Note su “**Misura** di una Grandezza Fisica (**GF**)”

Massima di **William Thomson** (1824-1907) = **Lord Kelvin** (1892)

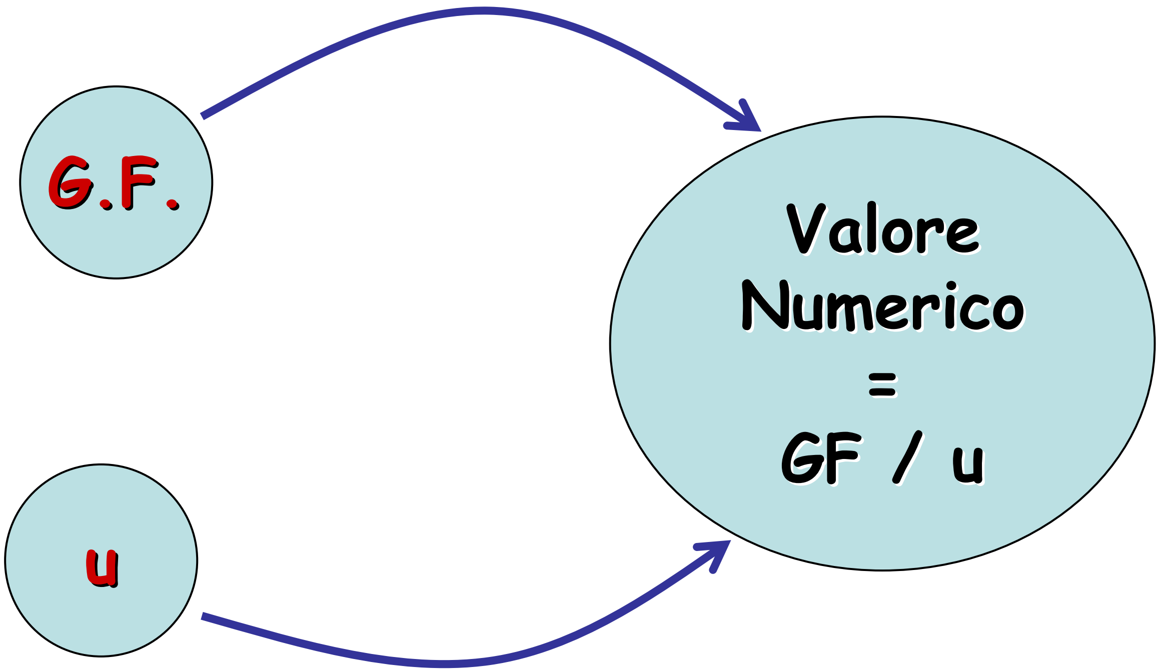
"Io affermo che quando voi potete **misurare ed esprimere in numeri** ciò di cui state parlando, voi sapete effettivamente qualcosa;
ma quando non vi è possibile esprimere in numeri l'oggetto della vostra indagine, insoddisfacente ne è la vostra conoscenza e scarso il vostro **progresso dal punto di vista scientifico**."

...

Spesso nella storia della scienza si è verificato che piccole, ma **significative discrepanze tra teoria e misure** accurate abbiano condotto alla formulazione di teorie nuove e più generali.
L'avanzamento delle nostre conoscenze **non sarebbe stato possibile se** ci **si fosse accontentati** di una **spiegazione puramente qualitativa** dei fenomeni.

Ad ogni **GF** si deve, almeno in linea di principio, poter **associare** un **valore numerico** in modo **univoco** ed **oggettivo**, **riproducibile** nelle stesse condizioni da parte di **qualsiasi osservatore.**

Il valore numerico e' ottenuto tramite il rapporto tra la **GF** e l'unita' di misura (**u**) utilizzata per essa.



Punto di vista operazionale:

La **definizione di una Grandezza Fisica** (**GF**) è data soltanto quando vengono stabiliti i procedimenti necessari per misurare la grandezza stessa.

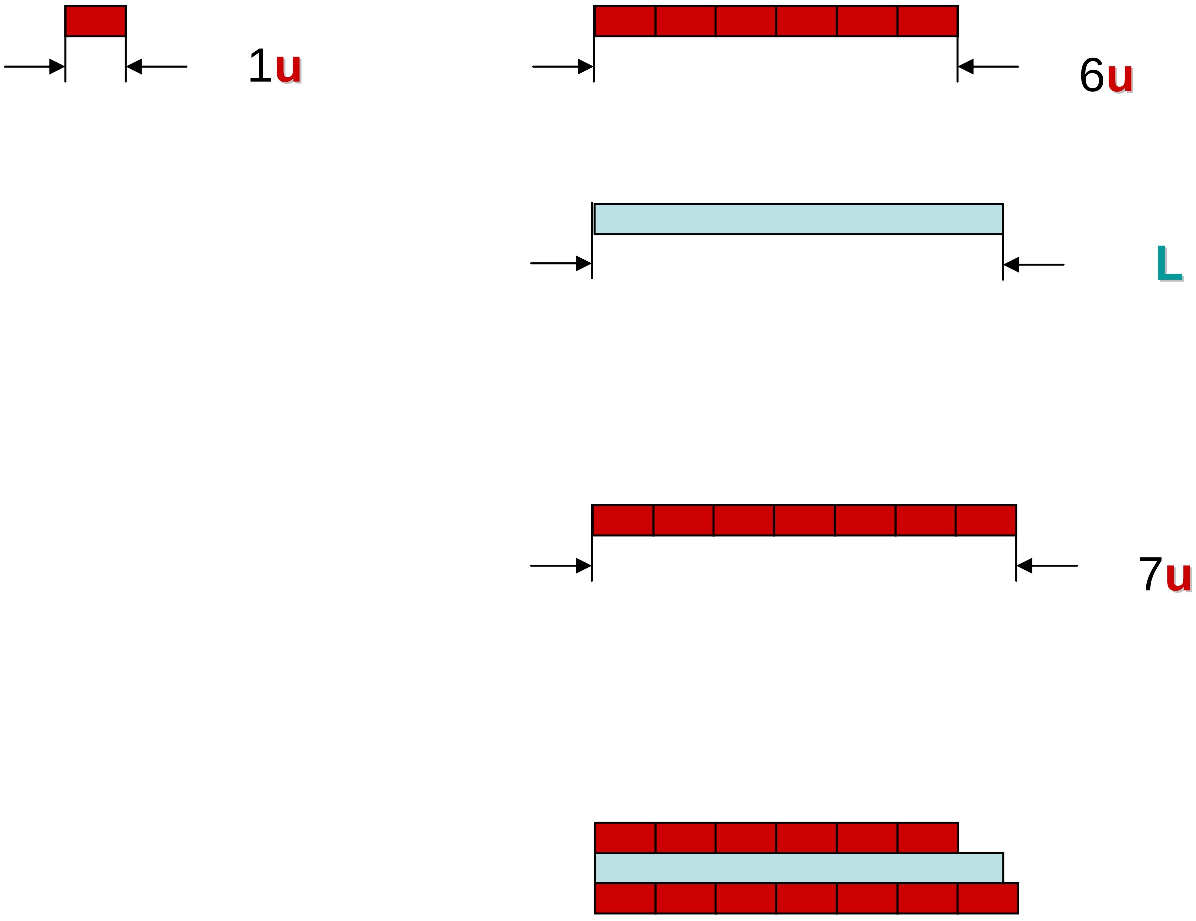
Questi procedimenti sono l'insieme di operazioni di laboratorio e di calcoli matematici che conducono alla determinazione di un numero riferito a una unità di misura.

Si parla di **GF Fondamentali** e **GF Derivate**.

Per assegnare una misura ad una GF serve definire l'unità di misura (u) della GF.

Una **unità fondamentale ideale** deve possedere almeno le seguenti **caratteristiche**:

a) **Precisione**;
b) **Accessibilità**;
c) **Riproducibilità**;
d) **Invariabilità**.



$\Rightarrow \quad 6u < L < 7u \quad \Rightarrow \quad L = (6.5 \pm 0.5)u$

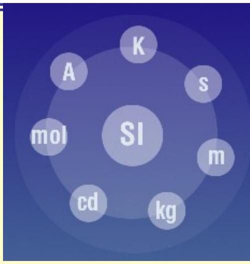
Risultato di una misura

In generale, il modo corretto di comunicare il risultato della determinazione di una **qualunque misura** e' quello di fornire la migliore stima (**M**) della **GF** misurata e l'intervallo (**Δ**) entro cui si e' confidenti che essa si trovi:

$$(M - \Delta) < M < (M + \Delta)$$

$$M \pm \Delta$$

Sistema di unita' di misura internazionale (SI)



- grandezze fondamentali	- unita' di misura	- dimensioni fisiche
- lunghezza	metro (m)	[L]
- massa	kilogrammo (kg)	[M]
- tempo	secondo (s)	[T]
- intensita' di corrente elettrica	Ampere (A)	[I]
- temperatura	Kelvin (K)	[Θ]
- intensita' luminosa	candela (cd)	[J]
- quantita' di materia	mole (mol)	[N]

... Le unita' per la misura delle **grandezze derivate** sono univocamente determinate dalle relazioni algebriche che le legano alle grandezze fondamentali.

Grandezze fondamentali per il S.I. [1/2]

grandezza	Simbolo nelle formule	Simbolo dimensionale	Unità	Simbolo unità	definizione	Campione primario	Campione conservato in Italia
lunghezza	l	[L]	metro	m	è la distanza percorsa dalla luce nel vuoto in un intervallo di tempo pari a 1 / 299 792 458 secondi, pari a 1 650 763.73 lunghezze d'onda (λ), nel vuoto della radiazione corrispondente alla transizione fra i livelli $2p_{10}$ e $5d_s$ dello atomo di cripto 86	Lampada campione al cripto 86 e interferometro con incertezza 4 x 10^{-9}	Istituto Metrologico Gustavo Colonnetti del CNR Torino
massa	m	[M]	kilogrammo	kg	è la massa del prototipo n. 1 conservato al BIPM	Cilindro a sezione quadrata di lato 39 mm di platino iridio e bilancia di taratura con i incertezza di $2x10^{-9}$	Ufficio Metrico Ministero Industria Commercio e Artigianato Roma Istituto Metrologico Gustavo Colonnetti del CNR Torino
intervallo di tempo	Δt	[T]	secondo	s	è l'intervallo di tempo pari a 9 192 631 770 periodi (T) della radiazione corrispondente alla transizione tra i due livelli iperfini dello stato fondamentale dell'atomo di cesio 133	Orologio atomico al cesio con incertezza di 10^{-12} / 100 s	Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris Torino

Grandezze fondamentali per il S.I. [2/2]

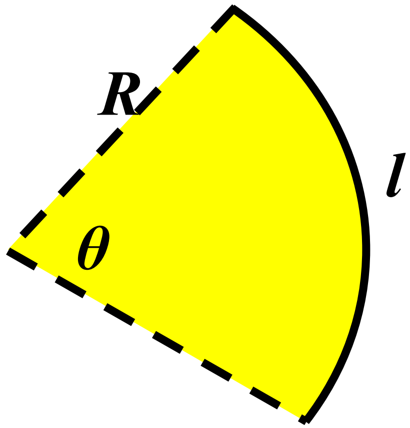
grandezza	Simbolo nelle formule	Simbolo dimensionale	Unità	Simbolo unità	definizione	Campione primario	Campione conservato in Italia
intensità di corrente elettrica	I, i	[I]	Ampere	A	è l'intensità di corrente elettrica che scorre in due conduttori rettilinei paralleli di lunghezza infinita posti alla distanza di **1 m** nel vuoto, che produce tra di essi una **forza di 2×10^{-7} N/ m**	Bilancia elettromagnetica con incertezza 4×10^{-6}	Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris Torino
intervallo di temperatura	ΔT	[Θ]	Kelvin	K	è pari a **1 / 273.16** dell'intervallo di temperatura tra lo zero assoluto e il punto triplo dell'acqua	Vaso di Dewar contenente l'acqua alla pressione di 600 Pa presente negli stati liquido, vapore e solido con incertezza 4×10^{-7}	Istituto Metrologico Gustavo Colonnetti del CNR Torino
intensità luminosa	I_v	[J]	candela	cd	è l'intensità luminosa di una superficie pari a **(1 / 600 000) m^2** del corpo nero alla temperatura di solidificazione del **platino** emessa in direzione perpendicolare alla **pressione di 101 325 Pa**	Cilindro con foro immerso nel platino a temperatura di solidificazione con incertezza 10^{-2}	Istituto Elettrotecnico Nazionale Galileo Ferraris Torino
quantità di sostanza	n	[N]	mole	mol	è la quantità di sostanza pari al numero di atomi contenuti in **0,012 kg di carbonio 12**	Mole di carbonio 12 pari a $6{,}022\ 141\ 99 \times 10^{23}$ atomi di carbonio	

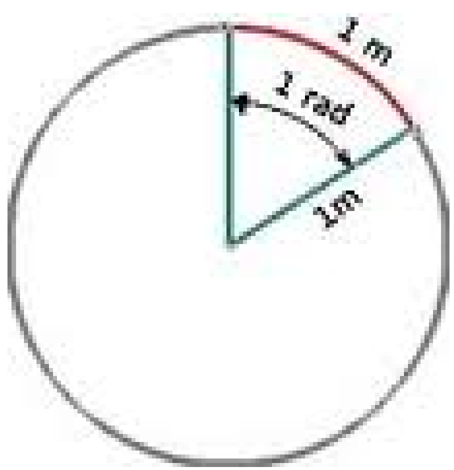
Il Sistema Internazionale, oltre a utilizzare le sette unità di misura fondamentali, fa uso anche di due unità di misura supplementari.

Grandezza fisica	Nome dell'unità di misura	Simbolo dell'unità di misura
1. angolo piano	radiante	rad
2. angolo solido	steradiante	sr

1 radiante : angolo piano definito come "rapporto fra la lunghezza dell'arco sotteso ed il raggio"

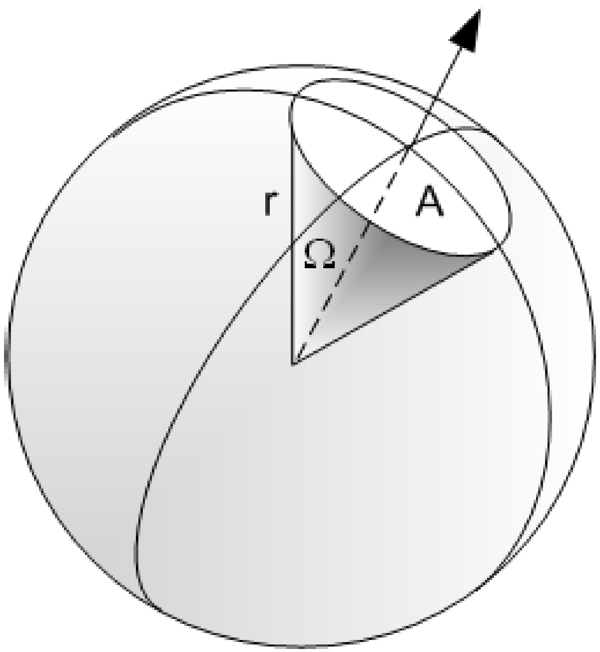
$$\theta = l \,/\, R$$

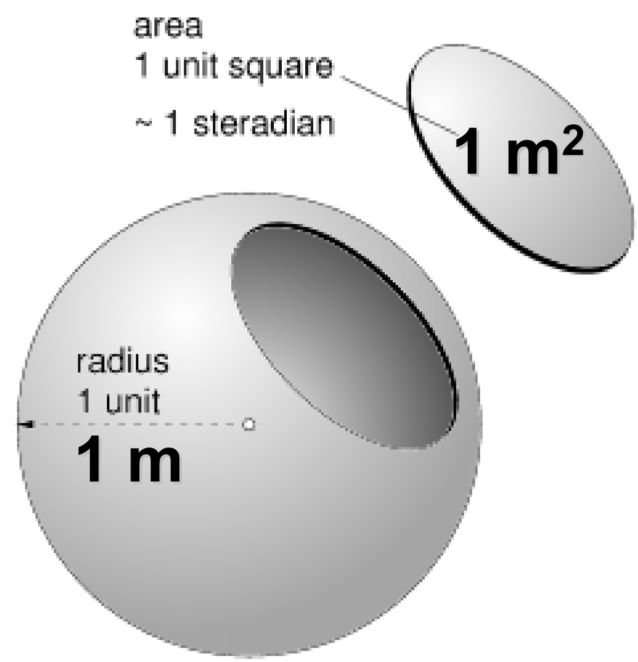




La misura in steradianti dell'**angolo solido** **Ω** è definita come A / r^2, dove A è l'area della porzione di superficie sferica di raggio r vista sotto l'angolo Ω. ➔ L'intera sfera sottende un angolo solido pari a $4\pi \approx 12.56637$ sr.

$$\Omega = A / r^2$$





… Il nome steradiante deriva dal greco "**stereos**" per solido e dal latino "**radius**" per raggio.

Da …

Roger Bacon (1214-1294)
Guglielmo di Occam (1288-1349)
Galileo Galilei (1564-1642)
Christian Huygens (1629-1695)
Isaac Newton (1642-1727)

… **La misura è la base di tutte le scienze sperimentali, non solo della fisica**.

Il progresso della scienza avviene grazie al **confronto continuo tra esperimenti e teoria**. In altre parole il progresso avviene nello scambio tra "fare" e "interpretare" le misure. Ci sono **due modalità di sviluppo**:

- **Sviluppo di una teoria** per interpretare delle misure fatte e così prevedere il risultato di eventuali misure che si potranno realizzare in condizioni diverse.
- **Validazione o confutazione o modifica di una teoria** sulla base della esistenza di un fenomeno nuovo da essa previsto e cercato di evidenziare tramite un esperimento specifico.

Nel **processo di astrazione** per descrivere i fenomeni fisici si fanno delle schematizzazioni e delle semplificazioni tramite un **modello** della natura e per questo si sviluppa la **teoria** fisica che si dovra' **validare tramite le misure di opportune GF**.

➔ **Non esistono misure "esatte" e così**
non esistono teorie "vere".

Infatti, **ad ogni misura e' associata un'incertezza**, cioe' una precisione limitata. Solo misure eseguite con maggiore precisione possono migliorare o confutare una teoria.

... Il valore che si ottiene dalla **misura di una GF differira' dal suo valore vero,** che non sara' mai noto, con precisione arbitrariamente grande.

Bisogna distinguere tra:

- **INCERTEZZA SPERIMENTALE (… inevitabile)**

- **SBAGLIO (… evitabile)**

Tipologie delle incertezze sperimentali che possono essere presenti nella misura di una qualunque GF:

- **Errore di lettura o errore di sensibilità**

- **Errore casuale**

- **Errore sistematico**

Errore di lettura o errore di sensibilità

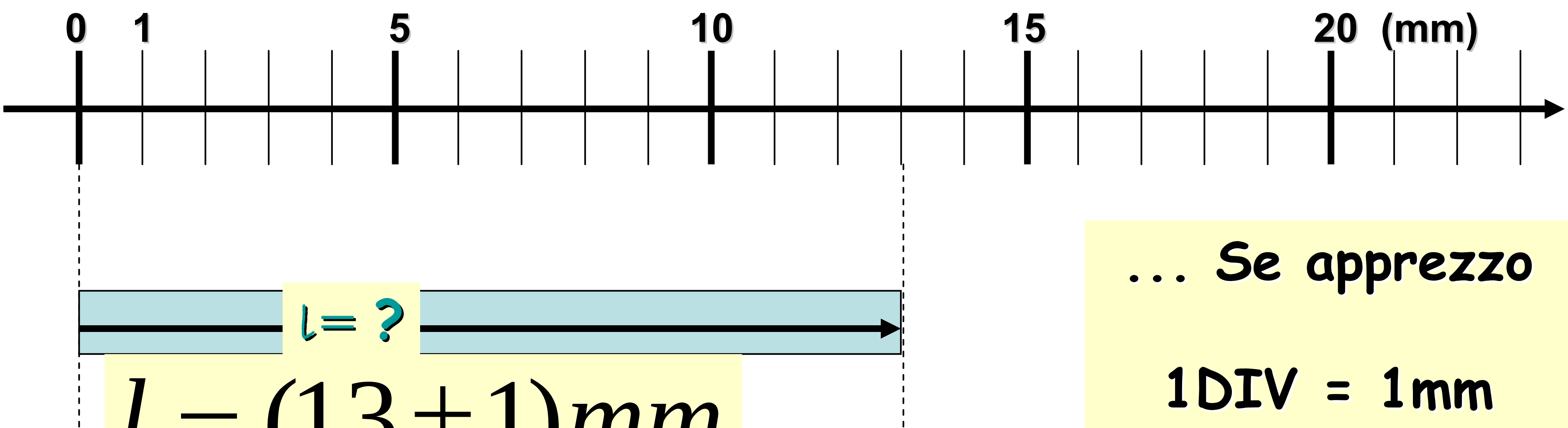
- strumento graduato (± $\frac{1}{2}$ intervallo graduazione)
- " digitale (± 1 Less Significant Digit)

... in realta' bisogna **conoscere la taratura dello strumento di misura che si sta utilizzando**,

... **e se** le condizioni di misurazione sono compatibili con quelle della taratura.

Lettura per coincidenza

Misura della lunghezza di un corpo per **confronto diretto** con una copia del campione dell'unità di misura incisa sullo strumento di misura: **righello graduato**



$$l = (13 \pm 1)mm$$

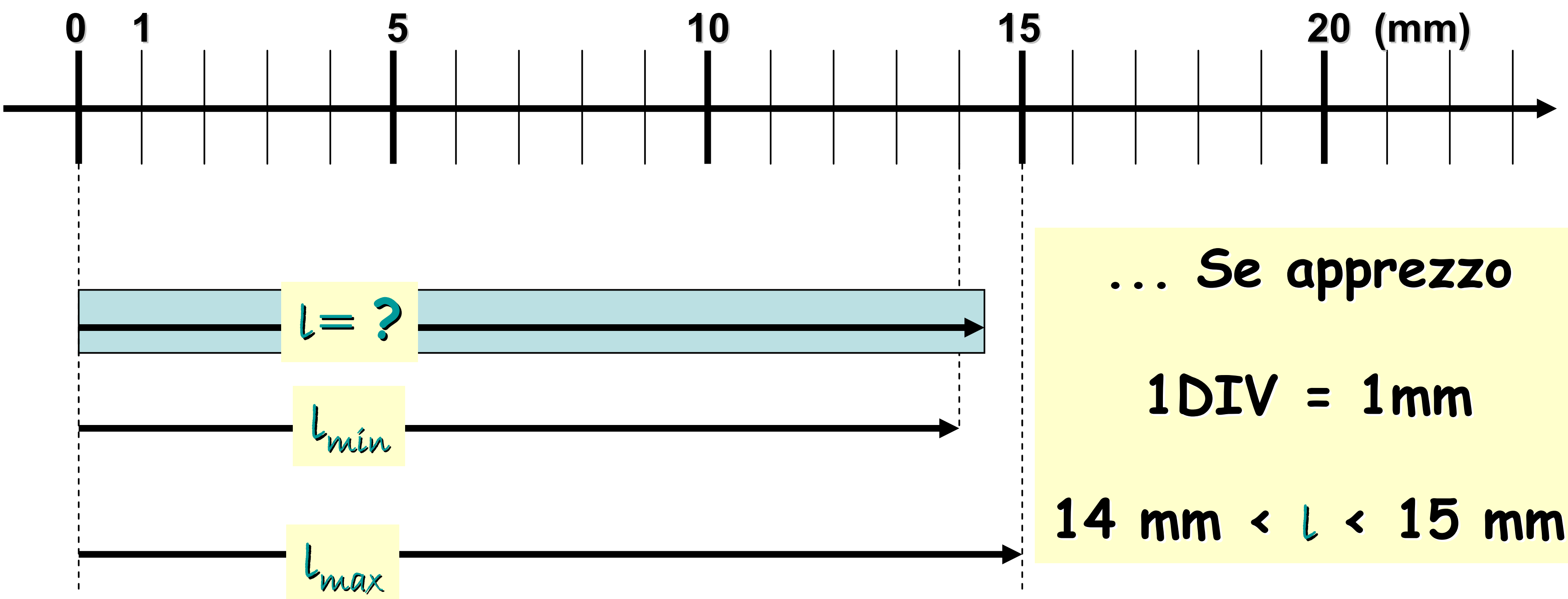
... Se apprezzo

1DIV = 1mm

… però che ci sia una coincidenza tra le estremità di un corpo qualunque e le "tacche" del righello e' un caso veramente raro…

Lettura per coincidenza

... di solito accade che non coincidano gli estremi del corpo con le "tacche" incise sul righello...



... Se apprezzo

1DIV = 1mm

14 mm < l < 15 mm

$$l = \left(\frac{l_{max} + l_{min}}{2} \pm \frac{l_{max} - l_{min}}{2}\right) = (14.5 \pm 0.5)mm$$

Lettura per coincidenza

Se il righello è “**attendibile**”:

a) Potrei fare una lettura a stima per interpolazione, valutando ad occhio la frazione dell’intervallo di graduazione.

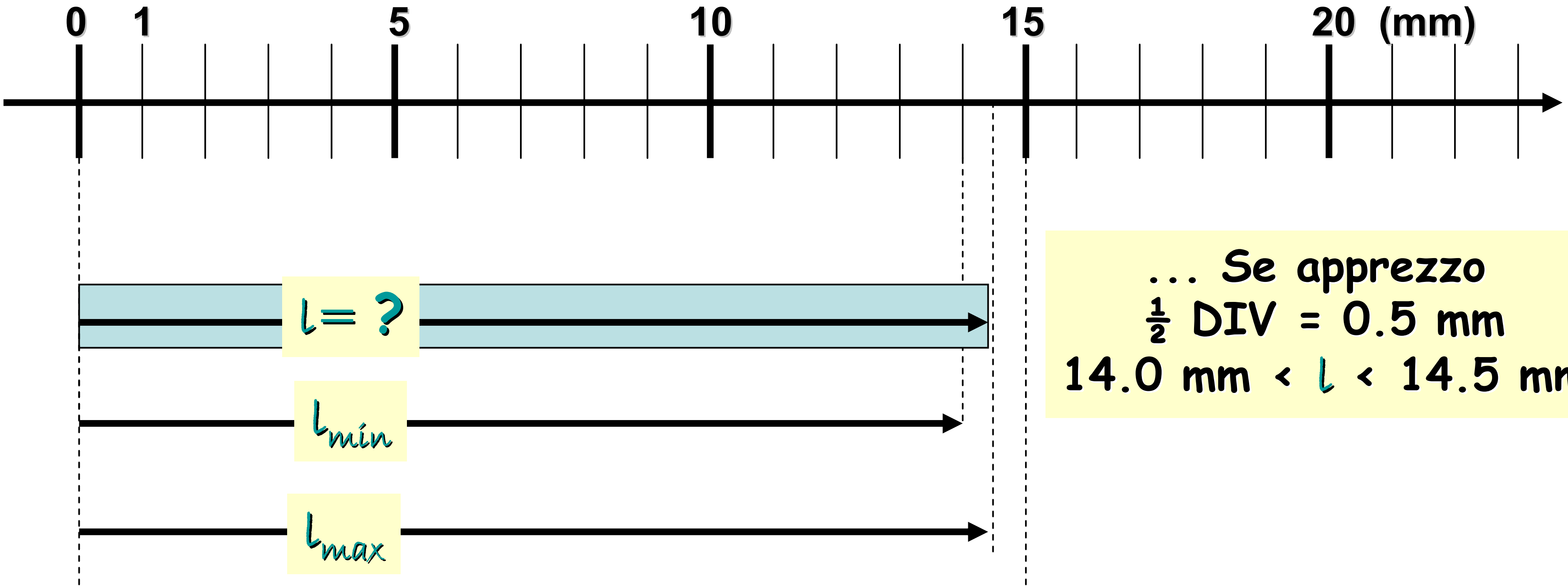
- **1/2** intervallo … “comodo per l’occhio”

- **1/5** intervallo … “con un po’ di esercizio”

- **1/10** intervallo … “faticoso per l’occhio”

b) Potrei utilizzare un **nonio** per facilitare la lettura, riconducendo la lettura a stima per interpolazione a quella di **lettura per coincidenza**

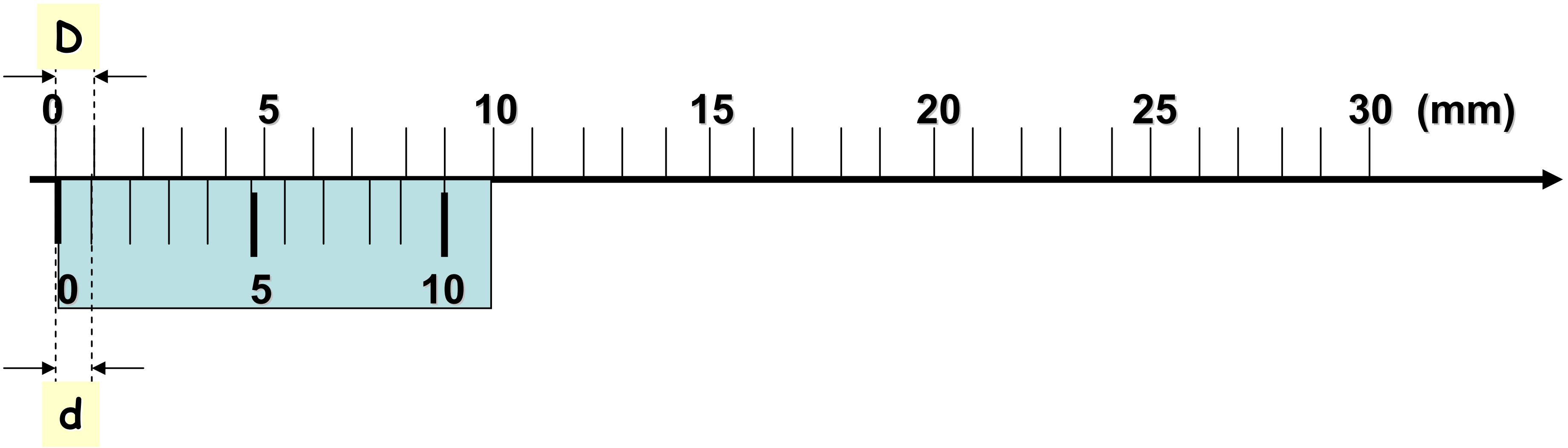
Lettura a stima per interpolazione



... Se apprezzo
½ DIV = 0.5 mm
14.0 mm < l < 14.5 mm

$$l = \left(\frac{l_{\max} + l_{\min}}{2} \pm \frac{l_{\max} - l_{\min}}{2}\right) = (14.25 \pm 0.25)mm$$

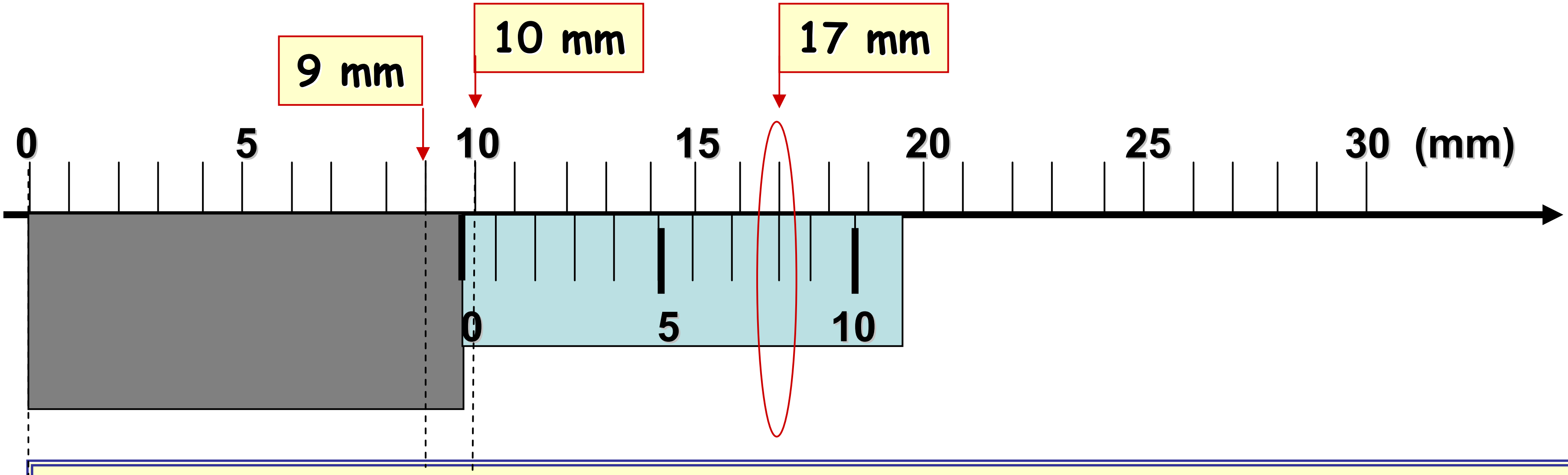
Lettura a coincidenza con un nonio decimale



$10\ d = 9\ D \rightarrow 1\ d = 0.9\ D = 0.9\ \text{mm}$

$\rightarrow D - d = D - (9/10)\ D = D/10 = 0.1\ \text{mm}$

Esempio di lettura a coincidenza con un nonio decimale



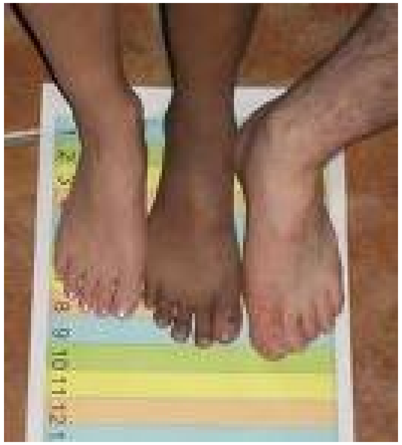
… La lunghezza incognita e' compresa tra 9 mm e 10 mm.

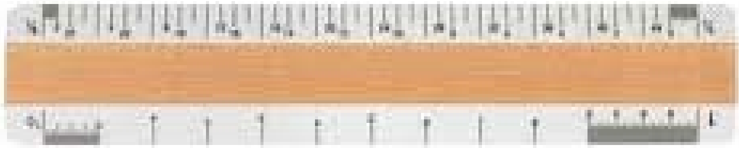
… Cerco la 1-ma coincidenza tra le due scale:
"tacca" 8 sulla scala del nonio

17.0 mm – 8 x 0.9 mm = 17.0 mm – 7.2 mm = 9.8 mm

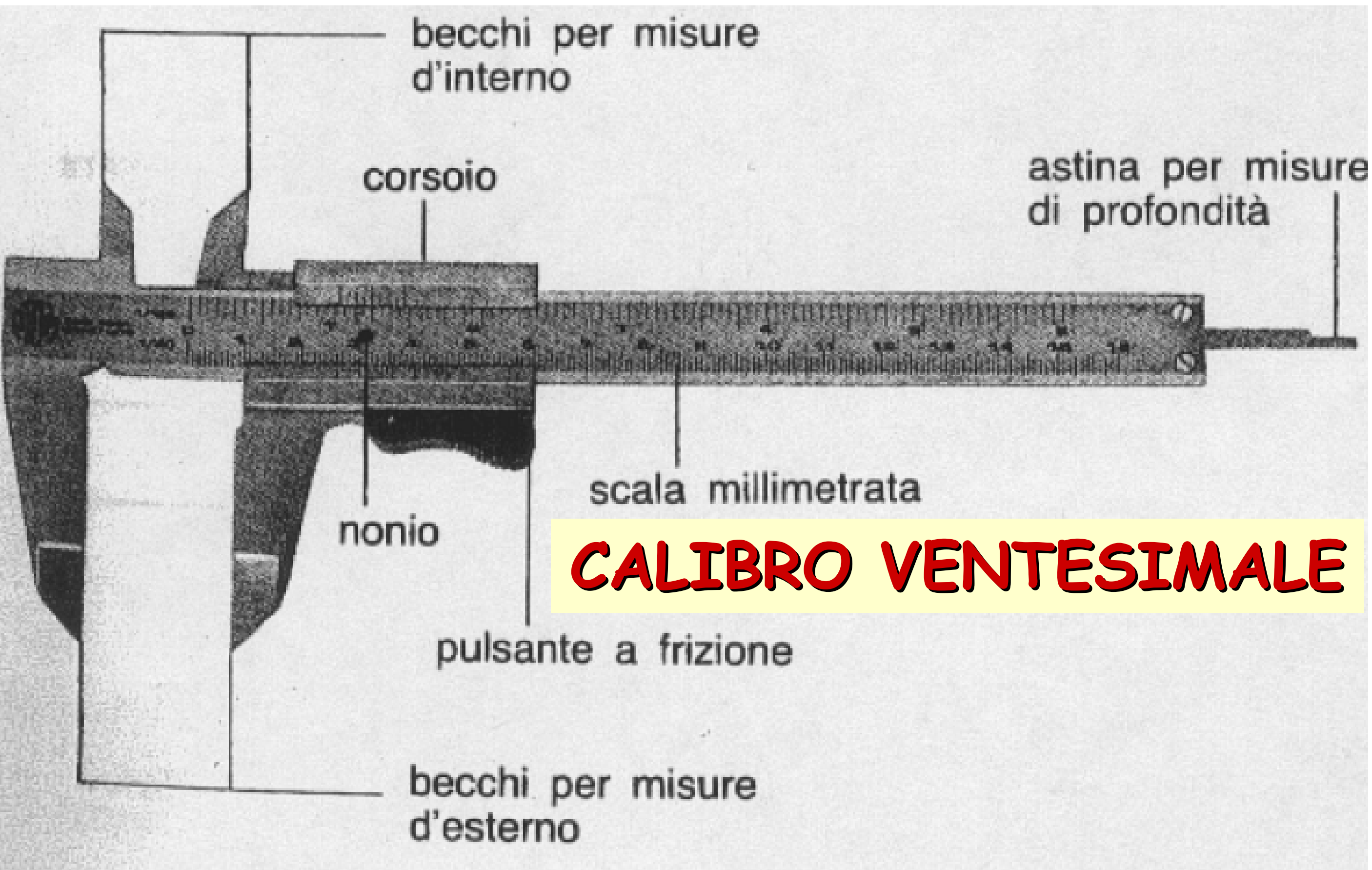
➔ 9.0 mm + 8 x 0.1 mm = 9.8 mm

Esempi di Strumenti di misura "tarati" di uso comune e non comune (…in laboratorio)



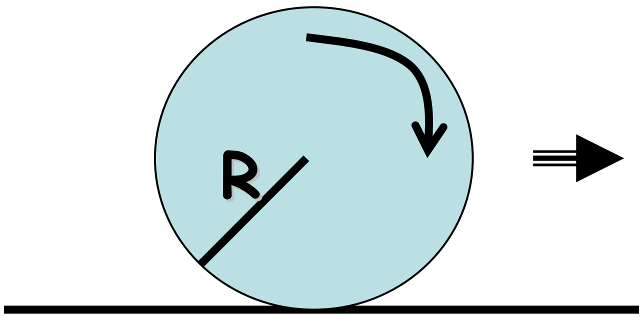


MICROMETRO PALMER.



CALIBRO VENTESIMALE

Misura di una distanza mediante meccanismo tarato dal costruttore: contachilometro



$\Rightarrow$

$R = 0.32$ m

$2 \pi R \cong 2$ m

0	0	0	0	0	, 0	km

...

...

9	9	9	9	9	, 9	km

Unità di misura scelta: km

Campione di misura: interno allo strumento

1	giro:	2 m
10	:	20 m
50	:	100 m ← contatore incrementato di 0.1 km
500	:	1000 m

- Errore casuale

Ripetendo la misura della stessa GF con il medesimo strumento, nelle medesime condizioni e seguendo la medesima procedura, la **presenza di molteplici cause d'errore** produce delle differenze tra il valore misurato ed il valore vero, variabili da una misura all'altra in maniera non prevedibile singolarmente.

… i risultati delle misure ripetute fluttueranno apprezzabilmente in maniera casuale in un certo intervallo la cui ampiezza definisce la **precisione** delle misure stesse…comportamento evidenziabile **solo se la sensibilità strumentale e' sufficiente.**

… e' in genere di tipo "gaussiano" (?)

- Errore sistematico

Ripetendo la misura si ottiene una **discrepanza** tra valore misurato e valore vero che **si riproduce inalterata ogni volta.**

Il non osservare le fluttuazioni dei valori misurati non garantisce che la discrepanza sistematica di questi valori misurati con il valore vero sia inferiore all'incertezza di lettura dello strumento.

Ancora, in presenza di errori casuali la discrepanza sistematica di questi valori misurati con il valore vero non si puo' assumere che sia contenuta entro l'intervallo di variabilita' degli errori casuali.

… per esempio l'errore di taratura dello strumento di misura.

Lista di possibili cause degli errori sistematici:

- **Difetti dello strumento**, risalenti alla sua costruzione oppure conseguenti al suo deterioramento.
- **Uso dello strumento in condizioni errate**, ovvero diverse da quelle previste per il suo uso corretto.
- Errori di **stima soggettiva** da parte dello sperimentatore, per esempio **errore di parallasse** nella lettura di un indice mobile di fronte ad una scala.
- **Perturbazioni esterne**
  ... polvere interposta tra le ganasce di un calibro e l'oggetto da misurare.
- **Perturbazione del fenomeno** osservato da parte dell'operazione di misura
  ...deformazione per eccessiva compressione esercitata dalle ganasce
- Uso di **formule errate** o approssimate nelle misure indirette.

$$T = T(\theta) = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}\left(1 + \frac{\theta^2}{16}\right)$$

Errore di parallasse :

tipico in strumenti di misura di tipo analogico
ad ago mobile su una scala tarata.

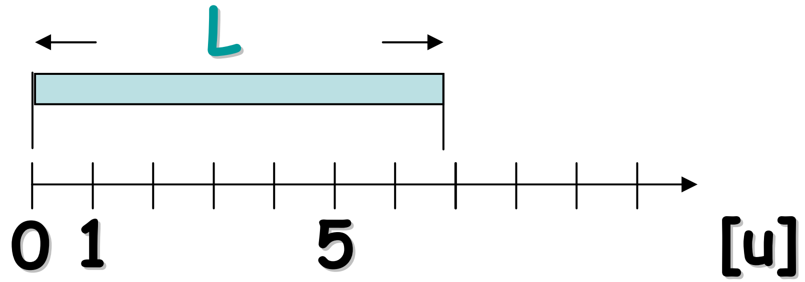
Cure:

… ridurre la distanza tra ago mobile e scala graduata.

… inserire uno specchio sotto l'ago mobile.

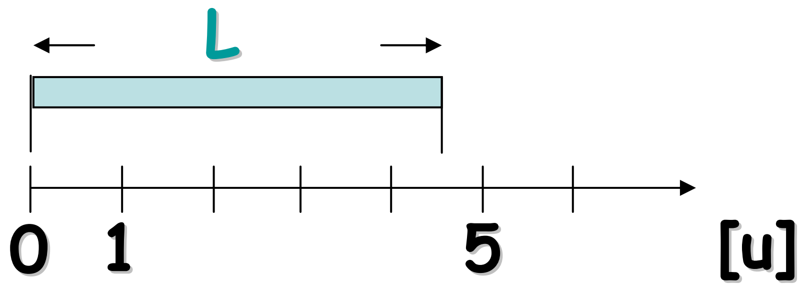
… "leggere" la scala guardando perpendicolarmente la scala.

Caso di due misure effettuate con due righelli diversi …perche' sono cosi' differenti…??



➔ $6u < L < 7u$ ➔ $L = (6.5 \pm 0.5)u$

?!



➔ $4u < L < 5u$ ➔ $L = (4.5 \pm 0.5)u$

Stima della possibile sistematica dovuta alla dilatazione termica in un righello utilizzato ad una temperatura diversa da quella usata per la sua calibrazione.

$$\lambda = \frac{1}{l(t_0)}\left(\frac{\Delta l}{\Delta t}\right)$$

λ = coefficiente di dilatazione lineare

Δt = differenza di temperatura $(t_f - t_0)$

Δl = variazione di lunghezza $(l(t_f) - l(t_0))$

		$\Delta l = \lambda\, l(t_0)\, \Delta t$	
@ $\Delta t = 10°C$	λ	$l(t_0) = 1cm$	$l(t_0) = 10cm$
Polietilene	$200 \times 10^{-6}\ °C^{-1}$	$20\mu m$	$200\mu m$
Alluminio	$24 \times 10^{-6}\ °C^{-1}$	$2.4\mu m$	$24\mu m$

Gli errori sistematici sono i piu' insidiosi e difficili da individuare.

Un **modo per rivelare la presenza di errori sistematici** insospettati puo' essere quello di misurare la stessa GF con **strumenti e metodi diversi** che saranno presumibilmente affetti da errori diversi: forniranno cosi' risultati differenti.

… Una volta che sono stati scoperti, **si possono eliminare** modificando lo strumento o la procedura.

… Alternativamente, **si potrebbe apportare una correzione** al risultato della misura stessa.
….Questo comporta generalmente un **aumento dell'errore casuale**, poiche' il fattore di correzione si dovra' ricavare sperimentalmente e quindi sara' affetto da un suo errore intrinseco.

Errore relativo: $\varepsilon = \Delta x / x_0$

Δx = errore (assoluto)

x_0 = misura di una GF

... Permette di valutare la bonta' di una misura di una GF e di confrontare la bonta' delle misure fatte su GF differenti.

... Δx = 1cm

ha un significato diverso se riferito alla misura di un tavolo o a quella di una distanza astronomica...

... E' **privo di senso quando il valore vero della GF che si vuole misurare e' nullo**!

... Si parla di errore relativo solo quando $x_0 >> \Delta x$

ε deve essere almeno di 1 ordine di grandezza minore dell'unita'.

$M = (8.0 \pm 0.1)\ g$

$\varepsilon = (0.1\ g) / (8.0\ g) = 0.012 = 1.25\ \% \approx 1.3\%$

… si tratta di un numero puro
(non ha dimensioni fisiche)

… è un indicatore della qualità della misura e permette il confronto della qualità tra misure su GF differenti…

10%	:	misura "rozza"
1%	:	misura "accurata"
<< 1%	:	misura "molto difficile da farsi"

Incertezza casuale e incertezza sistematica:

Determinazione della profondità di un pozzo $h=1/2\ gt^2$

Inizio Fine

… lascio cadere il sasso…

… Sento il rumore…

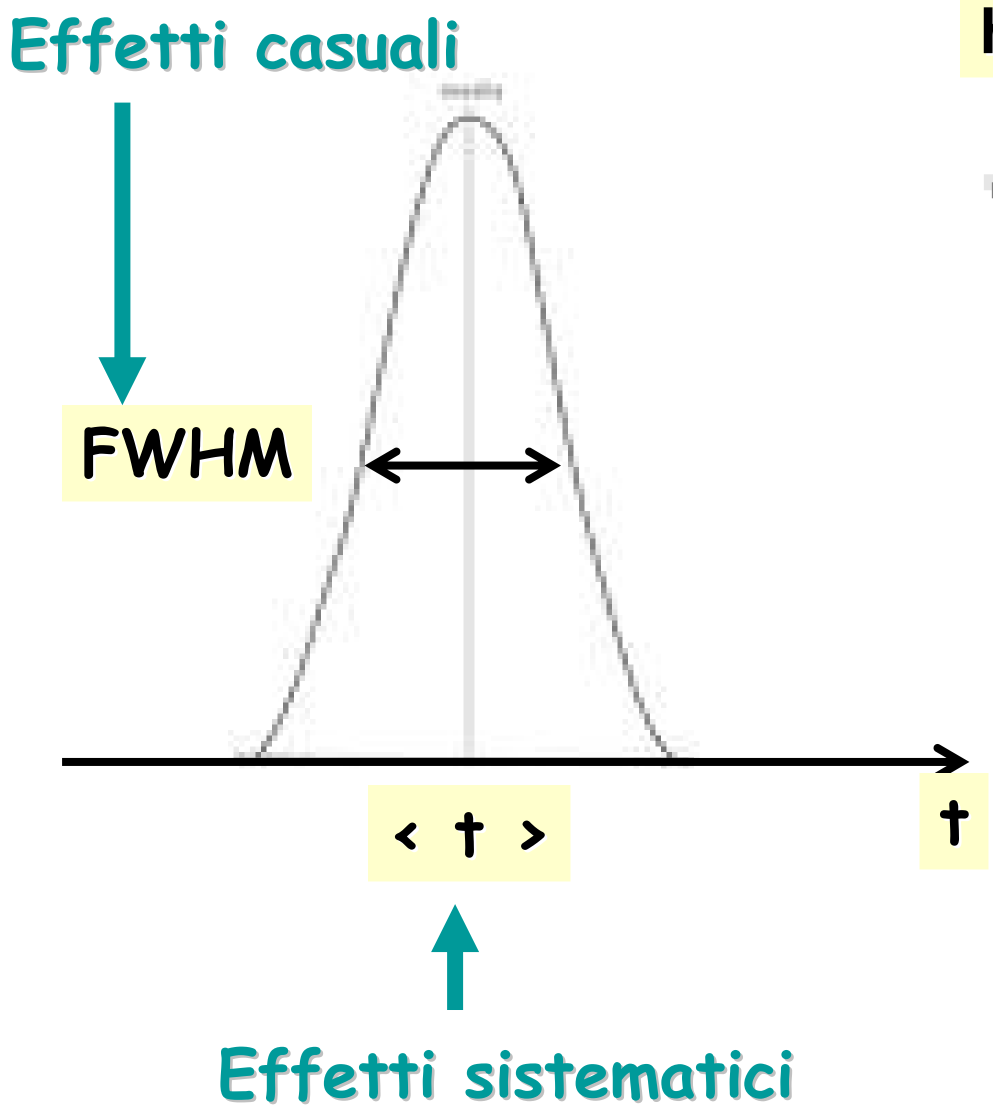
1) Abbandono il sasso in caduta libera
2) Partenza del cronometro
3) Percezione dell'urto
4) Arresto del cronometro

- Variazioni nella "coordinazione"
- " " velocità iniziale ($\neq 0$)

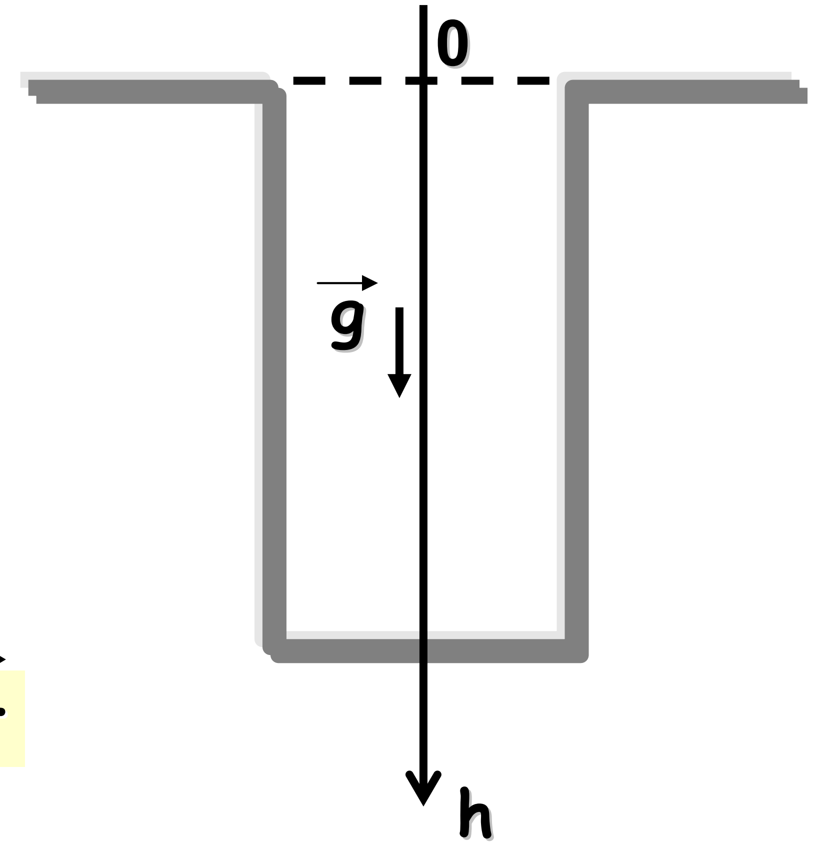
"Casuale"

- Non si è nel vuoto: c'è l'aria … attrito
- V_{suono} finita: $t_{FINE} - t_{INIZIO} > t_{vero}$
- Reazione riflessi: $t_{FINE} - t_{INIZIO} > t_{vero}$
- Taratura del cronometro: $t_{FINE} - t_{INIZIO} \gtrless t_{vero}$

"Sistematica"



$$h(t) = h(0) + v(0)\,t + (\tfrac{1}{2})gt^2$$



Si parla di **misure dirette di GF** se queste sono realizzate tramite confronto diretto con l'unità di misura (**campione**) o suoi multipli o sottomultipli;

oppure tramite uno **strumento di misura tarato**.

… si chiama anche **misura relativa** poiché l'unità di misura si può scegliere arbitrariamente e pertanto **il valore numerico della misura effettuata dipende dalla unità di misura scelta**.

Caratteristiche principali di un generico **strumento**:

- Portata o intervallo d'utilizzo
- Sensibilità
- Prontezza
- Precisione
- Accuratezza

Tipologia degli **strumenti** di misura:

- Analogico
- Digitale

$\Big\}$ **Rivelatore + Trasduttore + Indicatore**

Per tutte le **grandezze geometriche o meccaniche** sarebbe possibile scegliere arbitrariamente una corrispondente unità di misura, **senza tenere conto delle relazioni che legano le varie grandezze tra di loro**. Le formule sarebbero meno chiare dovendovi comparire anche dei fattori numerici.

➔ La condizione essenziale alla quale una qualunque **unità di misura** scelta deve soddisfare è quella di **rimanere costante in ogni luogo e in ogni tempo**.

➔ L'insieme delle unità di misura scelte forma un **sistema di unità.** Tra tutti i possibili sistemi di unità di misura conviene preferire quello che fa dipendere le unità delle varie grandezze dal minor numero di unità arbitrarie indipendenti possibili. Infatti, il **sistema metrico decimale** fa dipendere dalla unità lineare "metro" le altre per la misura delle superfici e dei volumi. Al contrario, il **sistema di unità usato dai Romani** era basato sulle unità "piede", "jugero"e "anfora" per lunghezza, superficie e volume.

Lunghezza **sistema di unità usato dai Romani**

1 **piede** = 0.2957 m

Superfice

1 **jugero** = 220 piedi x 120 piedi = 26400 piedi^2 = 2308.38 m^2

Volume

1 **anfora** = 1 piede^3 = 0.02586 m^3 = 25.86 litri

[1 m^3=10^3 litri]

➔ $S_{jugero} = k \times a_{piede} \times b_{piede} =$

$= (1/26400) \times 2 \times 1$ jugeri =

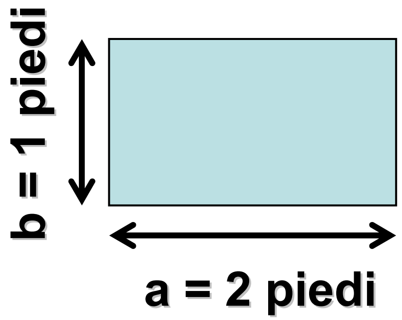
$= 75.758 \times 10^{-6}$ jugeri =

$= 0.174877$ m^2

➔ $S_{m2} = a_m \times b_m =$

$= 2 \times 0.2957 \times 1 \times 0.2957$ m^2 =

$= 0.174877$ m^2



Nel caso delle **misure indirette di GF** non si misura specificatamente la grandezza che interessa, ma si misurano direttamente altre GF che sono pero' legate a quella che ci interessa tramite una specifica relazione funzionale (equazione, formula,...).

... la misura indiretta viene anche denominata **misura assoluta** in quanto **non richiede di fissare un campione di misura** della grandezza da misurare poiche' l'unità di misura dipende dalle unità scelte per le grandezze misurate direttamente.

... La **velocita' di una automobile** si puo' valutare sia direttamente tramite un "tachimetro", sia indirettamente misurando gli spazi percorsi ed i relativi tempi impiegati, dai quali si risale alla velocita' media con una operazione matematica.

Le **equazioni dimensionali** discendono da una **notazione** dovuta a **Maxwell.** Esse mostrano la dipendenza di una qualunque unità derivata dalle unità fondamentali.

Per esempio, la grandezza velocità è legata alle grandezze lunghezza e tempo dalla relazione **v = ds/dt** e quindi **l'espressione della grandezza velocità [v] è funzione omogenea di grado +1 rispetto alla grandezza lunghezza [L] ed è funzione omogenea di grado -1 rispetto alla grandezza tempo [T].**

$$[v] = [L]/[T] = [L]\,[T]^{-1}$$

➔ **Definendo come fondamentali le grandezze "lunghezza" e "tempo"** è possibile dedurre da esse l'unità velocità, come quella di un mobile che percorra l'unità di lunghezza nell'unità di tempo.

Velocita' media di un corpo in movimento: $v = \Delta s/\Delta t$

$$\left.\begin{array}{l} u_{SI}(\text{lunghezza}) = \text{metro} \\ u_{SI}(\text{tempo}) = \text{secondo} \end{array}\right\} \Rightarrow u_{SI}(v)=\text{metro/secondo}$$

$[v] = [L]/[T] = [L]\,[T]^{-1}$

$u(\text{lunghezza}) = \text{kilometro} = 1000 \times u_{SI}(\text{lunghezza})$

$u(\text{tempo}) = \text{ora} = 3600 \times u_{SI}(\text{tempo})$

$\Rightarrow u(v)=(\text{kilometro/ora})=$
$=((1000 \times \text{metro})/(3600 \times \text{secondo}))=(1/3.6) \times u_{SI}(v)$

$\Rightarrow u_{SI}(v)=3.6 \times u(v)$

(100 km/h)/(3.6) ~ 28 m/s

(28 m/s) x 3.6 ~ 100 km/h

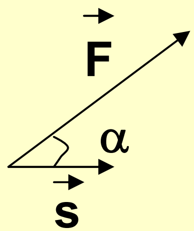
→ Definendo come fondamentali le grandezze "**lunghezza**", "**tempo**" e "**massa**"

F=m a → $[F] = [M][a] = [M][L][T]^{-2}$

$U(F)_{SI}$=Newton (N)

$1\ N = 1\ kg\ 1\ m\ 1\ s^{-2}$

L=F s cos(α)



→ $[L] = [F]\ [s]\ \boxed{[\cos(\alpha)] =}$

$U(L)_{SI}$=Joule

$= [M][L][T]^{-2}[L]\ \boxed{[MLT]^{0}} =$

$1\ J = 1\ N\ 1\ m$

$= [M]\ [L]^{2}[T]^{-2}$

GRANDEZZA FISICA	Unità di misura nel S.I.	DIMENSIONI
Superficie	m^2	$[L^2]$
Volume	m^3	$[L^3]$
Velocità	m/s	$[L \cdot T^{-1}]$
Accelerazione	m/s^2	$[L \cdot T^{-2}]$
Frequenza	s^{-1} o *hertz* (Hz)	$[T^{-1}]$
Forza	$kg \cdot m/s^2$ o *newton* (N)	$[M \cdot L \cdot T^{-2}]$
Momento	newton · metro (N · m)	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]$
Pressione	newton/metro^2 o *pascal* (Pa)	$[M \cdot L^{-1} \cdot T^{-2}]$
Energia o lavoro	newton · metro o *joule* (J)	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-2}]$
Potenza	joule/secondo o *watt* (W)	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-3}]$
Carica elettrica	ampere · secondo o *coulomb* (C)	$[I \cdot T]$
Potenziale elettrico	joule/coulomb o *volt* (V)	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-1}]$
Capacità elettrica	coulomb/volt o *farad* (F)	$[M^{-1} \cdot L^{-2} \cdot T^4 \cdot I^2]$
Resistenza elettrica	volt/ampere o *ohm* (Ω)	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-3} \cdot I^{-2}]$
Conduttanza elettrica	ampere/volt o *siemens* (S)	$[M^{-1} \cdot L^{-2} \cdot T^3 \cdot I^2]$
Flusso del campo magnetico (o dell'induzione magnetica)	volt · secondo o *weber* (Wb)	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot I^{-1}]$
Campo magnetico (o induzione magnetica)	weber/m^2 o *tesla* (T)	$[M \cdot T^{-2} \cdot I^{-1}]$
Induttanza e mutua induttanza	weber/ampere o *henry* (H)	$[M \cdot L^2 \cdot T^{-2} \cdot I^{-2}]$
Flusso luminoso	candela · steradiante o *lumen* (lm)	$[J]$
Illuminamento	lumen/m^2 o *lux* (lx)	$[L^{-2} \cdot J]$
Attività (radioattività)	s^{-1} o *becquerel* (Bq)	$[T^{-1}]$
Dose assorbita (radioattività)	joule/kg o *gray* (Gy)	$[L^2 \cdot T^{-2}]$

10^n	Prefix	Symbol	Since[1]	Short scale	Long scale	Decimal
10^{24}	**yotta**	Y	1991	Septillion	Quadrillion	1 000 000 000 000 000 000 000 000
10^{21}	zetta	Z	1991	Sextillion	Trilliard	1 000 000 000 000 000 000 000
10^{18}	exa	E	1975	Quintillion	Trillion	1 000 000 000 000 000 000
10^{15}	peta	P	1975	Quadrillion	Billiard	1 000 000 000 000 000
10^{12}	tera	T	1960	Trillion	Billion	1 000 000 000 000
10^{9}	giga	G	1960	Billion	Milliard	1 000 000 000
10^{6}	mega	M	1960	Million		1 000 000
10^{3}	kilo	k	1795	Thousand		1 000
10^{2}	hecto	h	1795	Hundred		100
10^{1}	deca	da	1795	Ten		10
10^{0}	*(none)*	*(none)*	NA	One		1
10^{-1}	deci	d	1795	Tenth		0.1
10^{-2}	centi	c	1795	Hundredth		0.01
10^{-3}	milli	m	1795	Thousandth		0.001
10^{-6}	micro	μ	1960[2]	Millionth		0.000 001
10^{-9}	nano	n	1960	Billionth	Milliardth	0.000 000 001
10^{-12}	pico	p	1960	Trillionth	Billionth	0.000 000 000 001
10^{-15}	femto	f	1964	Quadrillionth	Billiardth	0.000 000 000 000 001
10^{-18}	atto	a	1964	Quintillionth	Trillionth	0.000 000 000 000 000 001
10^{-21}	zepto	z	1991	Sextillionth	Trilliardth	0.000 000 000 000 000 000 001
10^{-24}	yocto	y	1991	Septillionth	Quadrillionth	0.000 000 000 000 000 000 000 001

Sistema di unita' di misura CGS:

... Proposto su suggerimento di **Lord Kelvin** dall'Associazione Britannica per il Progresso delle Scienze nel **1873** e adottato nel 1881.

- grandezze fondamentali	- unita' di misura	- dimensioni fisiche
- **lunghezza**	**centimetro (cm)**	**[L]**
- **massa**	**grammo (g)**	**[M]**
- **tempo**	**secondo (s)**	**[T]**

... Il CGS è incompleto, mancando sia le GF elettriche sia le GF magnetiche. L'estensione ai fenomeni elettromagnetici e' stata fatta con i sistemi $\mathbf{cgs}_{es}$ (elettrostatico) e $\mathbf{cgs}_{em}$ (elettromagnetico).

... I sistemi **CGS e SI** hanno in comune le **stesse grandezze fondamentali** per la meccanica: lunghezza, massa e tempo.

… Le **unita' cgs** per la misura delle **grandezze derivate** sono univocamente determinate dalle relazioni algebriche che le legano alle grandezze fondamentali (analogamente al SI).

$v = \Delta s/\Delta t$

$u_{cgs}(v) = cm/s$ $\quad\quad [v] = [L]\,[T]^{-1}$

$\rightarrow$ 1 cm/s = 10^{-2} m/s

$a = \Delta v/\Delta t$

$u_{cgs}(a) = 1\ Gal = cm/s^2$ $\quad\quad [a] = [L]\,[T]^{-2}$

$\rightarrow$ 1 cm/s^2 = 10^{-2} m/s^2

$F = m \times a$

$u_{cgs}(F) = 1\ dyn = 1\ g \times 1\ cm/s^2$ $\quad\quad [F] = [M]\,[L]\,[T]^{-2}$

$\rightarrow$ 1 dyn = 10^{-3} kg $\times$ 10^{-2} m/s^2 = 10^{-5} N … … …

...

$L = F\, s \cos(\alpha)$

$u(L)_{cgs} = 1$ erg $= 1$ dyn x 1 cm $\qquad [L] = [M]\,[L]^{2}\,[T]^{-2}$

➔ 1 erg $= 10^{-5}$ N x 10^{-2} m $= 10^{-7}$ J

$P = F / S$

$u(P)_{cgs} = 1$ baria $= 1$ dyn / 1 cm^2 $\qquad [P] = [M]\,[L]^{-1}\,[T]^{-2}$

➔ 1 baria $= 10^{-5}$ N / 10^{-4} m^2 $= 10^{-1}$ Pa

$\rho = m / V$

$u(\rho)_{cgs} = 1$ g / 1 cm^3 $\qquad [\rho] = [M]\,[L]^{-3}$

➔ 1 g/cm^3 $= 10^{-3}$ kg / 10^{-6} m^3 $= 10^{3}$ kg/m^3

Sistema Tecnico (o degli ingegneri) di unita' di misura:

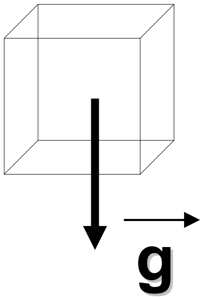
….

- grandezze fondamentali	- unita' di misura	- dimensioni fisiche
- lunghezza	metro (m)	[L]
- forza	chilogrammo-peso (kg_p)	[F]
- tempo	secondo (s)	[T]

… I sistemi **ST e SI** hanno **diverse grandezze fondamentali** per la meccanica.

Campione di massa al BIPM:

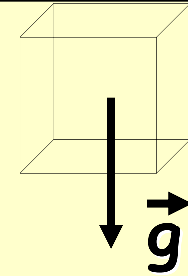
$U(M)_{SI} = 1kg$



$U(F)_{ST} = 1kg_p$

$U(F)_{SI} / U(F)_{ST} = ?$

M



$\vec{F} = M \times \vec{g}$

SI: $M = 1\ kg \qquad g = 9.807\ m/s^2$

$\rightarrow F = 1\ kg \times 9.807\ m/s^2 = 9.807\ N \approx 10\ N$

ST: $F = 1\ kg_f$

$U(F)_{SI} / U(F)_{ST} = N / kg_f = 1 / 9.807 \approx 1/10$

$U(M)_{SI} / U(M)_{ST} = ?$

ST: $[M] = [F] / [a] = [F]\ [L]^{-1}\ [T]^2$

$U(M)_{ST} = kg_f \times m^{-1} \times s^2$

$U(M)_{SI} / U(M)_{ST} = kg / (kg_f \times m^{-1} \times s^2) =$

$= N / kg_f = 1 / 9.807 \approx 1/10$

$U(\text{Lavoro})_{SI}$ / $U(\text{Lavoro})_{ST}$ = ?

ST: $[\text{Lavoro}] = [F]\,[L]$

$$U(\text{Lavoro})_{ST} = 1\ \text{kgm} = \text{kg}_f \times \text{m}$$

$$U(\text{Lavoro})_{SI} / U(\text{Lavoro})_{ST} = \text{J} / (\text{kg}_f \times \text{m}) =$$

$$= (\text{N} \times \text{m}) / (\text{kg}_f \times \text{m}) =$$

$$= \text{N} / \text{kg}_f = 1 / 9.807 \approx 1 / 10$$

Esempio di conversione di unita' di misura non standard

Da

rpm = "rivoluzioni al minuto"

a

f_{rot} = "frequenza di rotazione"

$$1\,\mathrm{rpm} \Rightarrow f_{rot} = 1\,\frac{1}{\mathrm{min}} = \frac{1}{60\,\mathrm{s}} = \frac{1}{60}\,\mathrm{Hz} \approx 0.01667\,\mathrm{Hz}$$

Dal **principio di omogeneità** discende che
le equazioni dimensionali permettono di verificare se una Qualunque equazione sia fisicamente corretta.

→ **Non ha alcun significato confrontare due grandezze che non possiedono le stesse dimensioni fisiche, ovvero che non siano omogenee.**

$$\boxed{T = f(l,g) = ??}$$

→ $[T] = [L]^a \times [g]^b = [L]^a \times [L \times T^{-2}]^b = [L]^{(a+b)} \times [T]^{(-2b)}$

$[T]$	:	$1=-2b$	→ $b=-1/2$
$[L]$	:	$0=a+b$	→ $a=-b=+1/2$

→ $T = K\,(l/g)^{1/2}$ con k numero puro (… $k = 2\,\pi$)

- **Verificare la correttezza dimensionale** della seguente equazione:

$$\boxed{sv = s_0 at + v_0^2 t + \frac{1}{2} a t^3}$$

- Ove *s*, *s₀* sono lunghezze; *v*, *v₀* velocita`; *t* tempo, *a* accelerazione.

➔ $[sv] = [L]\,[LT^{-1}] = [L]^2\,[T]^{-1}$

➔ $[s_0 a t] = [L]\,[LT^{-2}]\,[T] = [L]^2\,[T]^{-1}$

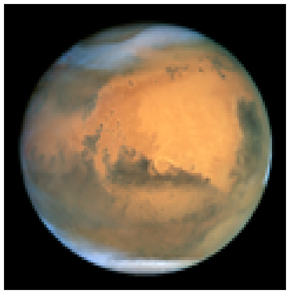
➔ $[v^2 t] = [L^2 T^{-2}]\,[T] = [L]^2\,[T]^{-1}$

➔ $[(1/2)\,a\,t^3] = [L]\,[T]^{-2}\,[T]^3 = [L]\,[T]$

… NO !

Math Mistakes in History: The Mars Climate Orbiter

By Ξ



On December 11, 1998 the Mars Climate Orbiter was launched from Cape Canaveral, Florida. Ten months later, on September 23, 1999, NASA lost touch with the Climate Orbiter just as it was approaching the red planet. They never regained communication, and the $125 million spacecraft was considered a complete loss. The problem? Unit conversion.

Several teams had been working on the project. According to CNN, NASA had been working in metric units for several years. One of the teams working for a contractor, however, used English units (pounds, miles, inches, etc.), and the lack of conversion meant that the Climate Orbiter approached Mars from an altitude of 60 kilometers (37 miles) instead of 150 kilometers (93 miles).

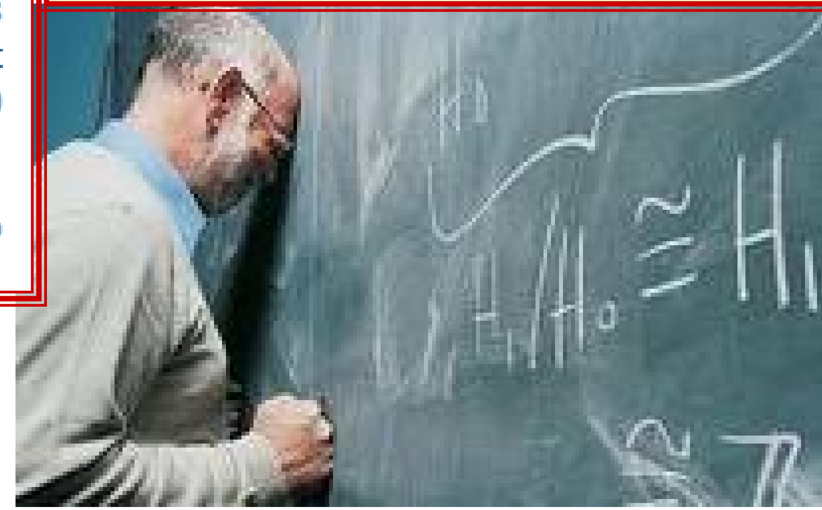
The moral of the story: check your work, and pay attention to units.

..se si fanno pasticci con le unità di misura...

125 milioni di dollari

Possono finire nella... polvere marziana!

compagnia Lockheed-Martin



UNITS OF THE US CUSTOMARY SYSTEM

Unit	Relation to Other US Customary Units
LENGTH	
inch	$\frac{1}{12}$ foot
foot	12 inches or $\frac{1}{3}$ yard
yard	36 inches or 3 feet
rod	$16\frac{1}{2}$ feet or $5\frac{1}{2}$ yards
furlong	220 yards or $\frac{1}{8}$ mile
mile (statute)	5,280 feet or 1,760 yards
mile (nautical)	6,076 feet or 2,025 yards

Unit	Relation to Other US Customary Units
VOLUME OR CAPACITY (LIQUID MEASURE)	
fluid ounce	$\frac{1}{16}$ pint
pint	16 ounces
quart	2 pints or $\frac{1}{4}$ gallon
gallon	128 ounces or 8 pints
VOLUME OR CAPACITY (DRY MEASURE)	
pint	$\frac{1}{2}$ quart
quart	2 pints
peck	8 quarts
bushel	4 pecks

Unit	Relation to Other US Customary Units
WEIGHT	
grain	$\frac{1}{7000}$ pound
dram	$\frac{1}{16}$ ounce
ounce	16 drams
pound	16 ounces
ton (short)	2,000 pounds
ton (long)	2,240 pounds

CONVERSION BETWEEN METRIC AND US CUSTOMARY SYSTEMS

FROM US CUSTOMARY TO METRIC

When you know	multiply by	to find
inches	25.4	millimeters
	2.54	centimeters
feet	30.48	centimeters
yards	0.91	meters
miles	1.61	kilometers
fluid ounces	29.57	milliliters
pints (liquid)	0.47	liters (liquid)
quarts (liquid)	0.95	liters (liquid)
gallons	3.79	liters (liquid)
pints (dry)	0.55	liters (dry)
quarts (dry)	1.10	liters (dry)
ounces	28.35	grams
pounds	0.45	kilograms
short tons (2,000 lbs)	0.91	metric tons
square inches	6.45	square centimeters
square feet	0.09	square meters
square yards	0.84	square meters
square miles	2.59	square kilometers
acres	0.40	hectares

FROM METRIC TO US CUSTOMARY

When you know	multiply by	to find
millimeters	0.04	inches
centimeters	0.39	inches
meters	3.28	feet
	1.09	yards
kilometers	0.62	miles
milliliters (liquid)	0.03	fluid ounces
liters (liquid)	1.06	quarts (liquid)
	0.26	gallons
	2.12	pints (liquid)
liters (dry)	1.82	pints (dry)
	0.90	quarts (dry)
grams	0.035	ounces
kilograms	2.20	pounds
metric tons (1,000 kg)	1.10	short tons
square centimeters	0.155	square inches
square meters	1.20	square yards
square kilometers	0.39	square miles
hectares	2.47	acres

BRITISH IMPERIAL SYSTEM

VOLUME OR CAPACITY (LIQUID MEASURE)

Unit	Relation to Other British Imperial Units	Conversion to US Customary Units	Conversion to Metric Units
pint	$\frac{1}{2}$ quart	1.201 pints	0.5683 liter
quart	2 pints $\frac{1}{4}$ gallon	1.201 quarts	1.137 liters
gallon	8 pints 4 quarts	1.201 gallons	4.546 liters

VOLUME OR CAPACITY (DRY MEASURE)

Unit	Relation to Other British Imperial Units	Conversion to US Customary Units	Conversion to Metric Units
peck	$\frac{1}{4}$ bushel	1.0314 pecks	9.087 liters
bushel	4 pecks	1.0320 bushels	36.369 liters

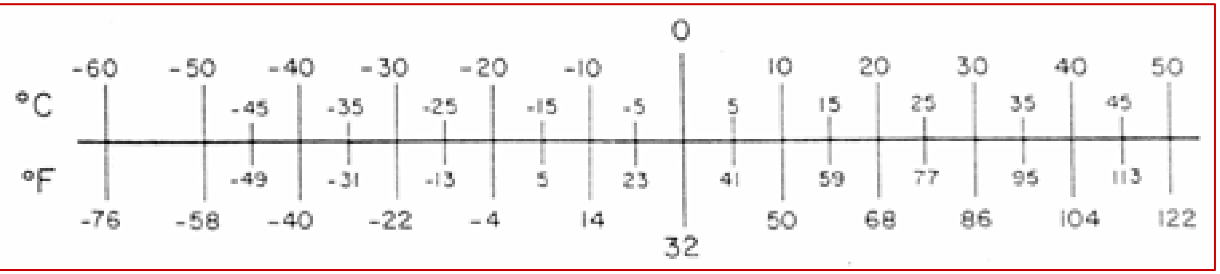
TEMPERATURE CONVERSION BETWEEN CELSIUS AND FAHRENHEIT

°C = (°F −32) ÷ 1.8

Condition	Fahrenheit	Celsius
Boiling point of water	212°	100°
Normal body temperature	98.6°	37°
A warm day	86°	30°
A cool day	45°	7°

°F = (°C × 1.8) + 32

Condition	Fahrenheit	Celsius
Freezing point of water	32°	0°
Lowest temperature that Gabriel Fahrenheit could obtain mixing salt and ice	0°	−17.8°



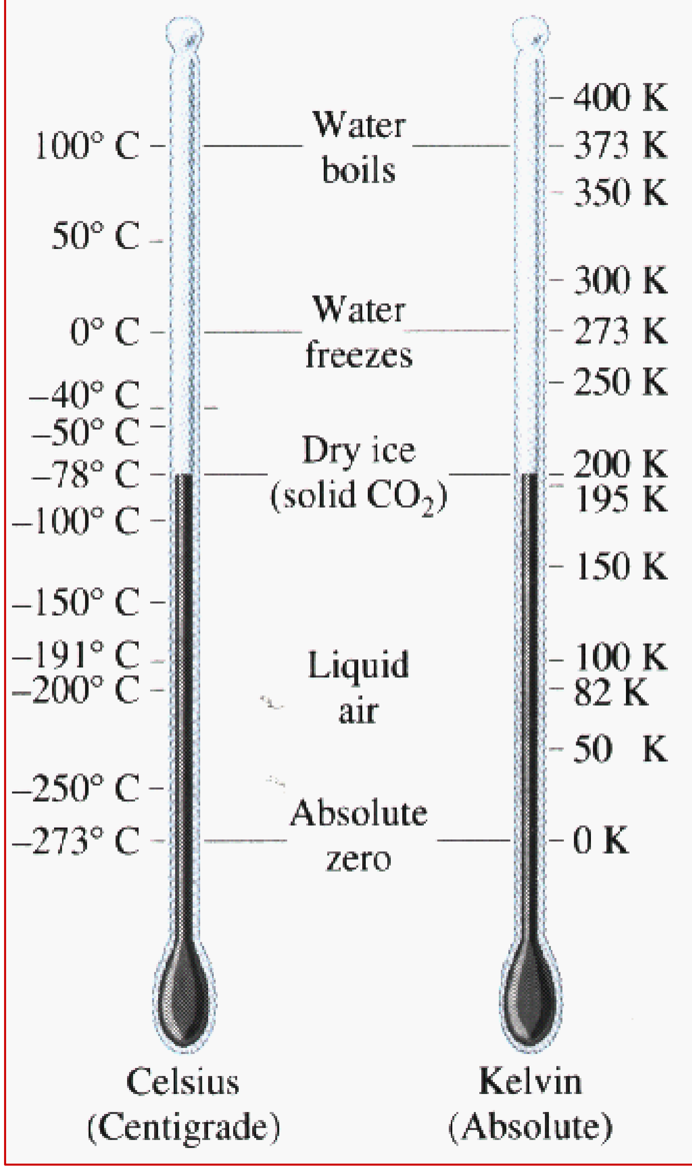
$$t(°C) \,/\, 100 = (t(°F)-32) \,/\, 180$$

$$\rightarrow\ t(°C) = (t(°F) - 32) \,/\, 1.8$$

$$\rightarrow\ t(°F) = t(°C) \times 1.8 + 32$$

$$t(K) = t(°C) + 273.15$$

$$t(°C) = t(K) - 273.15$$



Cifre significative ed arrotondamenti:

Regole per esprimere il risultato di un insieme di misure.

... lotta contro il disagio psicologico legato al buttare via qualcosa frutto delle proprie fatiche, del proprio lavoro...

Nei risultati intermedi si possono tenere per i calcoli successivi tutte le cifre che vogliamo...a questo livello sarebbe solo una perdita di tempo non necessaria “troncare”.

Nel risultato finale e solo dopo avere calcolato l’errore, va arrotondato il risultato al livello dell’errore stimato.

... Errore con al piu' 2 cifre significative!

Cifre significative:

- Conto tutte le cifre da destra a sinistra sino all'ultima ≠ 0

xxx.yyy0…

- L'ultima cifra a destra rappresenta il
  grado di precisione della grandezza.

- Convenzioni in assenza dell'errore in esplicito:

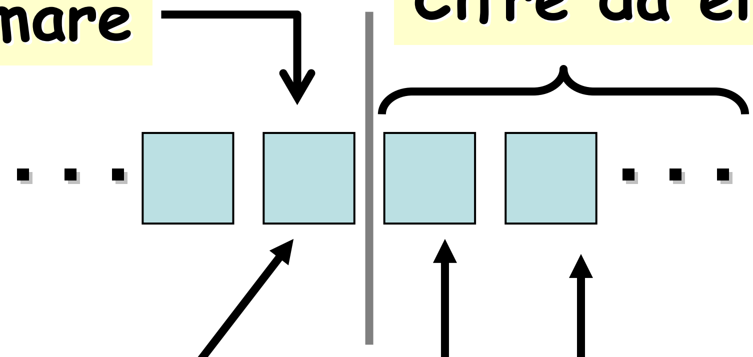
4.30 cm ➔ (4.29 ÷ 4.31) cm ➔ (4.30 ± 0.01) cm

4.3 cm ➔ (4.2 ÷ 4.4) cm ➔ (4.3 ± 0.1) cm

Regole pratiche per l'eliminazione delle cifre eccedenti l'ultima significativa:

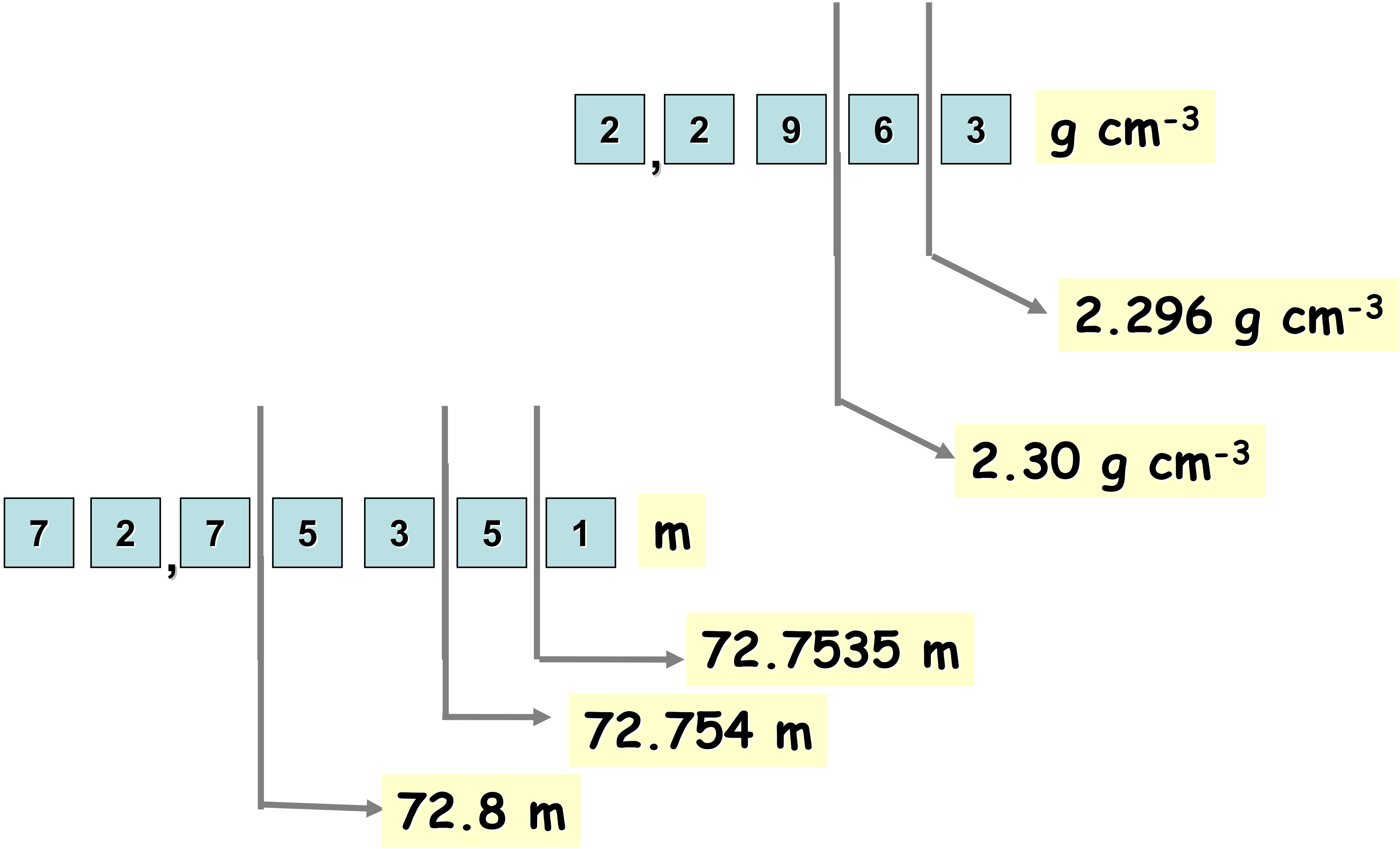
Cifra da approssimare

Cifre da eliminare



Cifra inalterata		se	<5	
"	+ 1	"	>5	
"	+ 1	"	=5	≠0
"	+ 0 ? o + 1 ?	"	=5	=0

… usare sempre la stessa regola!


2 , 2 9 6 3
g cm-3
2.296 g cm-3
2.30 g cm-3
7 2 , 7 5 3 5 1
m
72.7535 m
72.754 m
72.8 m

12.34567 ± 0.231 ← NO !!

12.3 ± 0.2 oppure 12.35 ± 0.23

12.34567 ± 0.00789 ← NO !!

12.346 ± 0.008 oppure 12.3457 ± 0.0079

$(9.82 \pm 0.02385)\ m / s^2$ ← NO !!

$(9.82 \pm 0.02)\ m / s^2$ ← ok !!

Oppure

$(9.820 \pm 0.024)\ m / s^2$ ← ok !!

BIPM	**B**ureau **I**nternational des **P**oids et **M**esures **http://www.bipm.org/** **http://www.bipm.org/en/home/**
NBS	**N**ational **B**ureau of **S**tandards … sostituito da
NIST	**N**ational **I**nstitute of **S**tandards and **T**echnology http://www.nist.gov/index.html
ISO	**I**nternational **O**rganization of **S**tandardization http://www.iso.org/iso/home.html

Istituto **E**lettrotecnico **N**azionale **G**. **F**erraris
Istituto di **M**etrologia **G**. **C**olonnetti

$\Big\}$ **(Torino)**

In generale abbiamo visto vari tipi di misure:

- Misura di G.F. fondamentale "x"

  ➔ confronto diretto con il campione della unita' di misura della G.F. stessa o una sua copia.

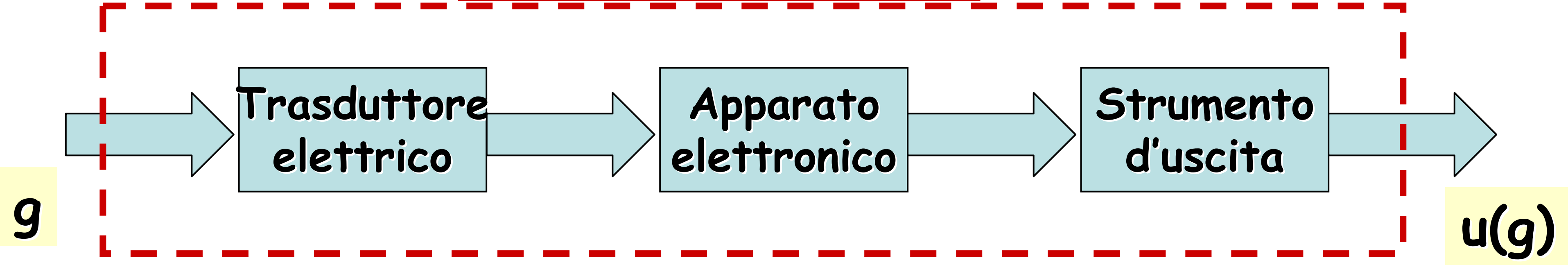
- Misura di G.F. Derivata "y"

  ➔ misuro le G.F. fondamentali "x_1", "x_2", ...
  da cui dipende la G.F. derivata "y" tramite
  la legge fisica $y = y(x_1, x_2, ...)$ che la regola.

- Misura di G.F. tramite apparecchio tarato di misura
  sia per G.F. Fondamentale che per G.F. Derivata.

  ➔ taratura di un "meccanismo" interno.

Apparecchio tarato



- In generale, l'inserzione di uno strumento di misura qualunque in un "sistema" per fare una misura, perturba inevitabilmente il sistema stesso sotto studio.

$$g_0 \rightarrow g \neq g_0$$

- Sensibilità ≠ Precisione $\approx 1 / \Delta u$

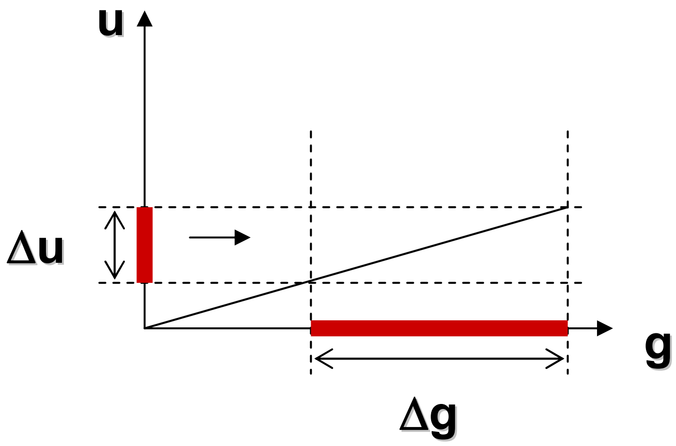
$\downarrow$ Δg minimo misurabile

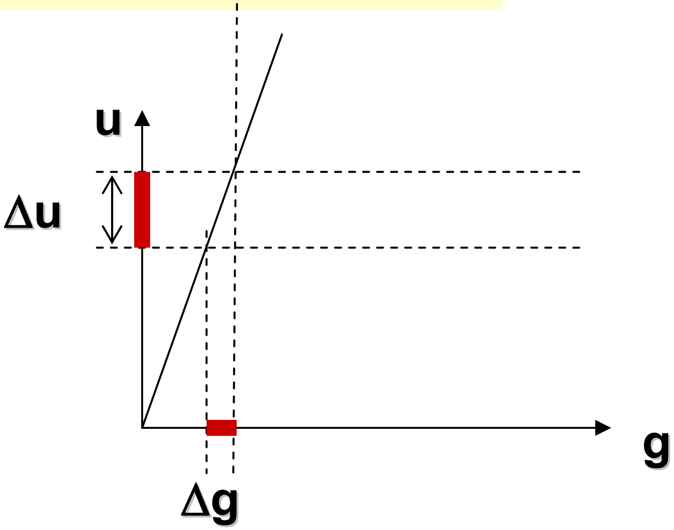
$\downarrow$ @ g = costante → $u \pm \Delta u$

Sensibilità "S" della scala di uno strumento:

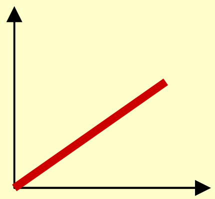
$$S = \frac{\Delta u}{\Delta g}$$

… per esempio: 1 DIV / V … … … … 1 DIV / mV

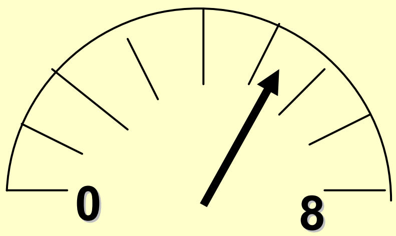




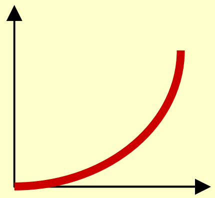
Scala lineare: $u(g) = a\,g$ ➔ $S = du/dg = a$



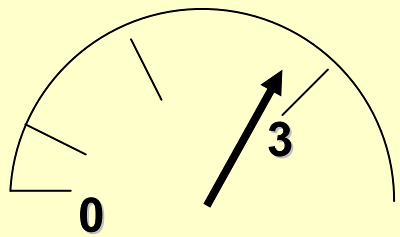
… sensibilità “S” **costante** vs. g



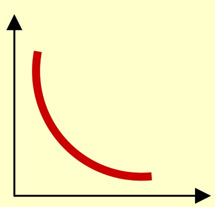
Scala quadratica: $u(g) = a\,g^2$ ➔ $S = du/dg = 2\,a\,g$



… sensibilità “S” **crescente** vs. g



Scala iperbolica: $u(g) = a\,/\,g$ ➔ $S = du/dg = -a\,/\,g^2$



… sensibilità “S” **decrescente** vs. g

Incertezza di misura o incertezza sperimentale:

Possibili cause:

- Qualità dello **strumento** di misura

(… sensibilità, precisione)

- Natura della **G.F. da misurare** che può essere (anche nella fisica classica) **non ben definita**

(… dimensioni di una stanza con pareti non perfettamente a squadro)

Considerazioni sulle misure ripetibili:

Se …

"sparpagliamento" delle misure { < | > } della incertezza di sensibilità

[<] Incertezza massima = sensibilità
… lunghezza di un oggetto con
estremi regolari (ben lavorati con macchine)

[>] Incertezza massima = $(l_{max} - l_{min}) / 2$
… lunghezza di un oggetto con
estremi irregolari, frastagliati
(mal lavorati con le macchine)

Cenni sui Parametri Statistici usati frequentemente come indicatori di sintesi di un insieme di misure ripetute con dispersione (l_{max} – l_{min}) > sensibilità strumentale.

- Media aritmetica del campione: $$< x > = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{i=N} x_i}{N}$$

- Deviazione standard del campione: (r.m.s.) $$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N} (x_i - < x >)^2}{(N-1)}}$$

- Deviazione standard della media: $$\sigma_{<x>} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{N}}$$

Schematicamente, nel caso di un **campione di bassissima statistica** di N (< 5 – 10) misure ripetute di una GF x:

$$Se \;\; Errore \;\; di \;\; Lettura \;\; (\Delta x) < \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2}$$

$$\Rightarrow \;\; \frac{(x_{\max} + x_{\min})}{2} \pm \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2}$$

$$Se \;\; "leggo" \;\; sempre \;\; lo \;\; stesso \;\; valore \;\; x$$

$$\Rightarrow \;\; x \pm \Delta x$$

Schematicamente, nel caso di un **campione statistico valido** di N (> 10 – 15) misure ripetute di una GF x:

$$Se \;\; Errore \;\; di \;\; Lettura \;\; (\Delta x) < \frac{(x_{\max} - x_{\min})}{2}$$

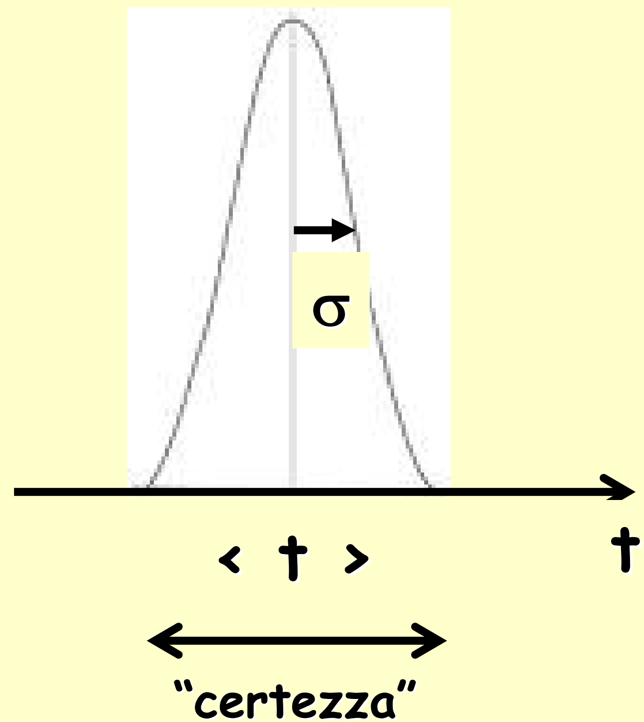
$$\Rightarrow \; < x > \pm \, \sigma_{<x>}$$ **(... 68.3%)**

$$Se \;\; "leggo" \;\; sempre \;\; lo \;\; stesso \;\; valore \;\; x$$

$$\Rightarrow \; x \pm \Delta x \; ..... \; cambiare \;\; lo \;\; strumento \;\; !$$

Osservazione su incertezze "massime" e "statistiche":

➔ $$\boxed{\left(\frac{x_{\max}-x_{\min}}{2}\right) > \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=N}(x_i - \langle x \rangle)^2}{(N-1)}}}$$



➔ $$\boxed{\frac{\sum_{i=1}^{i=N}(x_i - \langle x \rangle)}{N} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{i=N} x_i\right) - \sum_{i=1}^{i=N} \langle x \rangle}{N} = \frac{N\langle x \rangle - N\langle x \rangle}{N} = 0}$$

Problema del confronto tra più misure della medesima GF:

- Caso delle incertezze massime

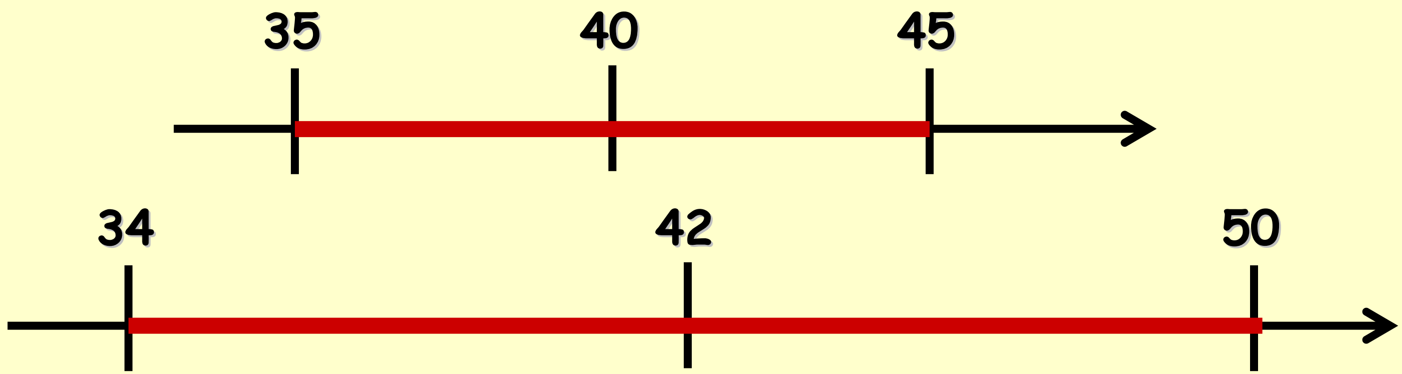
E' sufficiente fare una analisi sulla discrepanza di tipo puramente geometrico, ovvero sulla **sovrapposizione o meno degli intervalli** definiti dalle diverse misurazioni con i loro errori.

- Caso delle incertezze statistiche:

L'analisi della "discrepanza geometrica" tra gli intervalli non è più sufficiente da sola, va fatta in termini di probabilità con dei **test statistici.**

(40 ± 5) è compatibile con (42 ± 8) ?

➔ Discrepanza = |40 – 42| non è significativa!



(35 ± 2) è compatibile con (45 ± 1) ?

➔ Discrepanza = |35 – 45| è ora significativa!