)$$

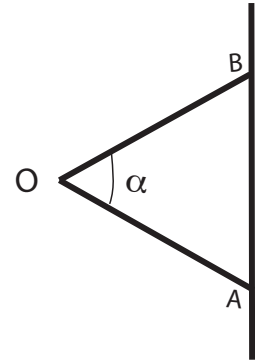
$$i = \frac{f}{2R} = \frac{ABL^2}{4R} \cos\left(\frac{\pi}{8} + At\right), \quad i(t_*) = 2.13 \text{ mA}$$

b)

$$W = 2Ri^2 = \frac{(ABL^2)^2}{8R} \cos^2(\alpha(t))$$

c)

$$L = \int 0t_* \frac{(ABL^2)^2}{8R} \cos^2(\alpha(t)) = \frac{(ABL^2)^2}{16R} \left[t_* + \frac{1}{2A} \sin\left(\frac{\pi}{4} + 2At_*\right) - \frac{1}{2A} \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]$$



Esercizio 2

a)

Per il teorema della circuitazione di Ampère $2\pi r H(r) = I \rightarrow H(r) = \frac{I}{2\pi r}$
 $H(1.5m) = 4.24 \text{ As/m}$

b)

$B = \mu_0 H$ per $r < r_1$ e per $r > r_1 + b$; $B = \mu_0 \mu_r H$ per $r_1 < r < r_1 + b$

c)

$M = \chi H$ nel toro, $M=0$ fuori;

d)

$$\mathbf{J}_s = \hat{\mathbf{n}} \times \mathbf{M}, \quad J_s = \frac{\chi I}{2\pi r}$$

$I_s = \chi I$ su ciascuna delle facce;

e)

$\mathbf{J}_v = \nabla \times \chi \mathbf{H} = \chi \mathbf{J} = 0$ oppure

$\mathbf{J}_v = \frac{\chi I}{2\pi} \nabla \times \left(\frac{\hat{\mathbf{t}}}{r} \right) = 0$, dove $\hat{\mathbf{t}}$ è il versore tangente alla circonferenza.

