Testo e soluzioni del 1-mo Compito di Esonero del corso di Laboratorio di Meccanica

A.A. 2010-2011

Canale A

Prof. F. Meddi

(28 Aprile 2011)

Esercizio N.1

Considerando che **m**, **t** e **v** sono grandezze fisiche (GF) riferite rispettivamente a massa, tempo e velocita', quindi con dimensione fisica diversa tra loro, indicare quali delle seguenti 8 espressioni hanno significato fisico e per queste ultime quali sono le unita' di misura nel SI. Con **g** si indica l'accelerazione di gravità e con **h** e $\mathbf{h_0}$ l'altezza.

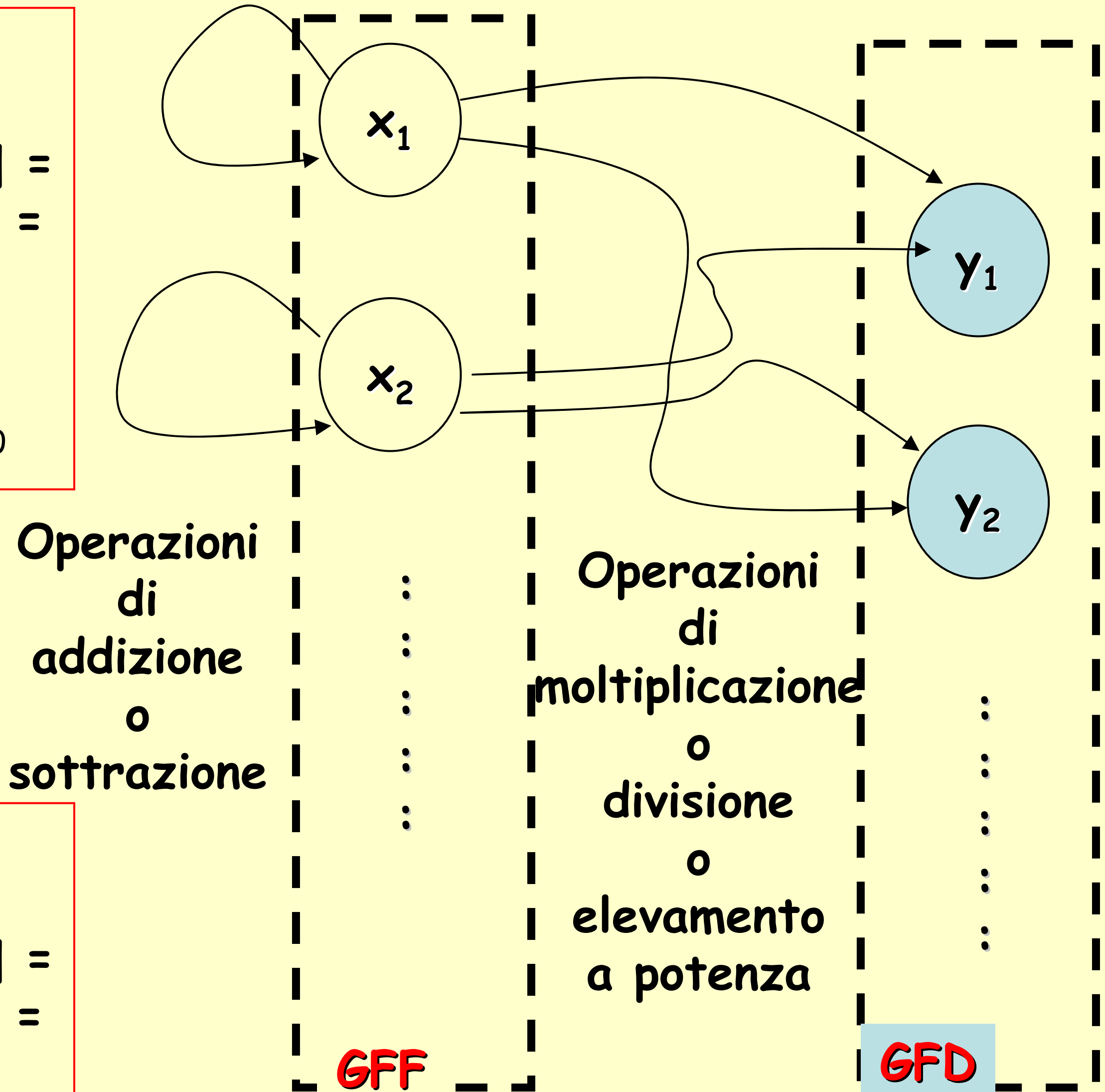
- $m\,t$
- $m + t$
- $m - t$
- $(m + v) / m$
- $m\,t / t^2$
- $(1 / 2)\, mv^2$
- mgh
- $h_0 \exp(-mgh)$

Commenti generali sul 1-mo esercizio:

$a\ x_1 + b\ x_1$

$[a\ x_1 + b\ x_1] =$
$= [x_1] + [x_1] =$
$= [x_1]$

con
$[a] = [b] = [\ ]^0$



$a\ x_1 + b\ x_2$

$[a\ x_1 + b\ x_2] =$
$= [x_1] + [x_2] =$
$= ???$

con
$[a] = [b] = [\ ]^0$

Grandezze
Fisiche
Fondamentali

Grandezze
Fisiche
Derivate

$y_1 = (x_1)^\alpha\ (x_2)^\beta$

$[y_1] = [x_1]^\alpha\ [x_2]^\beta$

con
$[\alpha] = [\beta] = [\ ]^0$

Commenti generali sul 1-mo esercizio:

… richiedere quale definizione di una possibile GFD coinvolgente piu' GFF abbia significato fisico vuole indicare solo quale abbia significato dal punto di vista dell'analisi dimensionale, non della loro utilita' o diffusione nell'uso

$$F(x + \Delta x,\ y + \Delta y) =$$
$$F(x,y) + F'_x(x,y)\,\Delta x + F'_y(x,y)\,\Delta y + (1/2)(F''_x(x,y)\,\Delta x^2 + F''_y(x,y)\,\Delta y^2) + \ldots$$

$$\exp(x) = 1 + x + (x^2 / 2!) + (x^3 / 3!) + \ldots$$

$$\sin(x) = x - (x^3 / 3!) + (x^5 / 5!) - (x^7 / 7!) + \ldots$$

$$\cos(x) = 1 - (x^2 / 2!) + (x^4 / 4!) - (x^6 / 6!) + \ldots$$

➔ l'argomento di una funzione trascendente deve essere adimensionale

$U_{SI}(M) = kg$ … $U_{cgs}(M) = g$

$U_{SI}(\text{Energia}) = J$ … $1\ J = 1\ N \times 1\ m = 1\ kg\ 1\ m^2 / 1\ s^2$

Traccia della soluzione del 1-mo esercizio:

- **$m\,t$**

$[mt] = [m][t]$

$U(mt) = U(m) \times U(t) = kg \times s$

- **$m + t$**

$[m+t] = [m] + [t]$ ← **NO!** …per il principio di omogeneita' si possono confrontare tra di loro solo GF con stesse dimensioni fisiche.

- **$m - t$**

$[m-t] = [m] - [t]$ ← **NO!**

- **$(m + v) / m$**

$[(m+v)/m] = ([m] + [l][t]^{-1}) / [m]$ ← **NO!**

- **$m\,t / t^2$**

$[(mt)/t^2] = [m][t]^{-1}$

$U(m\,t / t^2) = U(m/t) = kg / s$

Traccia della soluzione del 1-mo esercizio:

- **$(1 / 2)\ m\ v^2$**

$[(1 / 2)\ m\ v^2] = [m][l]^2[t]^{-2} = ([m][l][t]^{-2})[l] = [\text{Lavoro}]$

$U((1 / 2)\ m\ v^2) = U(\text{Forza}) \times U(\text{lunghezza}) = N \times m = J$

- **$m\ g\ h$**

$[mgh] = [m][l][t]^{-2}[l] = ([m][l][t]^{-2})[l] = [\text{Lavoro}]$

$U(mgh) = U(\text{Forza}) \times U(\text{lunghezza}) = N \times m = J$

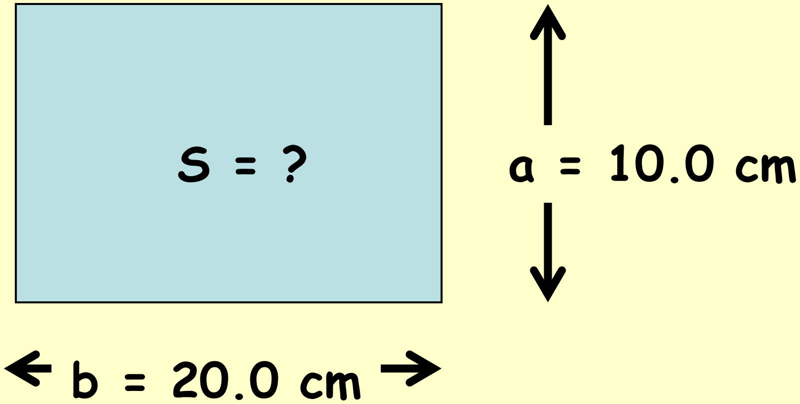
- **$h_0 \exp(-mgh)$**

$[h_0 \exp(-mgh)] = [h_0][\mathbf{exp}(-mgh)]$ ← NO!

… l'argomento di una funzione deve essere privo di dimensioni fisiche: potrei sviluppare la funzione in serie di potenze che dimensionalmente non potrei addizionare tra di loro per il **principio di omogeneita'**.

Esercizio N.2

Su di una lamina metallica di forma rettangolare sono stati misurati i lati orizzontale e verticale utilizzando un righello con sensibilita' pari a 1 mm/DIV.
Misurando 12 volte i singoli lati in punti diversi, si sono ottenuti i valori riportati in tabella.



Ricavare la superficie S e l'incertezza associata nel caso schematizzato ed esprimere il risultato sia in unita' del SI che in unita' del sistema cgs.

a [cm]	b [cm]
10.0	20.0
12.4	24.6
11.4	22.7
11.5	23.4
12.4	22.2
11.5	21.5
10.8	23.0
10.9	21.9
12.3	22.8
11.0	24.6
11.0	25.0
10.7	23.5

Commenti generali sul 2-ndo esercizio:

… osservare che sia le misure di **a** sia quelle di **b** hanno una variabilita' nel campione maggiore dell'incertezza di lettura del righello

➔ $\sigma \approx \Delta / \sqrt{3}$ non puo' che essere una sottostima della dev. standard

➔ { campione di N = 12 misure di a } ➔ $\langle a \rangle$, $\sigma(a)$, $\sigma(\langle a \rangle) = \sigma(a) / \sqrt{N}$

➔ { campione di N = 12 misure di b } ➔ $\langle b \rangle$, $\sigma(b)$, $\sigma(\langle b \rangle) = \sigma(b) / \sqrt{N}$

➔ propagazione "quadratica" e non "lineare" dell'errore, sia relativo che assoluto per stimare la dev. standard sulla S calcolata

… osservare che **S viene calcolato con il prodotto dei due valori medi**, percio' nella propagazione dell'errore va usata la deviazione standard della media e non la deviazione standard del campione di N misure!

Commenti generali sul 2-ndo esercizio:

… si determina prima l'**incertezza con non piu' di 2 cifre significative**, quindi la grandezza con un numero di cifre decimali congruente!

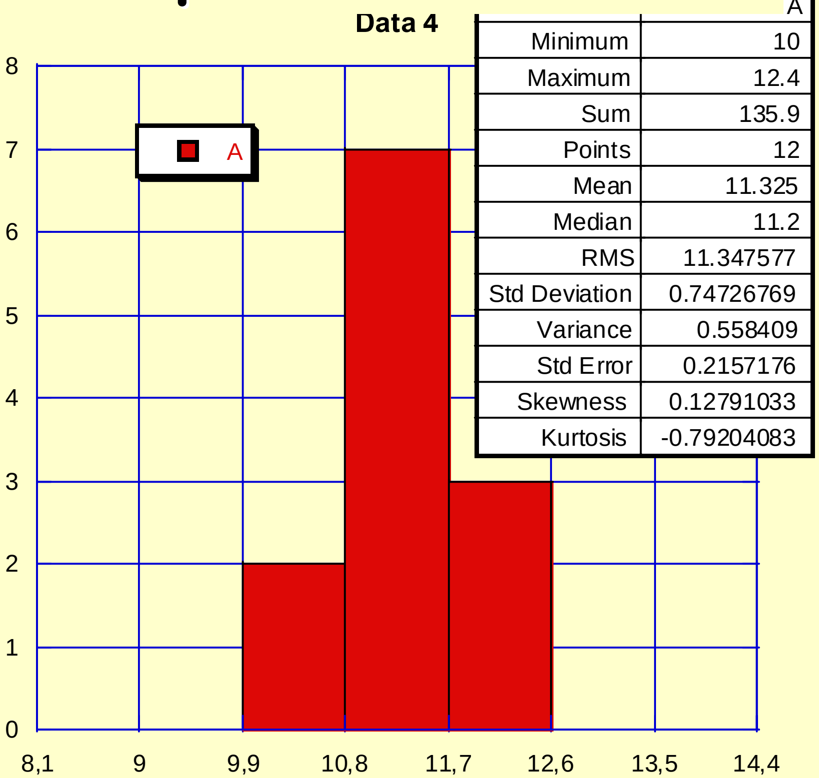
… $[S] = [\sigma(S)] = [L]^2 \Rightarrow$ **$U(S) = U(\sigma(S))$**

… il risultato di una misura va sempre presentato in **forma standard**:

$$(S \pm \sigma(S))\ U(S)$$

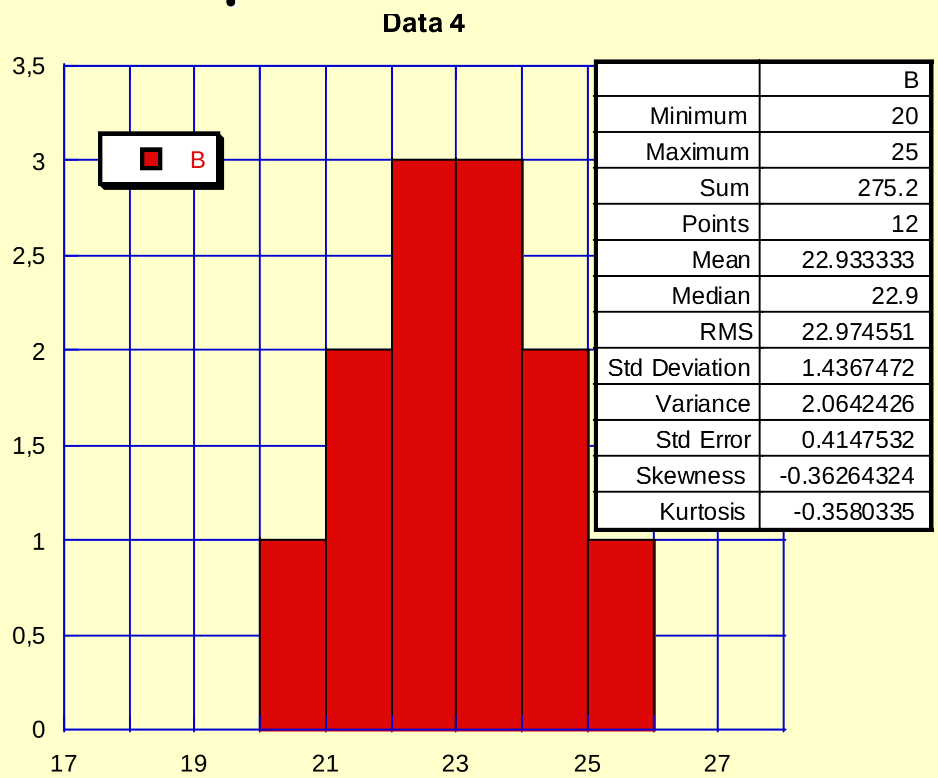
Commenti generali sul 2-ndo esercizio:

campione misure lato a



	A
Minimum	10
Maximum	12.4
Sum	135.9
Points	12
Mean	11.325
Median	11.2
RMS	11.347577
Std Deviation	0.74726769
Variance	0.558409
Std Error	0.2157176
Skewness	0.12791033
Kurtosis	-0.79204083

campione misure lato b



	B
Minimum	20
Maximum	25
Sum	275.2
Points	12
Mean	22.933333
Median	22.9
RMS	22.974551
Std Deviation	1.4367472
Variance	2.0642426
Std Error	0.4147532
Skewness	-0.36264324
Kurtosis	-0.3580335

$\langle a \rangle = (11.32 \pm 0.22)$ cm

$\langle b \rangle = (22.93 \pm 0.41)$ cm

Traccia della soluzione del 2-ndo esercizio:

$N = 12$

$\langle a \rangle = 11.32$ cm ➔ **$\langle a \rangle$ = (11.32 ± 0.22) cm**

$\sigma(a) = 0.75$ cm (± 1.9 %)

$\sigma(\langle a \rangle) = (\sigma(a) / \sqrt{N}) = 0.22$ cm

$\langle b \rangle = 22.93$ cm ➔ **$\langle b \rangle$ = (22.93 ± 0.41) cm**

$\sigma(b) = 1.4$ cm (± 1.8 %)

$\sigma(\langle b \rangle) = (\sigma(b) / \sqrt{N}) = 0.41$ cm

$S = \langle a \rangle \times \langle b \rangle = 259.6 \text{ cm}^2$

$(\sigma(S) / S) = \sqrt{((\sigma(a) / a)^2 + (\sigma(b) / b)^2)} \approx 2.6\ \%$

… ovviamente 2.6% < 3.7 % (= 1.9 % + 1.8 %)

$\sigma(S) = S \times (\sigma(S) / S) = 259.6 \times 2.6 \times 10^{-2} \text{ cm}^2 = 6.7 \text{ cm}^2$

➔ **$\langle S \rangle$** = $(259.6 \pm 6.7) \text{ cm}^2$ (± 2.6 %)

$(259.6 \pm 6.7) \times 10^{-4} \text{ m}^2$

Traccia della soluzione del 2-ndo esercizio:

…alternativamente:

S = a b

$$\sigma(S)=\sqrt{(\frac{\partial S}{\partial a})^2\sigma^2(a)+(\frac{\partial S}{\partial b})^2\sigma^2(b)}=\sqrt{b^2\sigma^2(a)+a^2\sigma^2(b)}$$

a = (11.32 ± 0.22) cm

b = (22.93 ± 0.41) cm

$$\sigma(S)=\sqrt{(22.93\bullet 0.22)^2+(11.32\bullet 0.41)^2}\approx 6.8548\ cm^2$$

$$S=11.32\bullet 22.93\ cm^2\approx 259.5676\ cm^2$$

cgs ➔ (259.6 ± 6.9)cm^2 (± 2.7 %)

SI ➔ (259.6 ± 6.9)10^{-4}m^2