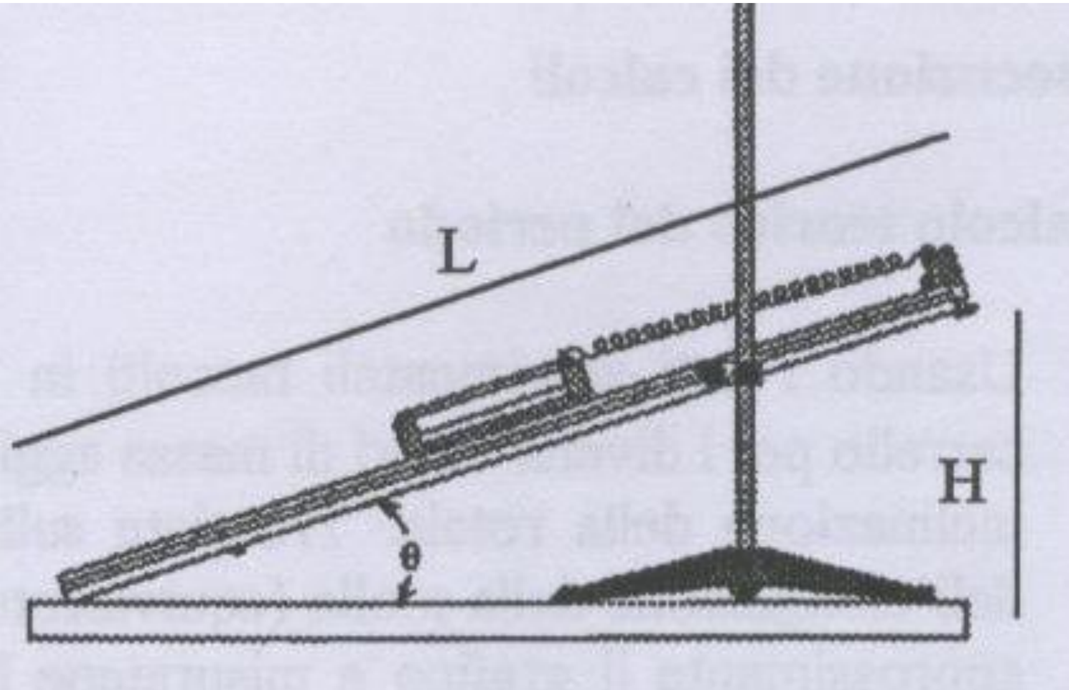
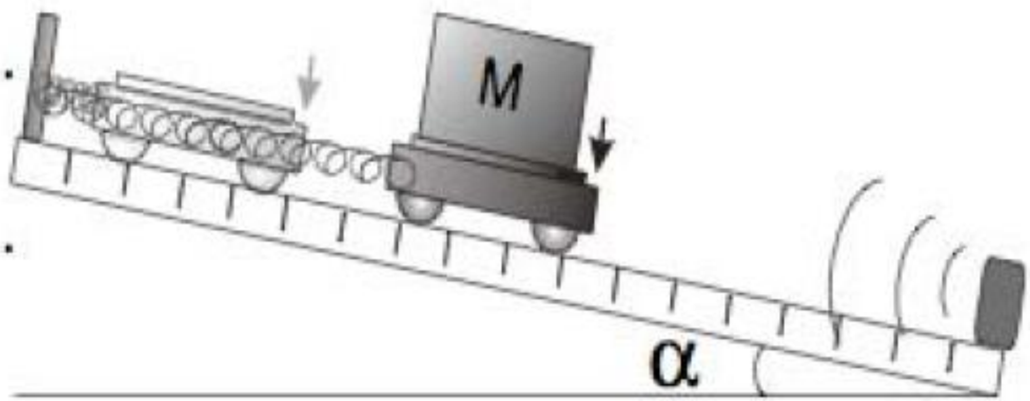
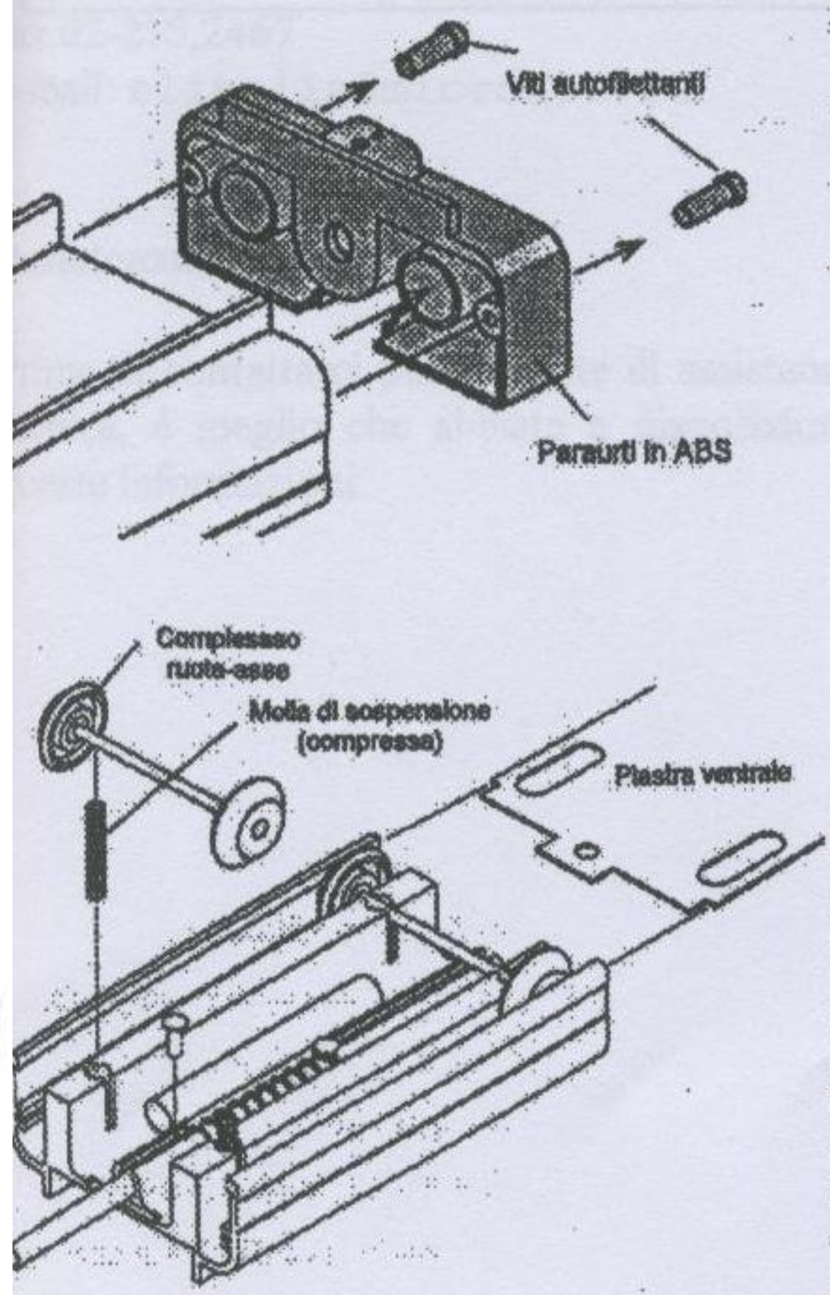
Note sulla
1-ma esperienza di laboratorio
con il carrello

Rotaia meccanica 2.2m, alluminio estruso

Carrello a basso attrito con pistone a molla e zavorra supplementare.
È composto da un corpo in alluminio lungo circa **17 cm**, largo **8,5 cm** e alto **4,5 cm** con massa di circa **0,500 kg**


L
H
θ


M
α


Viti autofilettanti
Paraurti in ABS
Complesso ruota-asse
Molla di sospensione (compressa)
Piastra ventrale

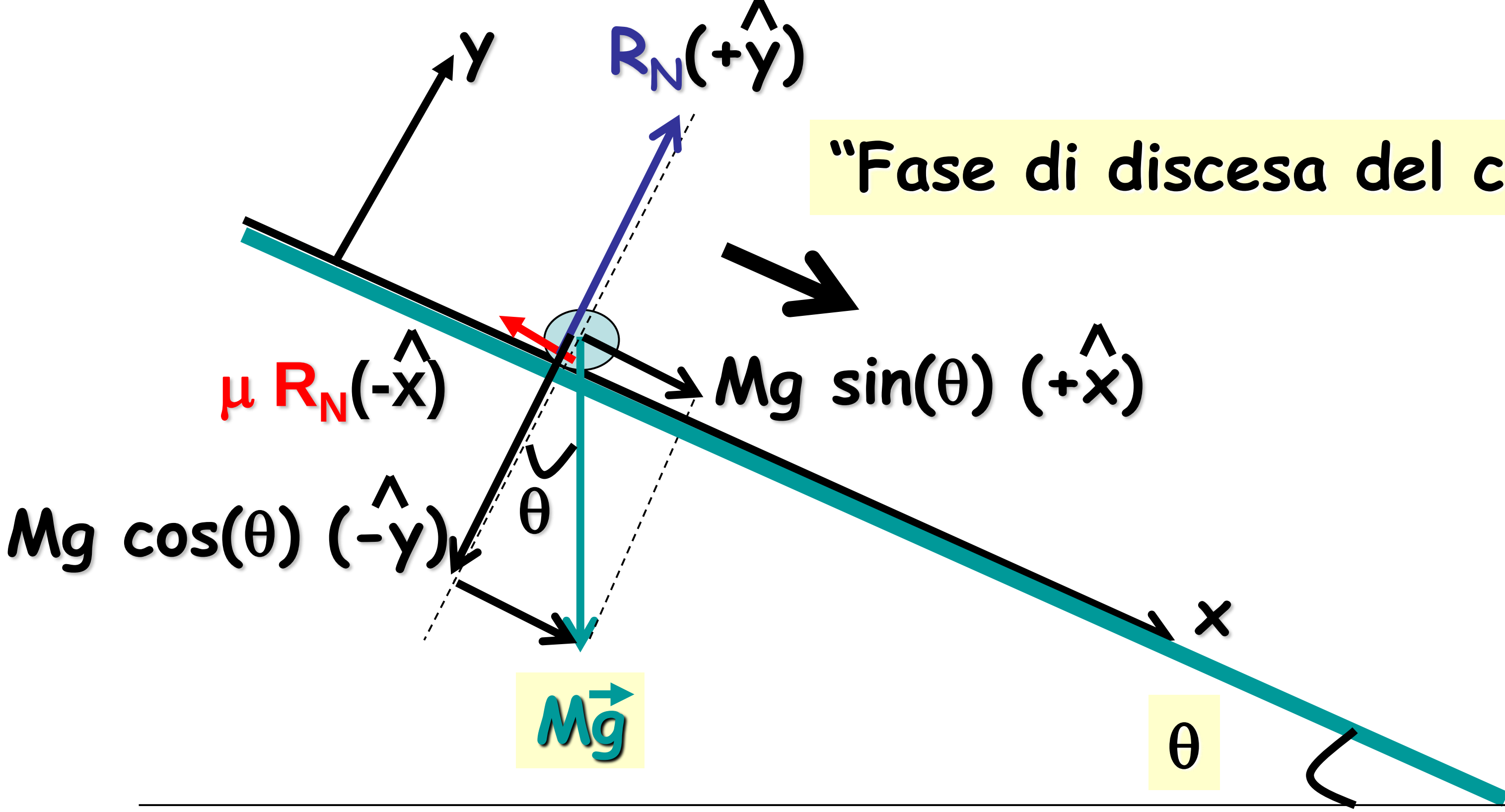
Shematizzo il carrello di massa M con le 4 ruote in moto sul piano inclinato come un punto materiale di massa M soggetto a 3 forze:

- **Forza peso** (**Mg**) … diretta lungo la verticale

- **Reazione vincolare** (**R_N**) … perpendicolare al piano inclinato

- **Forza di attrito** … diretta parallelamente al piano inclinato,
  con verso sempre opposto al moto e
  con modulo (μ **R_N**)
  μ = coefficiente di attrito dinamico
  … anche se la presenza delle ruote
  richiederebbe parlare di attrito volvente

"Fase di discesa del carrello"

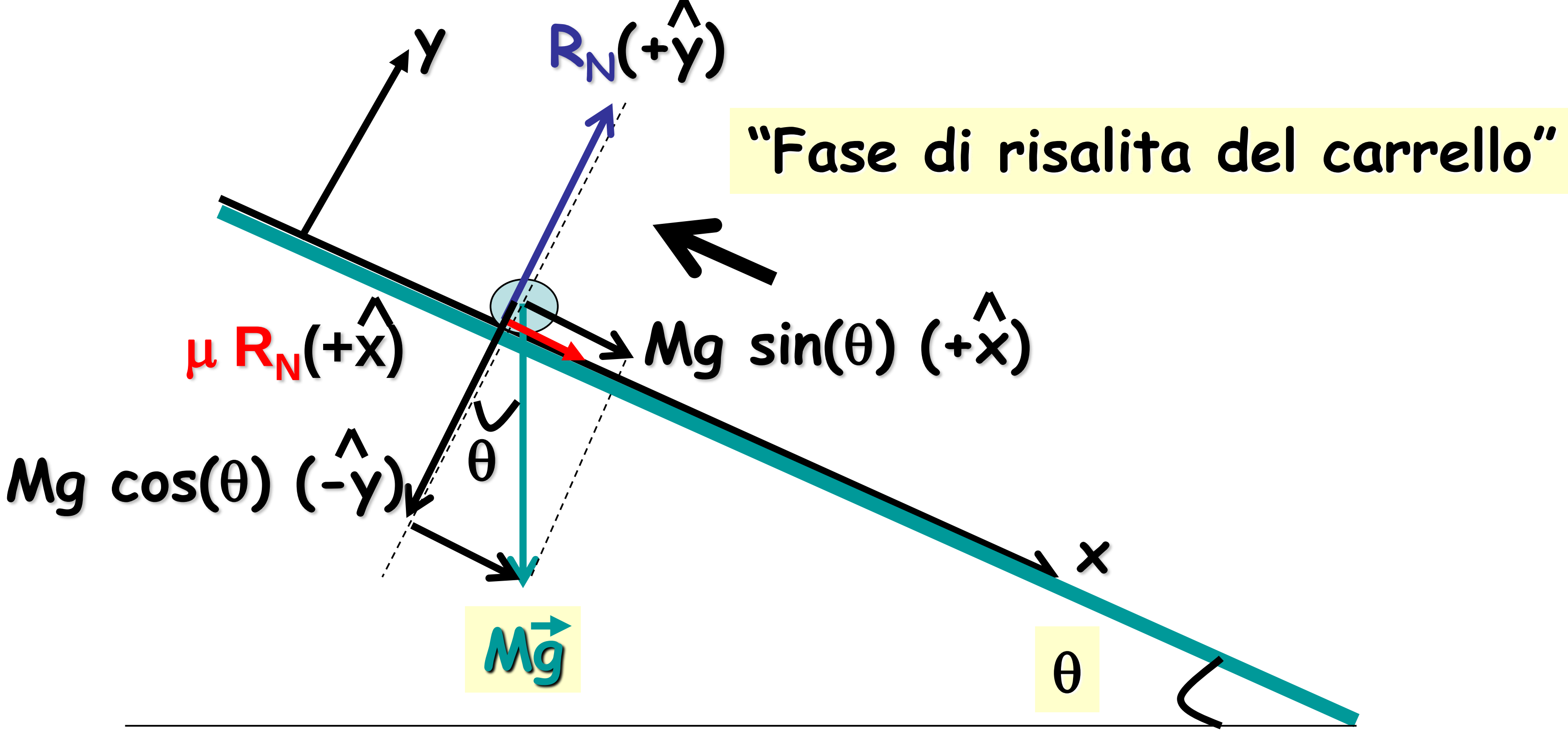


$$\begin{cases} Ma\,(+\hat{x}) = Mg\sin(\vartheta)\,(+\hat{x}) + \mu R_N\,(-\hat{x}) \\ 0 = R_N\,(+\hat{y}) + Mg\cos(\vartheta)\,(-\hat{y}) \quad \Rightarrow \quad R_N = Mg\cos(\vartheta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cancel{M}a = \cancel{M}g\sin(\vartheta) - \mu \cancel{M}g\cos(\vartheta)$$

$$\boxed{a = g[\sin(\vartheta) - \mu\cos(\vartheta)]}$$

Al termine della fase di discesa del carrello sul piano inclinato, questo urterà anelasticamente il supporto di fine corsa risalendo sino ad una quota inferiore a quella da cui era stato lasciato partire. Dopo un certo numero di urti, il carrello si fermerà sul supporto di fine corsa stesso. Da un punto di vista energetico, l'energia potenziale iniziale verrà totalmente dissipata in parte negli urti anelastici ed in parte per l'attrito.



$$\begin{cases} Ma\,(+\hat{x}) = Mg\sin(\vartheta)\,(+\hat{x}) + \mu R_N\,(+\hat{x}) \\ 0 = R_N\,(+\hat{y}) + Mg\cos(\vartheta)\,(-\hat{y}) \quad \Rightarrow \quad R_N = Mg\cos(\vartheta) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cancel{M}a = \cancel{M}g\sin(\vartheta) + \mu \cancel{M}g\cos(\vartheta)$$

$$\boxed{a = g[\sin(\vartheta) + \mu\cos(\vartheta)]}$$

L'angolo θ che il piano inclinato forma con il piano orizzontale deve essere sufficientemente piccolo perché si possano fare "ragionevolmente" le seguenti due approssimazioni:

$\sin(\theta) \approx \theta$ (con θ in radianti) e

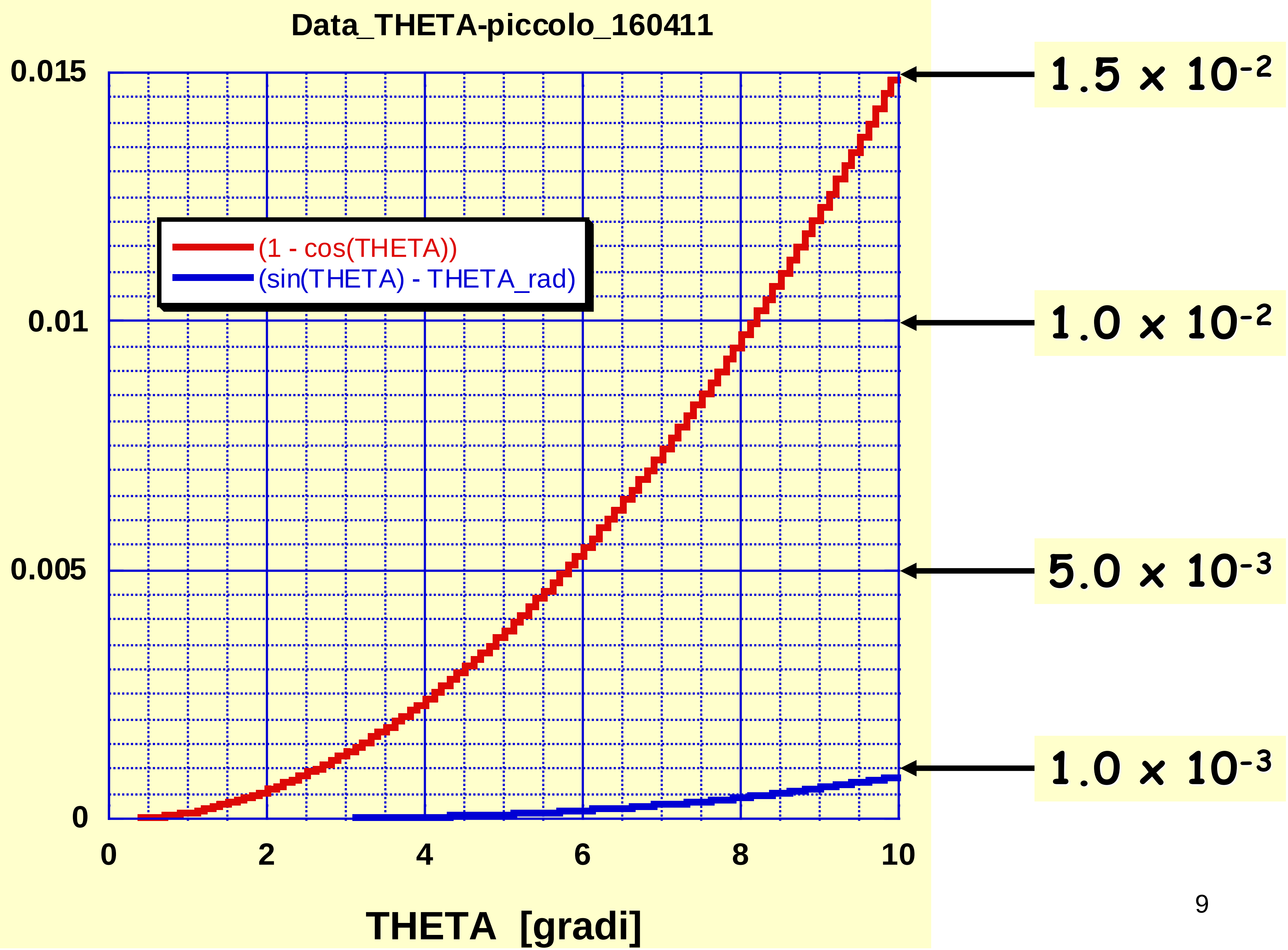
$\cos(\theta) \approx 1$

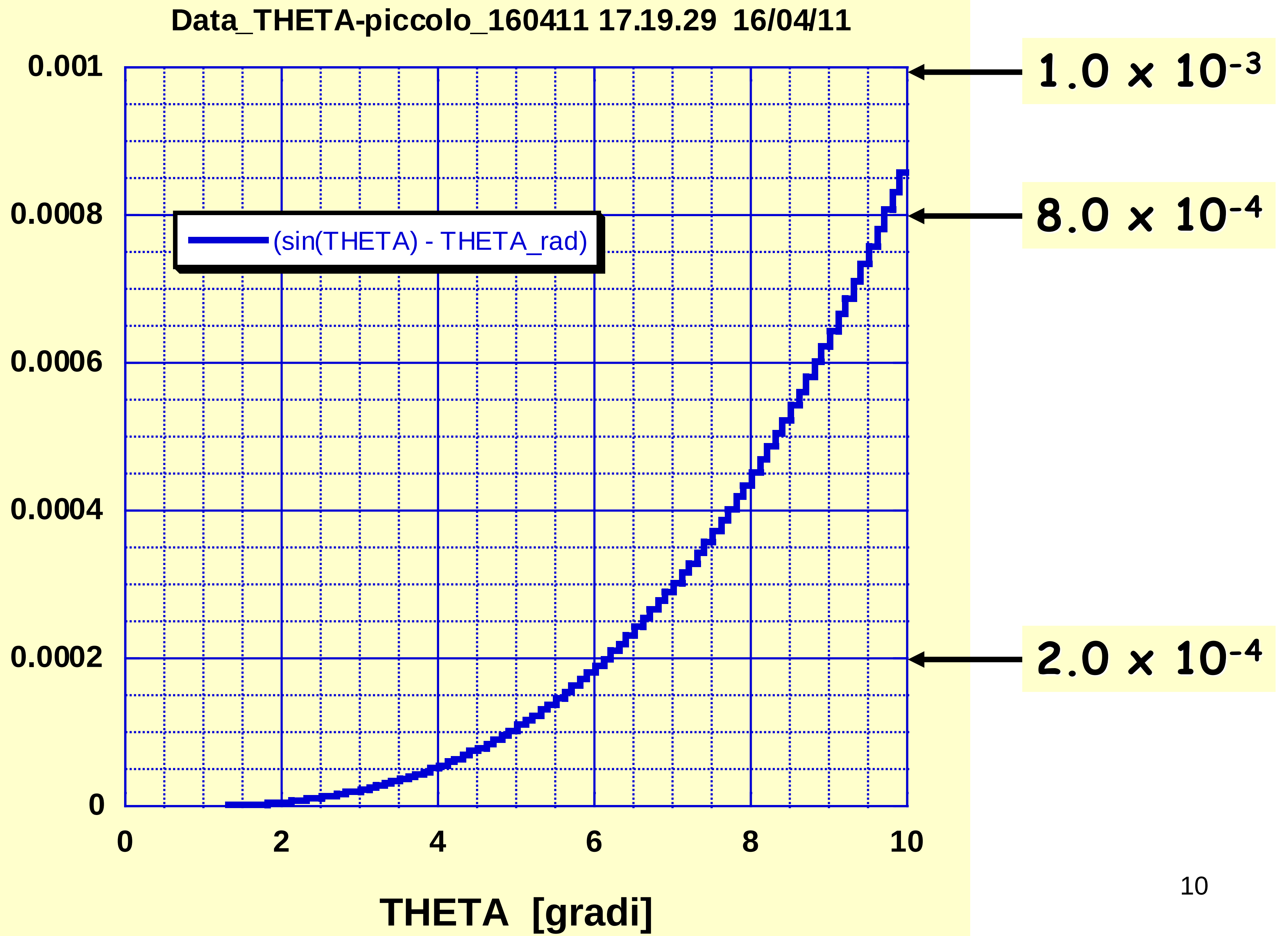
… delle due approssimazioni la più critica e' quella relativa al "coseno" piuttosto che quella relativa al "seno".

$\rightarrow \theta << 10°$

Ordine di grandezza: $h = L\sin(\theta) = (2{,}2m)\sin(10°) = 0{,}3820m$

$(10°/180°)\pi = 0{,}17453$ rad $\sim$ 175 mrad

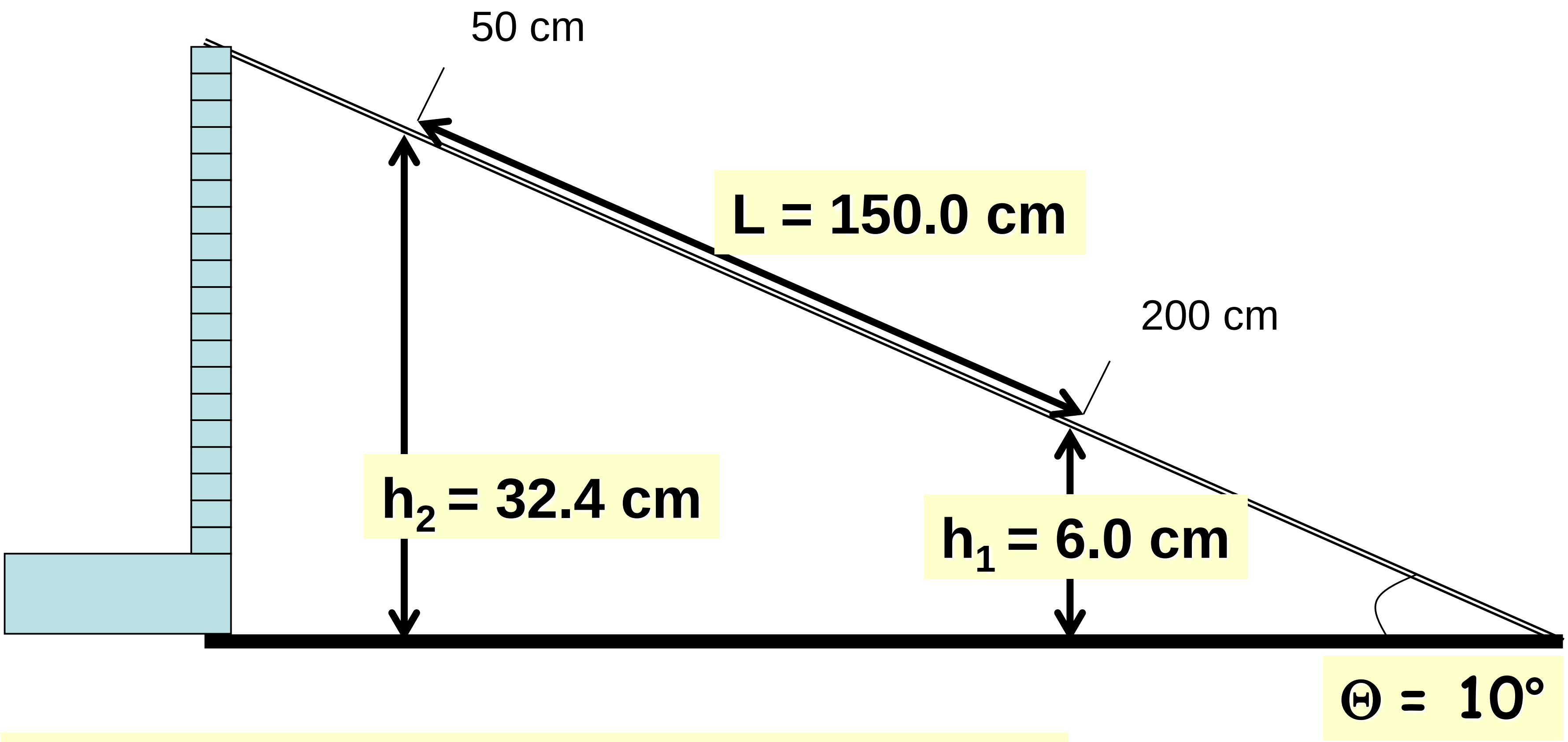

Data_THETA-piccolo_160411
0.015
0.01
0.005
0
(1 - cos(THETA))
(sin(THETA) - THETA_rad)
0
2
4
6
8
10
THETA [gradi]
1.5 x 10-2
1.0 x 10-2
5.0 x 10-3
1.0 x 10-3



Data_THETA-piccolo_160411 17.19.29 16/04/11
0.001
0.0008
0.0006
0.0004
0.0002
0
0
2
4
6
8
10
(sin(THETA) - THETA_rad)
THETA [gradi]
1.0×10^{-3}
8.0×10^{-4}
2.0×10^{-4}

Strategia di misura dell'angolo θ:

Si posiziona una squadra due volte in maniera che la lettura dell'altezza h, fatta sulla sua scala graduata, avvenga quando la squadra è in coincidenza con due valori "abbastanza distanti" su di un metro "incollato" sul piano inclinato.



➔ $\Delta\theta \approx 0.08°$ (1.5 mrad)

$$h_2 - h_1 = L\sin(\theta) \Rightarrow \theta = \arcsin\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right) \Rightarrow \Delta\theta = \left|\frac{\partial\theta}{\partial h_2}\right|\Delta h_2 + \left|\frac{\partial\theta}{\partial h_1}\right|\Delta h_1 + \left|\frac{\partial\theta}{\partial L}\right|\Delta L$$

$$\frac{\partial}{\partial h_2}\arcsin\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right) = \frac{\left(\frac{1}{L}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right)^2}}\ ; \quad \frac{\partial}{\partial h_1}\arcsin\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right) = \frac{\left(-\frac{1}{L}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right)^2}}\ ;$$

$$\frac{\partial}{\partial L}\arcsin\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right) = \frac{\left(-\frac{h_2-h_1}{L^2}\right)}{\sqrt{1-\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right)^2}}\ ;$$

$$\Rightarrow \quad \Delta\theta = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{h_2-h_1}{L}\right)^2}}\left[\left(\frac{1}{L}\right)\Delta h_2 + \left(\frac{1}{L}\right)\Delta h_1 + \left(\frac{h_2-h_1}{L^2}\right)\Delta L\right]$$

...numericamente...

$\theta = (10.137)^\circ \quad h_2 = 32.4\ cm \quad h_1 = 6.0\ cm \quad L = 150.0\ cm$

$\Delta h_2 = \Delta h_1 = \Delta L = 0.1\ cm \quad \Delta\theta \approx 0.0015\ rad \approx 0.084^\circ$

Riassumendo:

- Moto del carrello durante la fase di discesa

$$a = g(\sin(\theta) - \mu \cos(\theta))$$

- Moto del carrello durante la fase di risalita

$$a = g(\sin(\theta) + \mu \cos(\theta))$$

➔ $$\begin{cases} v(t) = v(0) + at \\ x(t) = x(0) + v(0)t + (1/2)at^2 \end{cases}$$

Nell'ipotesi di angolo piccolo (θ << 1 rad)

$$\sin(\theta) \approx \theta \qquad e \qquad \cos(\theta) \approx 1$$

"discesa" $\quad a = g(\sin(\theta) - \mu \cos(\theta)) \approx g(\theta - \mu)$

"risalita" $\quad a = g(\sin(\theta) + \mu \cos(\theta)) \approx g(\theta + \mu)$

Strategia delle misurare

Per diversi valori dell'angolo θ (<< 1 rad, per esempio tra 1° e 10°) ripetere le misure seguenti:

- Lasciare partire il carrello a non meno di 50cm dal sonar.
- Dalle misure di velocita' $v(t)$ in funzione del tempo t durante la fase di discesa del carrello, ricavare il valore dell'accelerazione a, per esempio tramite un fit con il metodo dei minimi quadrati. Alternativamente, dalle misure di posizione $x(t)$ vs.t, ricavare l'accelerazione a mediante un fit parabolico [$x(t)=x(0)+v(0)t+at^2/2$].

Stimare l'incerteza sulla misura della accelerazione ripetendo più volte l'esperimento ad un particolare valore dell'angolo θ.

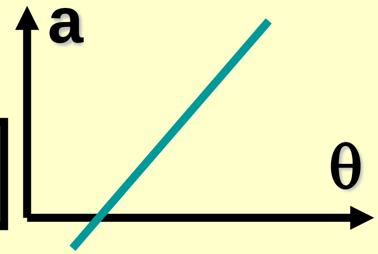
➔ Dal grafico dell'accelerazione a in funzione del valore dell'angolo θ si possono ottenere, tramite la migliore retta ricavata con il metodo dei minimi quadrati,

sia l'accelerazione di gravità ***g***

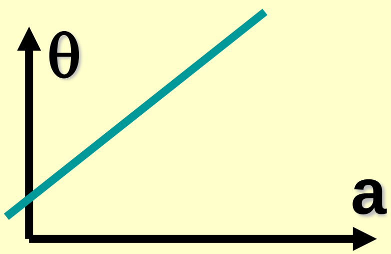
sia il coefficiente di attrito **μ**.

... Se $[\sigma(\theta)/\langle\theta\rangle] < [\sigma(a)/\langle a\rangle]$ ➔

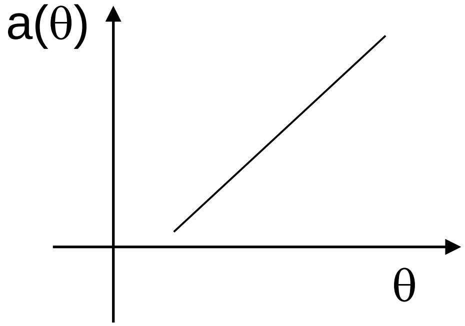
$$\boxed{a = g\theta - g\mu}$$



... Se $[\sigma(\theta)/\langle\theta\rangle] > [\sigma(a)/\langle a\rangle]$ ➔



$$\boxed{\theta = (1/g)a + \mu}$$



$$a(\theta) = g\vartheta + (-g\mu) \qquad g \pm \sigma(g) = A \pm \sigma(A) \qquad \mu \pm \sigma(\mu) = \left(-\frac{B}{A}\right) \pm \sigma(\mu)$$

$$\Updownarrow \quad \Updownarrow \quad \Updownarrow \qquad \Rightarrow \qquad \Uparrow \qquad\qquad \Uparrow$$

$$Y(x) = Ax + B \qquad A \pm \sigma(A) \qquad B \pm \sigma(B)$$

$$\sigma^2(\mu) = \sigma^2\left(\frac{-B}{A}\right) = \left(\frac{\partial\left(\frac{-B}{A}\right)}{\partial B}\sigma(B)\right)^2 + \left(\frac{\partial\left(\frac{-B}{A}\right)}{\partial A}\sigma(A)\right)^2 + 2\,\frac{\partial(-B/A)}{\partial B}\,\frac{\partial(-B/A)}{\partial A}\,\sigma(A,B)$$

$$\frac{\partial\left(-B/A\right)}{\partial A} = -\frac{B}{-A^2} = B/A^2$$

$$\frac{\partial\left(-B/A\right)}{\partial B} = -\frac{1}{A}$$

$$\sigma^2(\mu) = \left(-\frac{1}{A}\sigma(B)\right)^2 + \left(\frac{B}{A^2}\sigma(A)\right)^2 + 2\left(-\frac{1}{A}\right)\left(\frac{B}{A^2}\right)\sigma(A,B)$$

$$\boxed{\sigma^2(\mu) = \frac{\sigma^2(B)}{A^2} + \frac{B^2}{A^4}\sigma^2(A) - 2\,\frac{B}{A^3}\,\sigma(A,B)}$$

Il **sistema automatizzato** a disposizione in laboratorio per l'esperienza del piano inclinato è basato su:

- **Sensore ad ultrasuoni** (TX e RX) per misure di distanza di un carrello mobile su di un piano inclinato;

- **Interfaccia tra sensore e PC** collegata tramite un canale seriale;

- **Software** di acquisizione e analisi delle misure residente nel PC.

www.pasco.com

PC ⟷ RS232C

ScienceWorkshop 500 Interface

Specifications

Sensor Ports: 2 Digital + 3 Analog

Connection: Serial USB using optional USB/Serial Converter (CI-6759)

Communication Speed: 19.2 kbaud

Crystal-controlled Timebase: ±0.01% Accuracy $\boxed{\rightarrow \pm 10^{-4}}$

Analog Channel A: Differential Input: 2 MΩ impedance - gain = 1 or 10

Analog Channel B: Single Ended Input: 200 kΩ impedanc - gain = 1 or 10

Analog Channel C: Single Ended Input: 200 kΩ impedance - gain = 1

Analog Range: ± 10 V, ±0.02 V + 0.1% of reading

A/D Conversion: 12-bit

Digital Resolution: 5 μs timing $\boxed{\rightarrow \Delta x = v\, \Delta t \sim (300\ m/s)\ (5\ 10^{-6}\ s) = 1{,}5\ 10^{-3}\ m}$

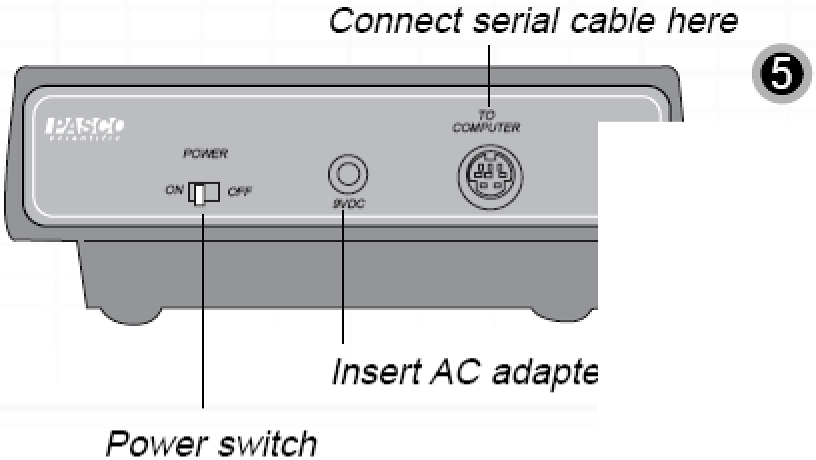
Datalogging storage buffer: 50 KB

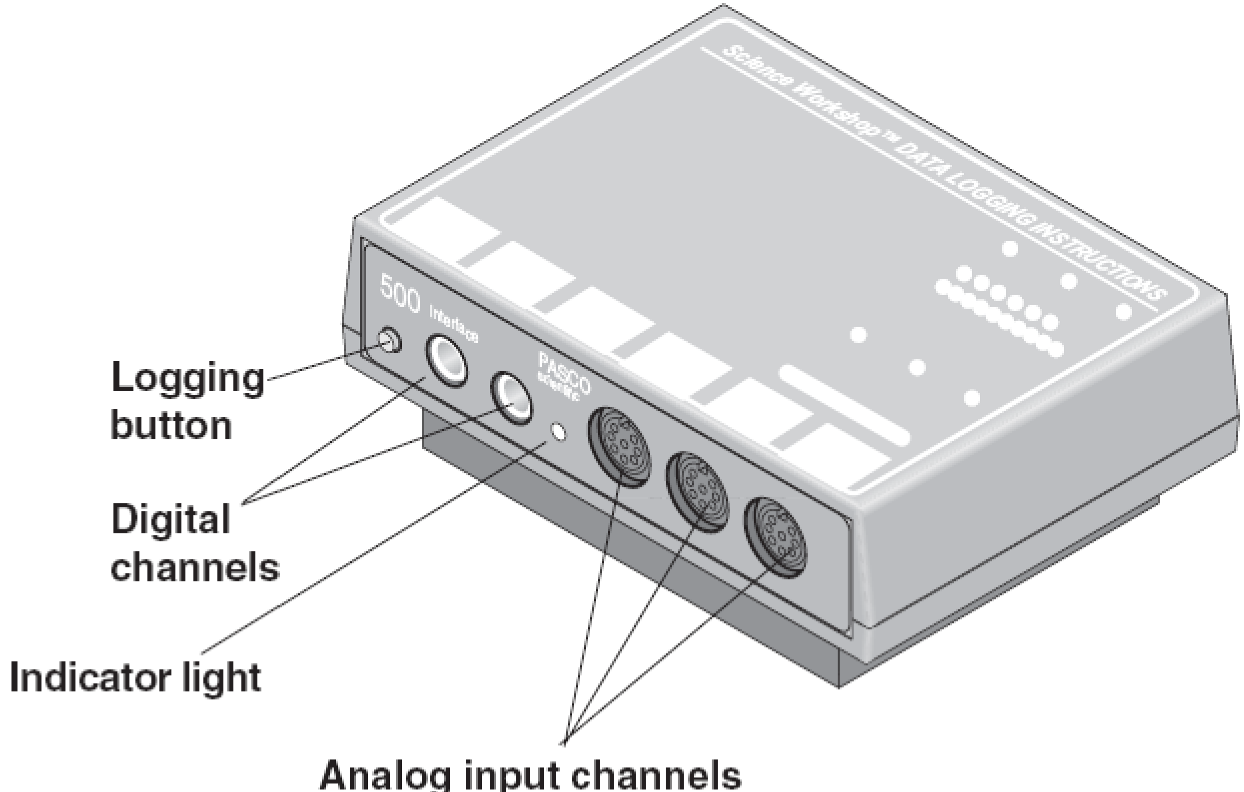
Collect 17,000 Analog data points (force, voltage, etc)

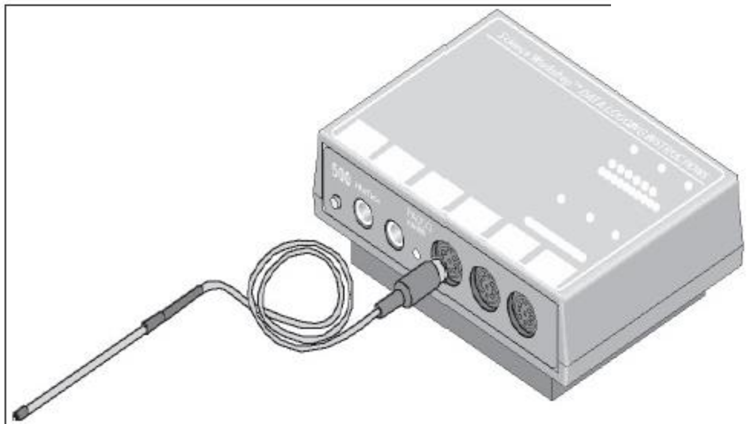
or 7,000 Motion Sensor data points

Power Supply: 9V @ 500mA DC supply 4 AA batteries during datalogging

ScienceWorkshop 500 Interface

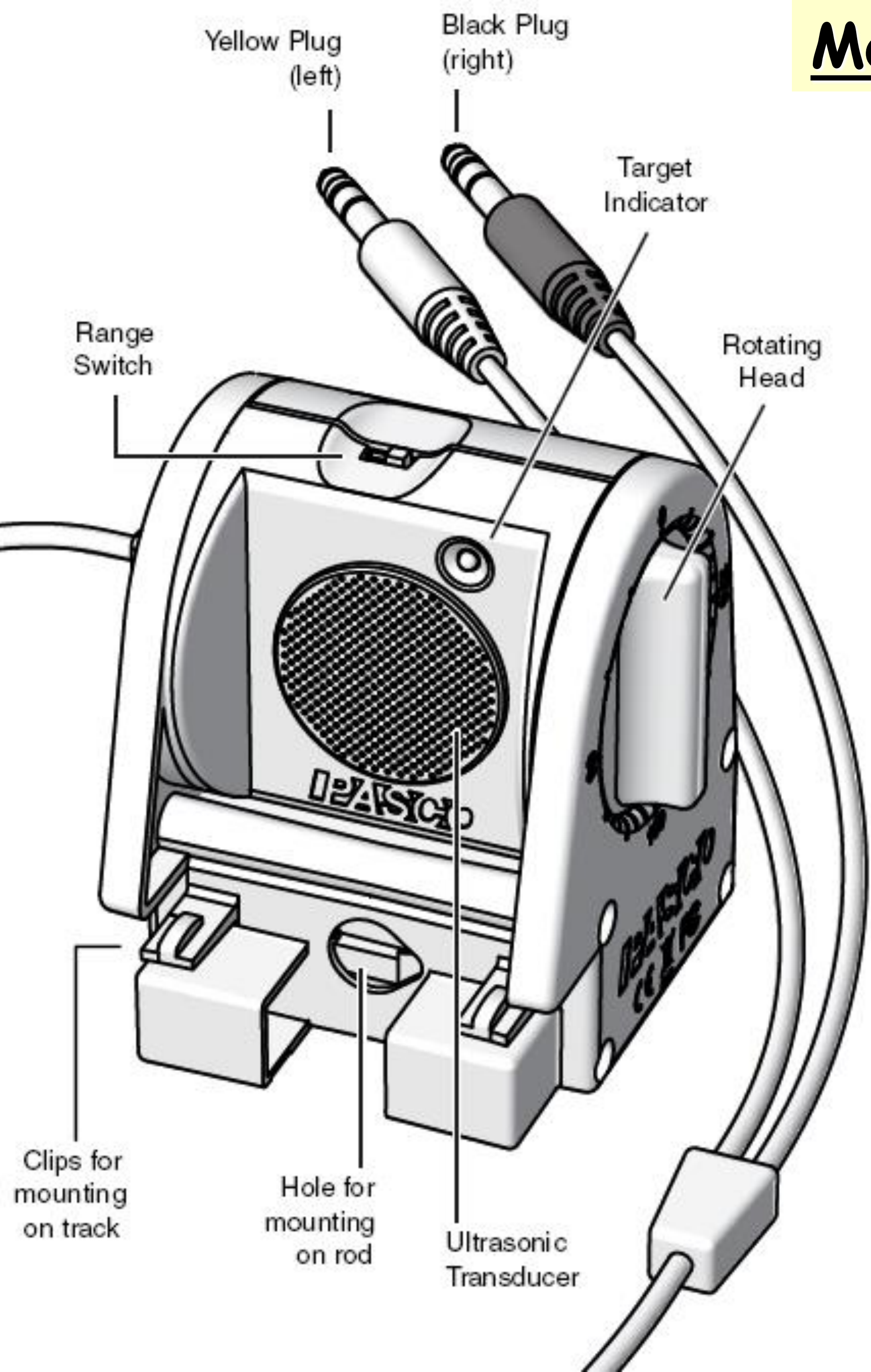






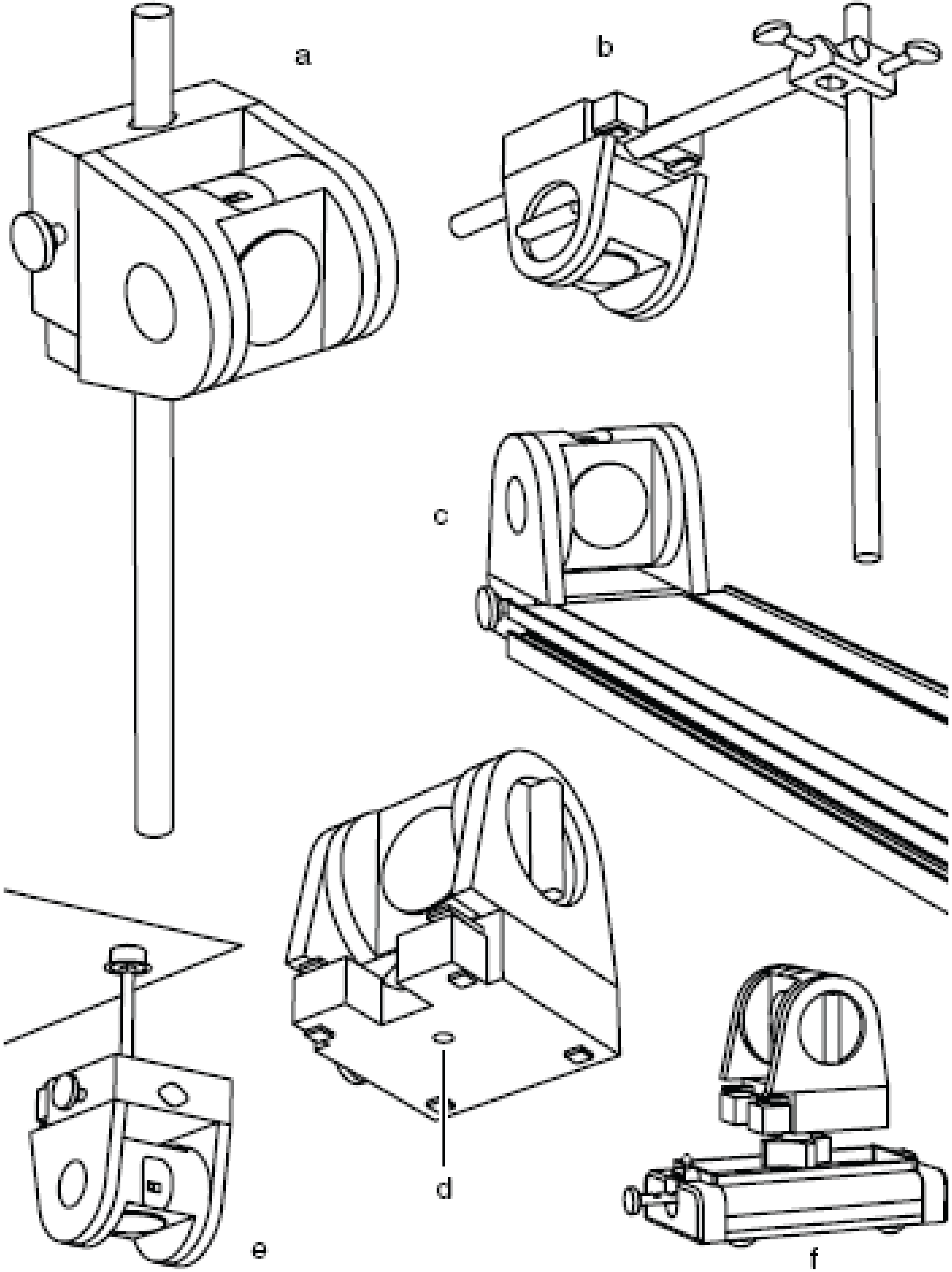
Example: Connect a Temperature Sensor to analog channel A.

Motion Sensor II CI-6742A



Specifications
Range:
Minimum: 15 cm (short dead zone)
Maximum: 8 m
Connector:
Dual stereo phone plug for
ScienceWorkshop Interfaces

Motion Sensor II
CI-6742A



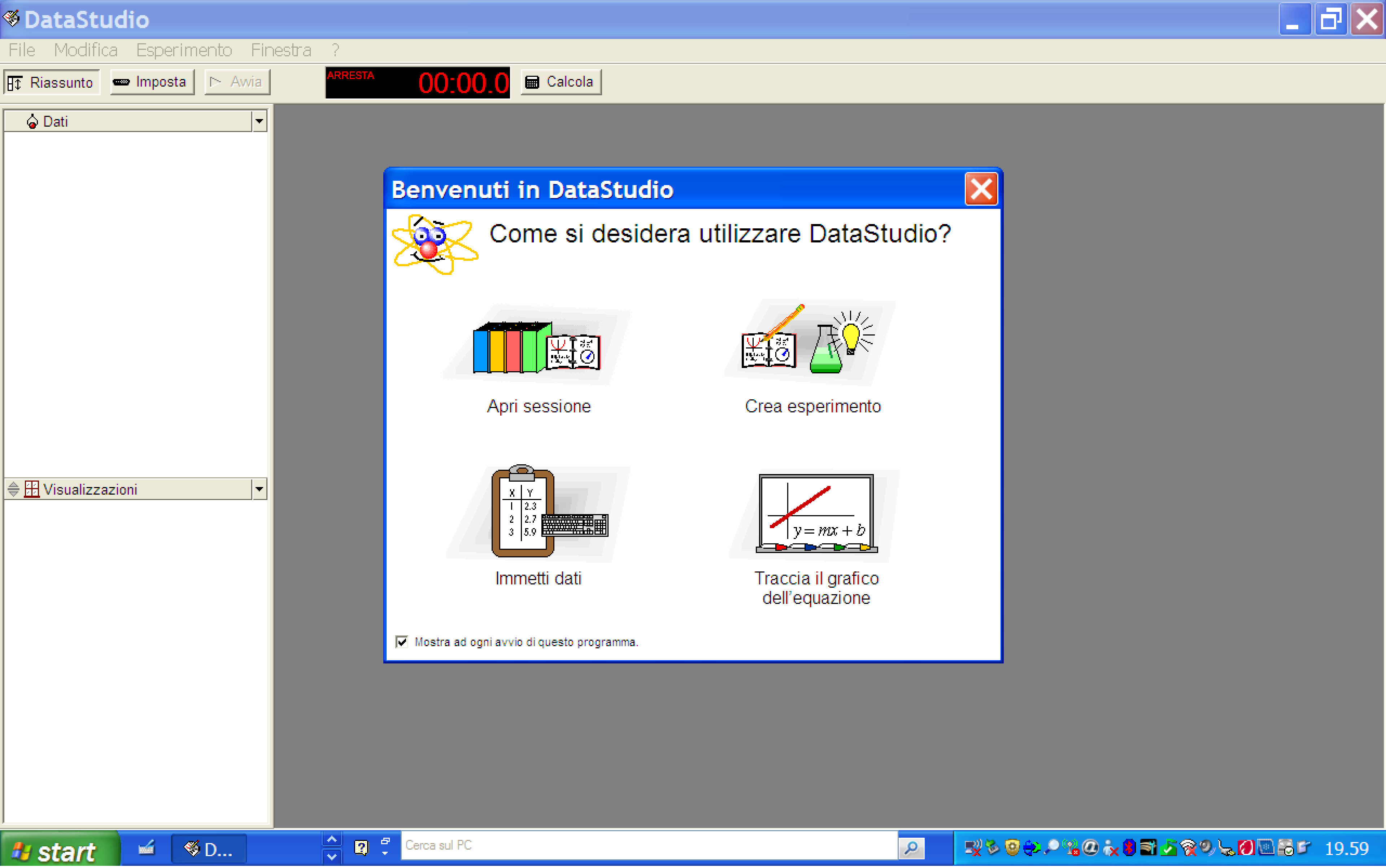
dataSTUDIO®

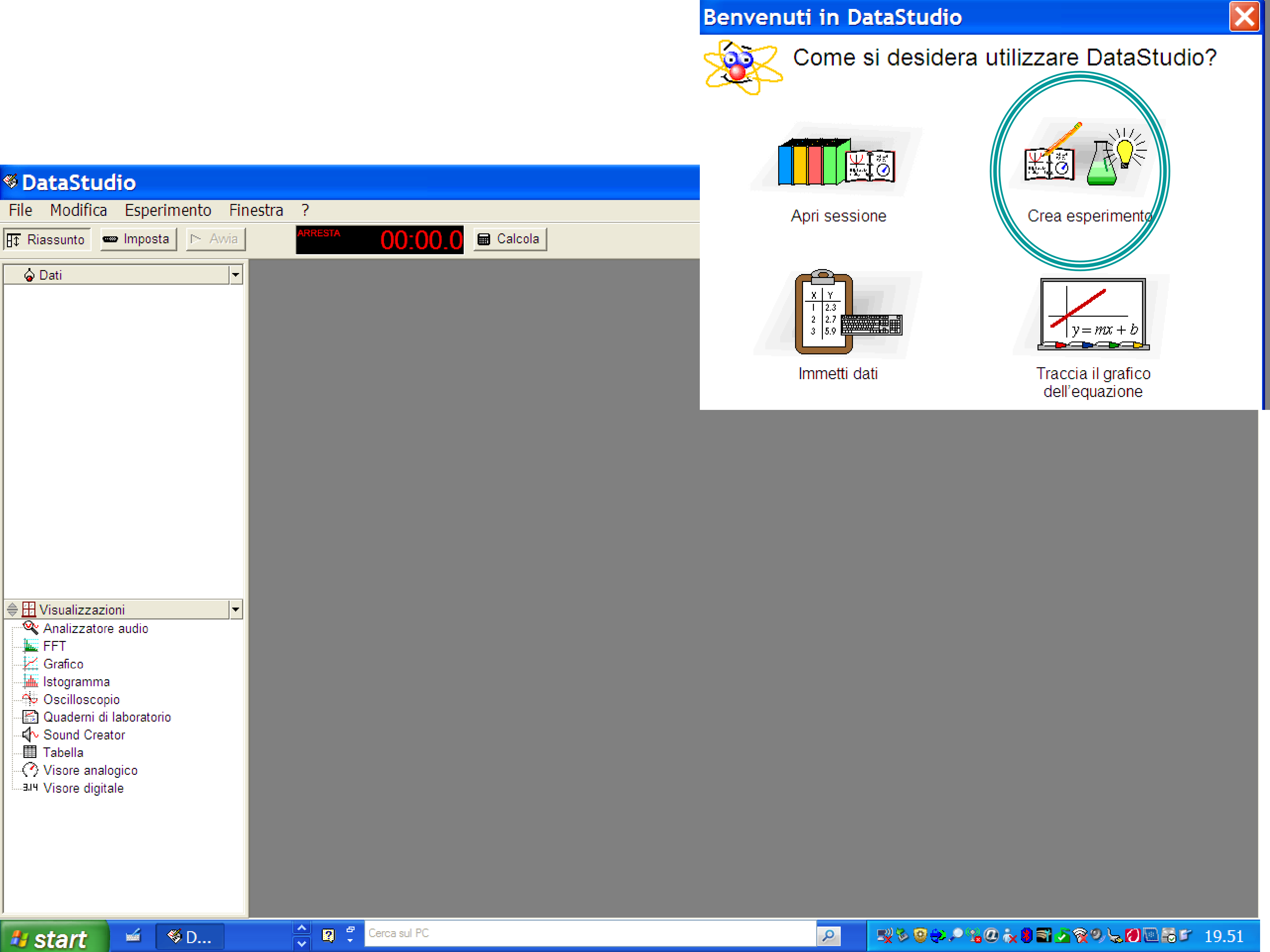
Data Collection & Analysis Software

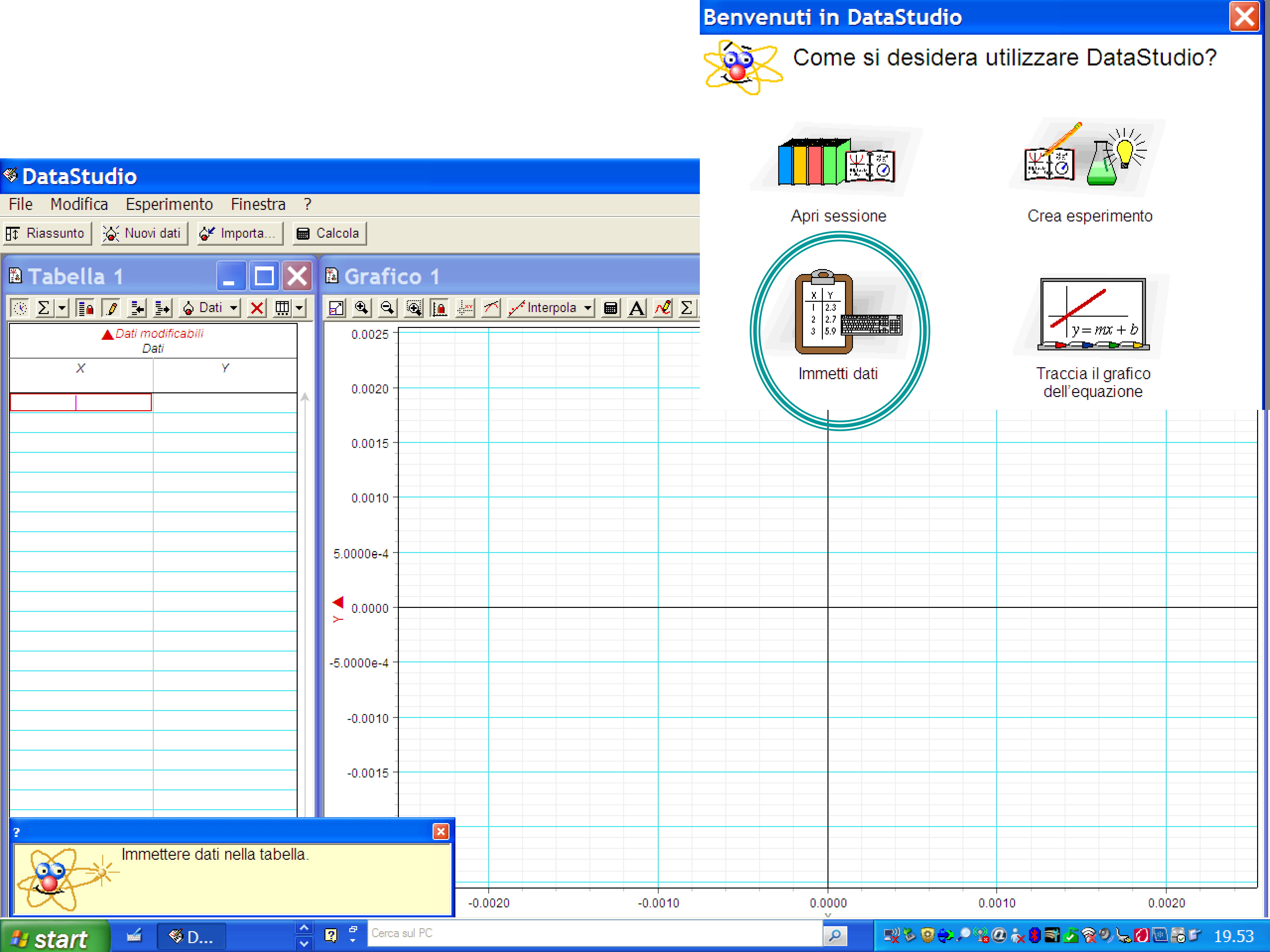
http://www.pasco.com/file_downloads/datastudio/ds_starter_manual.pdf

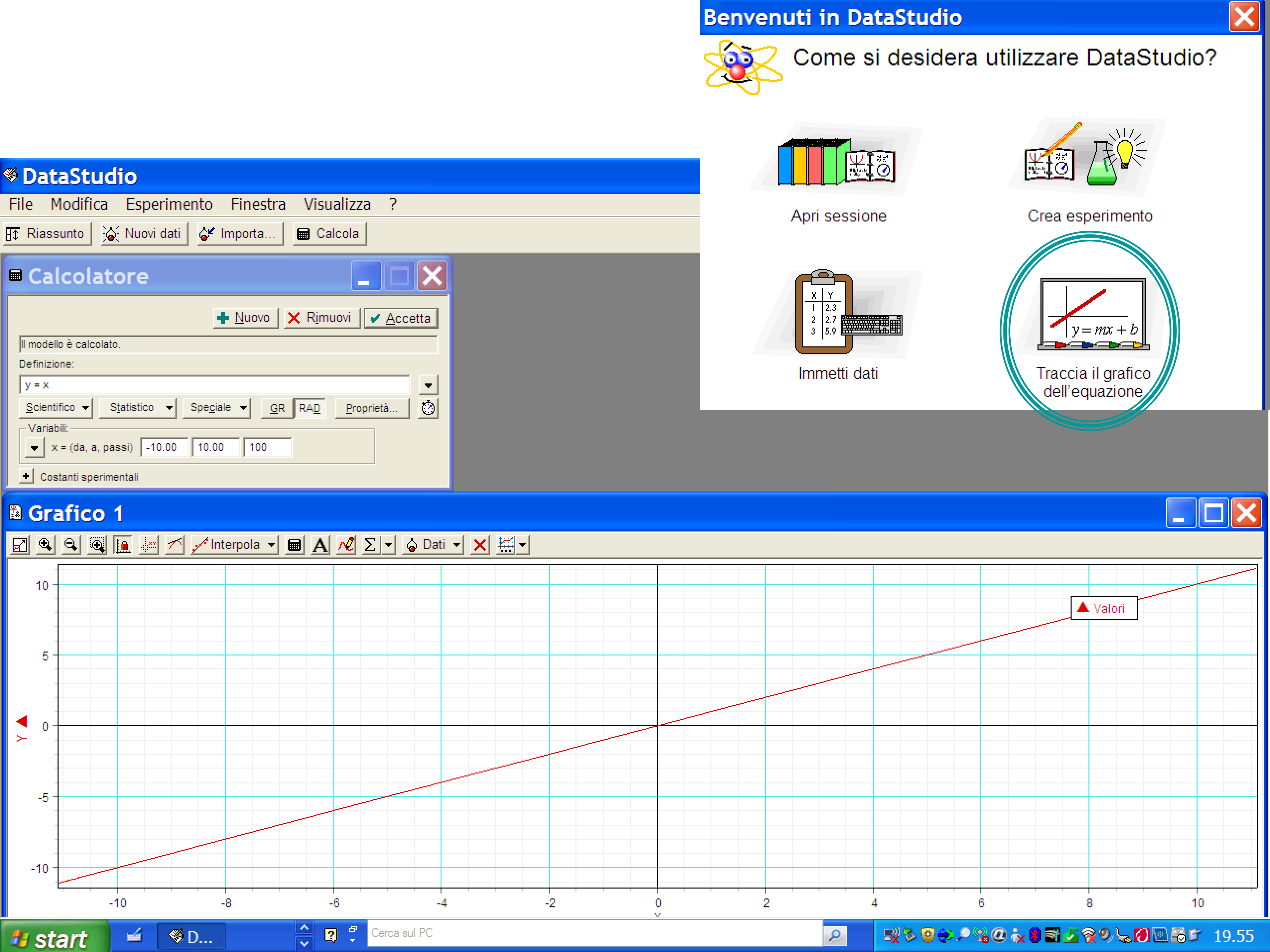
Double-clicking the DataStudio icon on your desktop will launch the DataStudio software.

When DataStudio opens, a Welcome to DataStudio navigator screen will appear with four options:


DataStudio
File Modifica Esperimento Finestra ?
Riassunto
Imposta
Avvia
ARRESTA
00:00.0
Calcola
Dati
Visualizzazioni
Benvenuti in DataStudio
Come si desidera utilizzare DataStudio?
Apri sessione
Crea esperimento
Immetti dati
Traccia il grafico dell'equazione
y = mx + b
Mostra ad ogni avvio di questo programma.
start
Cerca sul PC
19.59


Benvenuti in DataStudio
Come si desidera utilizzare DataStudio?
Apri sessione
Crea esperimento
Immetti dati
Traccia il grafico dell'equazione
$y = mx + b$
DataStudio
File
Modifica
Esperimento
Finestra
?
Riassunto
Imposta
Avvia
ARRESTA
00:00.0
Calcola
Dati
Visualizzazioni
Analizzatore audio
FFT
Grafico
Istogramma
Oscilloscopio
Quaderni di laboratorio
Sound Creator
Tabella
Visore analogico
Visore digitale
start
D...
Cerca sul PC
19.51


Benvenuti in DataStudio
Come si desidera utilizzare DataStudio?
Apri sessione
Crea esperimento
Immetti dati
Traccia il grafico dell'equazione
DataStudio
File Modifica Esperimento Finestra ?
Riassunto Nuovi dati Importa... Calcola
Tabella 1
Dati
Dati modificabili
Dati
X
Y
Grafico 1
Interpola
0.0025
0.0020
0.0015
0.0010
5.0000e-4
0.0000
-5.0000e-4
-0.0010
-0.0015
-0.0020
-0.0010
0.0000
0.0010
0.0020
Immettere dati nella tabella.
start
Cerca sul PC
19.53


Benvenuti in DataStudio
Come si desidera utilizzare DataStudio?
Apri sessione
Crea esperimento
Immetti dati
Traccia il grafico dell'equazione
y = mx + b
DataStudio
File Modifica Esperimento Finestra Visualizza ?
Riassunto Nuovi dati Importa... Calcola
Calcolatore
Nuovo Rimuovi Accetta
Il modello è calcolato.
Definizione:
y = x
Scientifico Statistico Speciale GR RAD Proprietà...
Variabili:
x = (da, a, passi) -10.00 10.00 100
Costanti sperimentali
Grafico 1
Interpola Dati
Valori
start
Cerca sul PC
19.55

Pro memoria sequenza operazioni per l'utilizzo di Data Studio

1) Mandare in esecuzione Data Studio.
2) Selezionare "Crea esperimento".
3) Aggiungere "sensore moto rettilineo".
4) Calibrare il sensore ponendo il carrello a 1m.
5) Verificare la lettura del sensore posizionando il carrello a 50cm e a 150cm sul piano inclinato.
6) Verificare che la frequenza di campionamento sia 10 Hz.
7) Iniziare la fase di acquisizione dati tramite il tasto AVVIA (inizia "raccolta dati #n").
8) Selezionare Grafico (o Tabella) tra le Visualizzazioni previste nella lista posta nel menù a sinistra.
9) Terminare la fase di acquisizione dati corrente tramite il tasto ARRESTA (termina "raccolta dati #n").
10) Salvare le misure prese su di una memoria esterna USB su file di tipo "*.txt" tramite: FILE → ESPORTA DATI. Stampare i grafici delle misure creati dal programma.