Note su esperienza con i fluidi

Fluido Ideale:

Assenza di qualunque forza Dissipativa

Le forze sono solo Perpendicolari alle pareti

Fluido Reale:

Per es. Fluido Newtoniano

Compare la viscosita' "η"

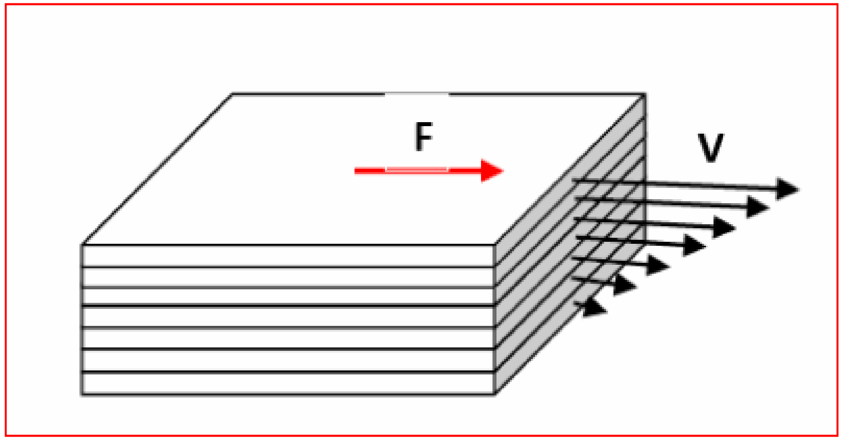
Darcy-Weisbach
(regime turbolento)

Poiseuille
(regime laminare)

$$\Phi = \frac{dV}{dt} = \pi r^2 v = \frac{\pi r^4}{8\eta}\frac{\Delta P}{L}$$

(Forze viscose) > (Forze inerziali) → regime laminare

(Forze viscose) < (Forze inerziali) → regime turbolento



"Sforzo di taglio"

$$\frac{dF_t}{dS} = \eta \cdot \frac{dv}{dz}$$

$[\eta] = [F/S][z/v] = [MLT^{-2}L^{-2}][L\ L^{-1}T] = [M\ L^{-1}\ T^{-1}]$

... talvolta ... $[\eta]$ = [pressione][tempo]

$U(\eta)_{CGS} = U(M)_{CGS}\ (U(L)_{CGS})^{-1}\ (U(T)_{CGS})^{-1} = g\ cm^{-1}\ s^{-1} =$

= 1 poise = 1 P

T	$\eta_{\text{acqua distillata}}$
0^0C	1.8 cP
20	1.0
100	0.3

$$R_e = \frac{F_{inerziali}}{F_{viscose}} = f(d, \rho, v, \eta) \quad [R_e] = [LMT]^0$$

$$[R_e] = [d^\alpha \rho^\beta v^\gamma \eta^\delta] = [L]^\alpha [ML^{-3}]^\beta [LT^{-1}]^\gamma [ML^{-1}T^{-1}]^\delta =$$

$$= [L]^{(\alpha - 3\beta + \gamma - \delta)} [M]^{(\beta + \delta)} [T]^{(-\gamma - \delta)}$$

$$\begin{cases} (\alpha - 3\beta + \gamma - \delta) = 0 \\ (\beta + \delta) = 0 \quad \Rightarrow \beta = -\delta \quad \Rightarrow \dfrac{\beta}{\delta} = -1 \\ (\gamma + \delta) = 0 \quad \Rightarrow \gamma = -\delta \quad \Rightarrow \dfrac{\gamma}{\delta} = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \alpha - 3(-\delta) + (-\delta) - \delta = 0 \quad \Rightarrow \alpha + \delta = 0 \quad \Rightarrow \alpha = -\delta \quad \Rightarrow \frac{\alpha}{\delta} = -1$$

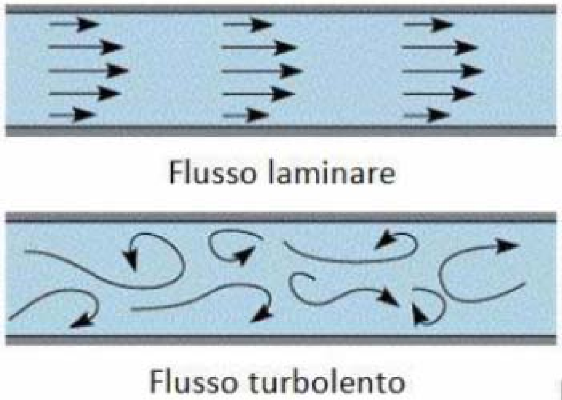
$$\delta = -1 \quad \beta = +1 \quad \gamma = +1 \quad \alpha = +1$$

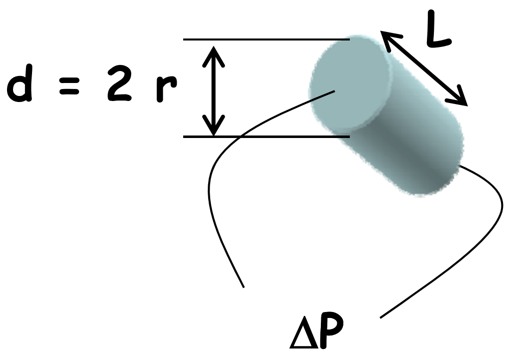
$$\Rightarrow \boxed{R_e = \frac{d \ \rho \ v}{\eta}}$$

Fluido reale: Moto laminare e moto vorticoso

R_e (= $v\rho d$ / η)	< 2000	> 3000
ΔP / L	$\propto (v\ \eta) / r^2$	$\propto (v^2\ \rho\ \cancel{\eta}) / r$
v	$\propto (r^2\ \Delta P) / (\eta\ L)$	$\propto (r^{1/2}\ \Delta P^{1/2}) / (\cancel{\eta} L^{1/2} \rho^{1/2})$

Re = numero di Reynolds
ΔP = Perdita di carico lineare lungo il condotto
v = velocita'media del fluido
η = viscosita'
ρ = densita'

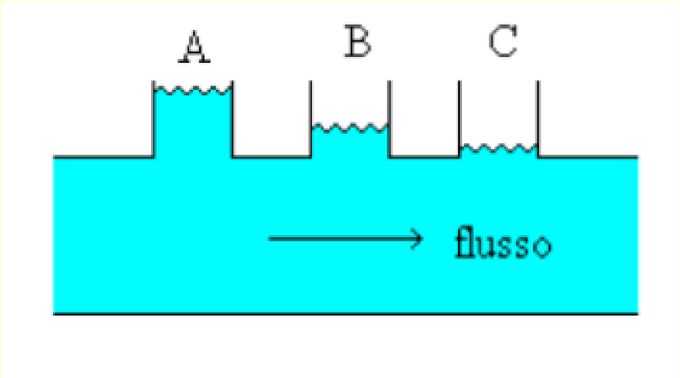




Nel <u>caso dei fluidi reali</u>:

in regime turbolento rispetto al regime laminare, si ha:

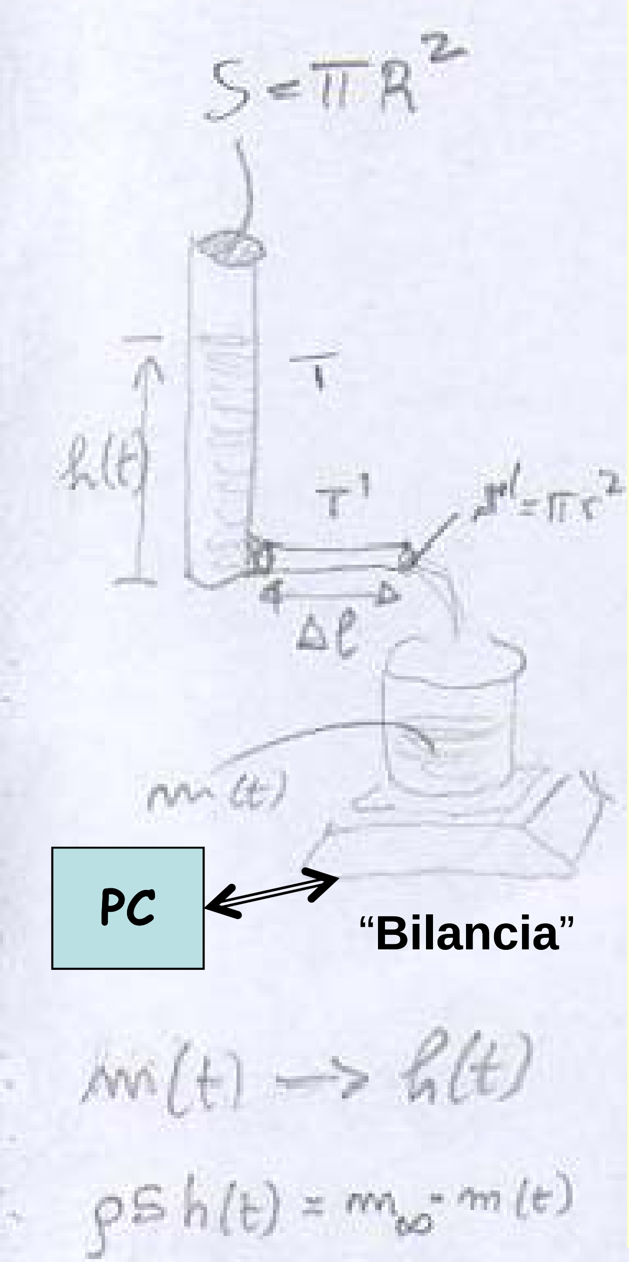
- Riduzione di portata
- Maggiore "perdita di carico"



Nel <u>caso di fluidi ideali</u>:

- non sono presenti questi fenomeni, e
- vale il teorema di Bernoulli poichè siamo in assenza di "fenomeni dissipativi"

Obiettivo dell'esperienza:
studio della legge del flusso d'acqua attraverso dei tubicini



Tubo verticale T:

… moto di discesa dell'acqua a bassa velocita' e tubo di grande sezione S
➔Bernoulli

Tubicino orizzontale T':

a seconda di sezione S' e lunghezza L

… moto laminare

➔ $$\boxed{m(t) = m(\infty)(1 - \exp(-t/\tau))}$$

… moto turbolento

➔ $$\boxed{\sqrt{\frac{m(\infty) - m(t)}{\rho S}} = \sqrt{\frac{m(\infty)}{\rho S}} - \frac{k}{2}t}$$

Deduzione del numero di Reynolds (Re) dal flusso d'acqua $\Phi = dV / dt$ verso il recipiente pesato con la bilancia

$$\Phi = \frac{dV}{dt} = \pi r^2 v$$

$$R_e = \frac{d\,\rho\,v}{\eta} = \frac{2\,r\,\rho}{\eta}\,\frac{\frac{dV}{dt}}{\pi\,r^2} = \frac{2}{\pi\,\eta\,r}\,\frac{dm}{dt}$$

$$\frac{dm}{dt} = \rho\frac{dV}{dt}$$

$$m(t) = m(\infty)(1 - \exp(-t/\tau)) \quad \Rightarrow$$

$$h(t) = \frac{m(\infty) - m(t)}{\rho S} = \frac{m(\infty)}{\rho S}\exp(-t/\tau)$$

"laminare"

$$\tau = \frac{8\eta LS}{\rho g r^2 S'}$$

$$\sqrt{\frac{m(\infty) - m(t)}{\rho S}} = \sqrt{\frac{m(\infty)}{\rho S}} - \frac{k}{2}t \quad \Rightarrow$$

$$h(t) = \frac{m(\infty) - m(t)}{\rho S} = \left(\sqrt{\frac{m(\infty)}{\rho S}} - \frac{k}{2}t\right)^2 =$$

$$= \frac{m(\infty)}{\rho S} - \sqrt{\frac{m(\infty)}{\rho S}}kt + \left(\frac{k^2}{4}\right)t^2$$

"turbolento"

$$\frac{1}{k^2} = \frac{1}{2g}\left(\frac{S}{S'}\right)^2\left[1 + 0.16\frac{L}{r}R_e^{-1/4}\right]$$

Misure da fare:

- diametro ($D = 2R$) interno del tubo verticale T
  ➔ $S = \pi D^2 / 4$

- altezza iniziale della colonna d'acqua nel tubo verticale T
  ➔ $h_0 = h(t=0)$ ➔ "pressione iniziale"

- portata d'acqua attraverso il tubicino T'
  ➔ $m(t)$ ➔ dm / dt

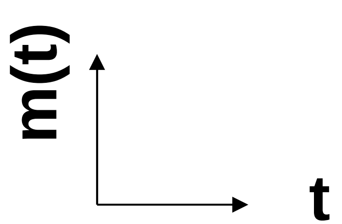
colore	diametro d [cm]	lunghezza l [cm]
bianco	0.100	20
bianco	0.100	10
bianco	0.100	8.5
marrone	0.140	8.0
bian e marr	0.180	7.5
rosso	0.215	9.9
grigio	0.300	9.5

Incertezze sui tubicini a disposizione in laboratorio:

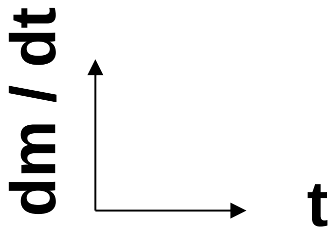
- lunghezza ± 0.1 cm (± 1 mm)

- diametro ± 0.005 cm (± 50 μm)

Strategia di analisi delle misure della massa d'acqua che fuoriesce da un tubetto T' e "cade" nel recipiente posto sulla bilancia collegata al PC via cavo seriale e gestito con il solito SW della ditta PASCO: "DATA STUDIO". ➔ **m(t)**



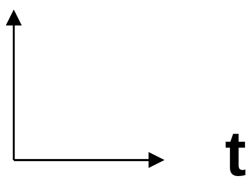
➔



➔ $R_e(t)$

$\mathrm{Log}[(m(\infty)-m(t)) \,/\, m(\infty)]$

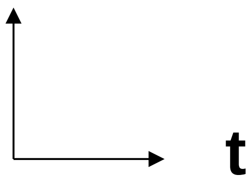
"moto laminare"



➔ τ ➔ η

$[(m(\infty)-m(t)) \,/\, (\rho\, S)]^{1/2}$

"moto turbolento"



➔ k ➔ R_e

Utilizzo di una Bilancia OHAUS Scout Pro + PASCO

1) Mandare in esecuzione Data Studio;

2) Selezionare "Crea Esperimento";

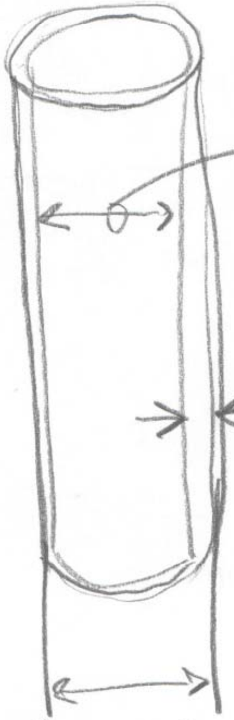
3) Poiche' non e' collegata alcuna
interfaccia standard del tipo PASCO 500,
chiede di inserire un sensore PASPORT
… IGNORARE la richiesta!

4) Click su Tasto Sinistro del MOUSE su IMPOSTA
   4a) Click su Tasto Sinistro del MOUSE su
   Aggiungi un Sensore o uno Strumento;
   4b) Cambiare "Sensore PASPORT" in Strumenti;
   4c) selezionare "Bilancia Ohaus"… compare ora
   una finestra con grafico "Massa vs. Tempo";

5) Click su Tasto Sinistro del MOUSE su Avvia … … …

Numerologia per l’esperienza con I fluidi

Fluidi



diametro interno
(1.9700 ± 0.0075) cm

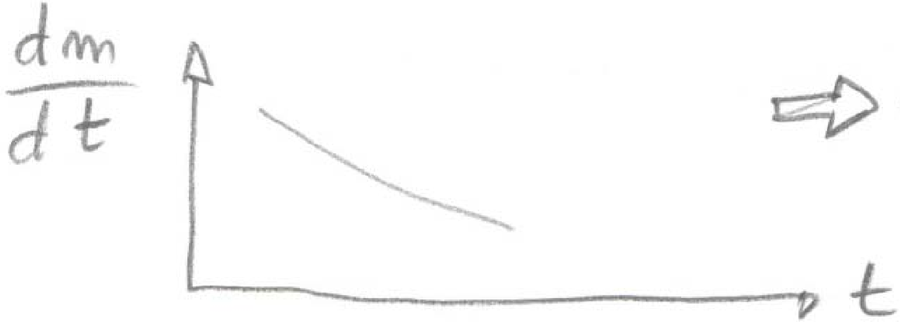
spessore
(0.2100 ± 0.0025) cm

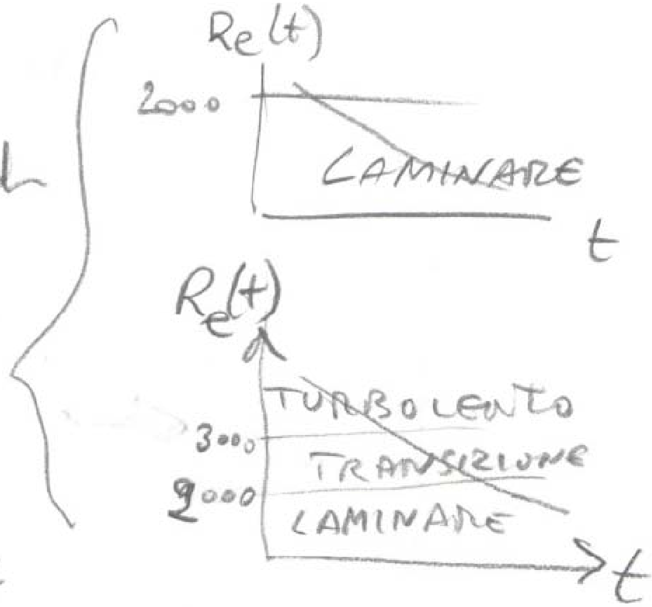
(2.3900 ± 0.0025) cm
diametro esterno

S = sezione del condotto
$\rightarrow (3{,}048 \pm 0{,}015)\,cm^2$

$h(0)$ = altezza liquido nel condotto prima di aprire il rubinetto
$= (59{,}50 \pm 0.05)$ cm

massa recipiente graduato posto sulla bilancia : $(83{,}9 \pm 0{,}1)$ g tipico andamento di





Se inizio laminare, finisco laminare

Se inizio turbolento, finisco laminare

$$\boxed{Re = \frac{d\rho v}{\eta} = \frac{2}{\pi r \eta}\frac{dm}{dt}}$$

$$Re = \frac{d \rho v}{\eta} = \frac{2}{\pi r \eta} \frac{dm}{dt}$$

	DIAMETRO [cm]	LUNGHEZZA [cm]	
BIANCO	0.0800 ± 0.0025	20.90 ± 0.05	LAMINARE SEMPRE
"	0.1000	9.80	
"	0.0900	8.40	
MARRONE	0.1350	7.30	INIZIALE TURBOLENTO
BIANCO-MARRONE	0.1650	7.90	
ROSSO	0.2100	9.90	
GRIGIO	0.2850	9.50	

moto laminare

$$m(t) = m(\infty)\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$

L = lunghezza tubicino

S' = sezione interna del tubicino

S = sezione interna del tubo verticale

η = viscosità

ρ = densità

$$\boxed{\tau = \frac{8 \eta L S}{\rho g r^2 S'}}$$

$$\downarrow$$

$$\boxed{\eta = \frac{\rho g r^2 S'}{8 L S\left(\frac{1}{\tau}\right)}}$$

(segue)

(seguito)

$$\eta = \frac{\rho g r^2 s'}{8 L S \left(\frac{1}{\tau}\right)} + \frac{1}{2}\left[\frac{\partial^2 \eta}{\partial r^2}\sigma^2(r) + \frac{\partial^2 \eta}{\partial s'^2}\sigma^2(s') + \frac{\partial^2 \eta}{\partial L^2}\sigma^2(L) + \frac{\partial^2 \eta}{\partial S^2}\sigma^2(S) + \frac{\partial^2 \eta}{\partial \frac{1}{\tau}^2}\sigma^2\left(\frac{1}{\tau}\right) \right]$$

$$\sigma(\eta) = \sqrt{\left(\frac{\partial \eta}{\partial r}\right)^2\sigma^2(r) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial s'}\right)^2\sigma^2(s') + \left(\frac{\partial \eta}{\partial L}\right)^2\sigma^2(L) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial S}\right)^2\sigma^2(S) + \left(\frac{\partial \eta}{\partial \frac{1}{\tau}}\right)^2\sigma^2\left(\frac{1}{\tau}\right)}$$

$g = 981 \text{ cm s}^{-2}$

$\rho = 0{,}998 \text{ g cm}^{-3}$

$\boxed{\text{moto turbolento}}$

$$\sqrt{\frac{m(\infty)-m(t)}{\rho S}} = \sqrt{\frac{m(\infty)}{\rho S}} - \frac{k}{2}t$$

$$\Rightarrow \frac{m(\infty)-m(t)}{\rho S} = \left(\sqrt{\frac{m(\infty)}{\rho S}} - \frac{k}{2}t\right)^2 =$$

$$= \left(\frac{m(\infty)}{\rho S}\right) - \sqrt{\frac{m(\infty)}{\rho S}}\,kt + \frac{k^2}{4}t^2$$

$$\cancel{m(\infty)} - m(t) = \cancel{m(\infty)} - \sqrt{m(\infty)\,\rho S}\,kt + \rho S\,\frac{k^2}{4}t^2$$

$$\boxed{m(t) = \sqrt{m\infty\rho S}\,kt + \frac{\rho S k^2}{4}t^2}$$