Note sul test d'ipotesi

TEST DI IPOTESI

Scopo: paragonare i risultati di un esperimento con le predizioni date da:

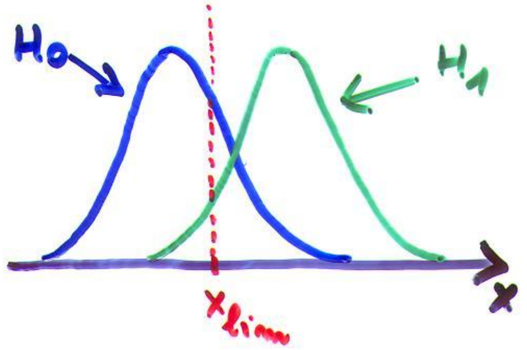
a) ipotesi H_0

b) " H_1

l'ipotesi alternativa H_1 potrebbe essere semplicemente la negazione dell'ipotesi H_0

→ H_0 : x appartiene ad una GAUSS $f_0(x)$ con $E(x) = \mu_0$, σ_0

H_1 : x appartiene ad una GAUSS $f_1(x)$ con $E(x) = \mu_1$, σ_1

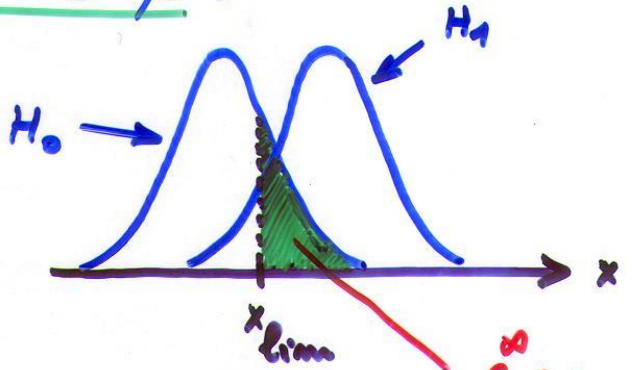


Le due distribuzioni di GAUSS hanno una zona di sovrapposizione .... la scelta tra le due ipotesi avverrà scegliendo un x limite se $x \begin{cases} < x_{lim} & \text{accetto} \\ > x_{lim} & \text{rigetto} \end{cases}$ l'ipotesi H_0

in entrambi i casi ho una probabilità di scegliere l'ipotesi sbagliata, rispettivamente

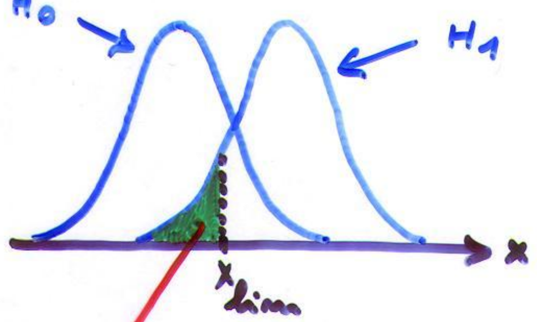
$$\begin{cases} \text{accetto } H_0 \text{ ma sbaglio con probabilità } \beta \\ \text{rifiuto } H_0 \quad " \quad " \quad " \quad " \quad \alpha \end{cases}$$

Non è possibile minimizzare simultaneamente sia α che β.



$$\alpha \equiv \int_{x_{lim}}^{\infty} f(x, \mu_0, \sigma_0)\, dx$$

Errore di tipo 1
Se $x > x_{lim}$
Rigetto H0 con probabilità α di sbagliare



$$\beta \equiv \int_{-\infty}^{x_{lim}} f(x, \mu_1, \sigma_1)\, dx$$

Errore di tipo 2
Se $x < x_{lim}$
Accetto H0 con probabilità β di sbagliare

Livello di significatività di un Test di Ipotesi (**LS**) = α
Livello di confidenza di un Test di Ipotesi (**LC**) = **$1 - \alpha$**

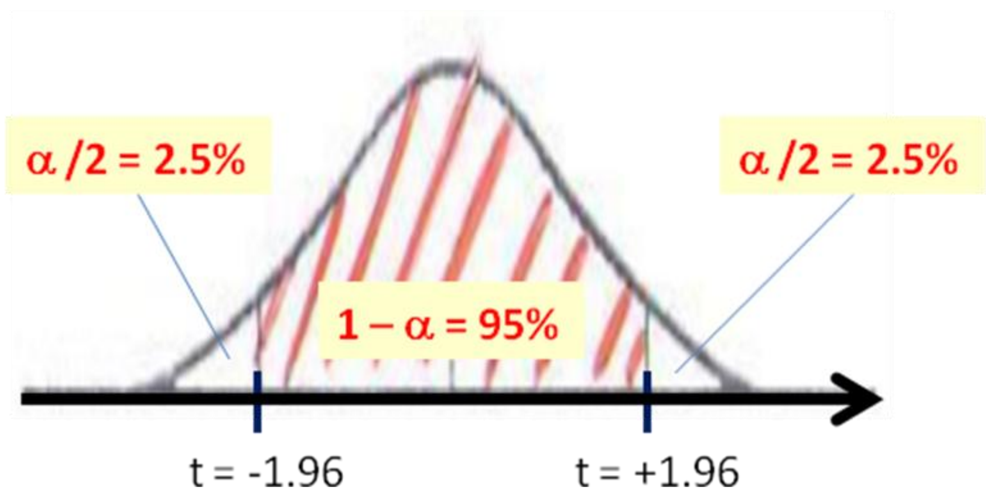
Test di Gauss a due code

$L.S. = \alpha = 5.0\%$

$L.C. = 1 - \alpha = 95\%$

$t_{limite} = 1.96$

$L.C.: \quad -1.96 < t < +1.96$

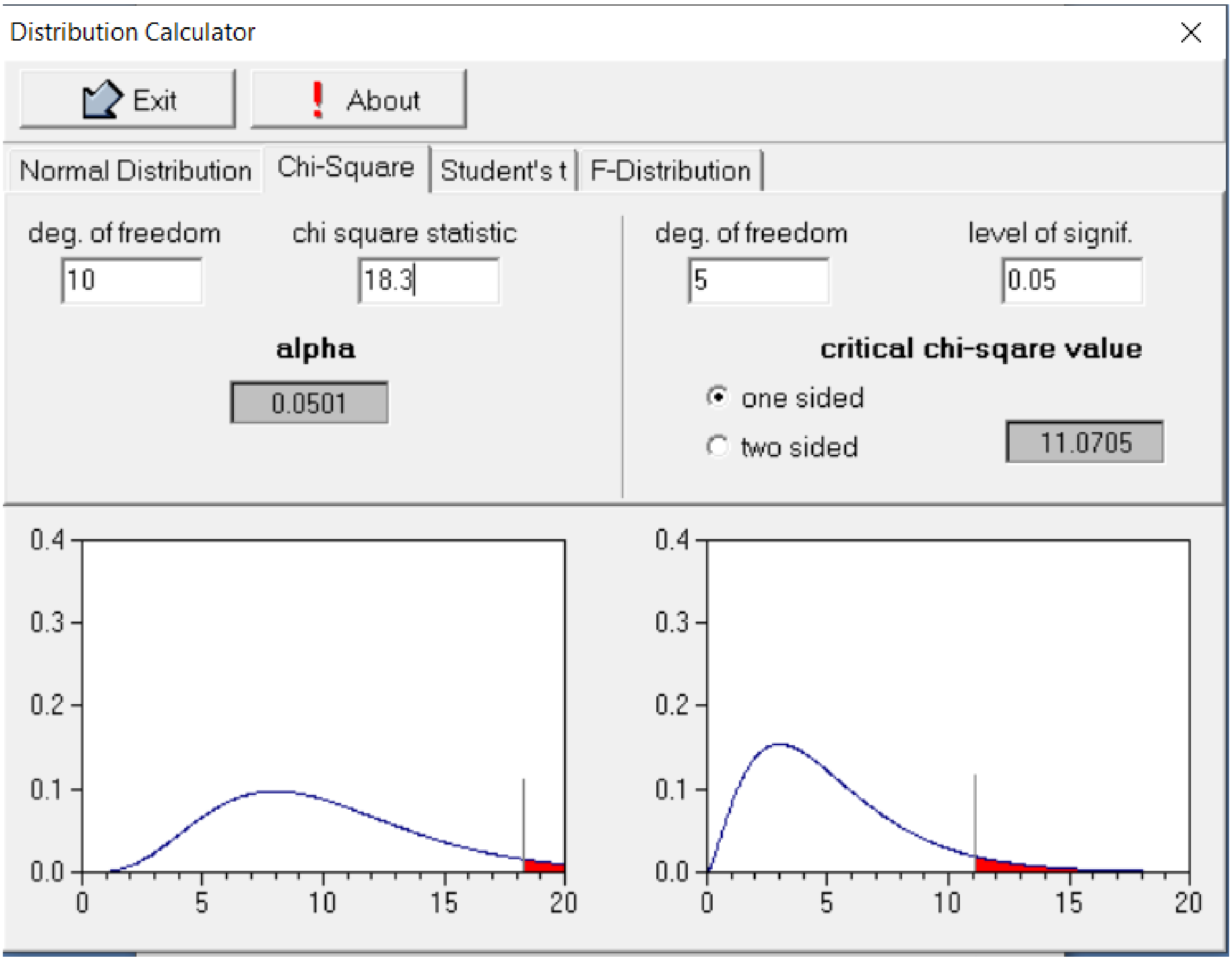


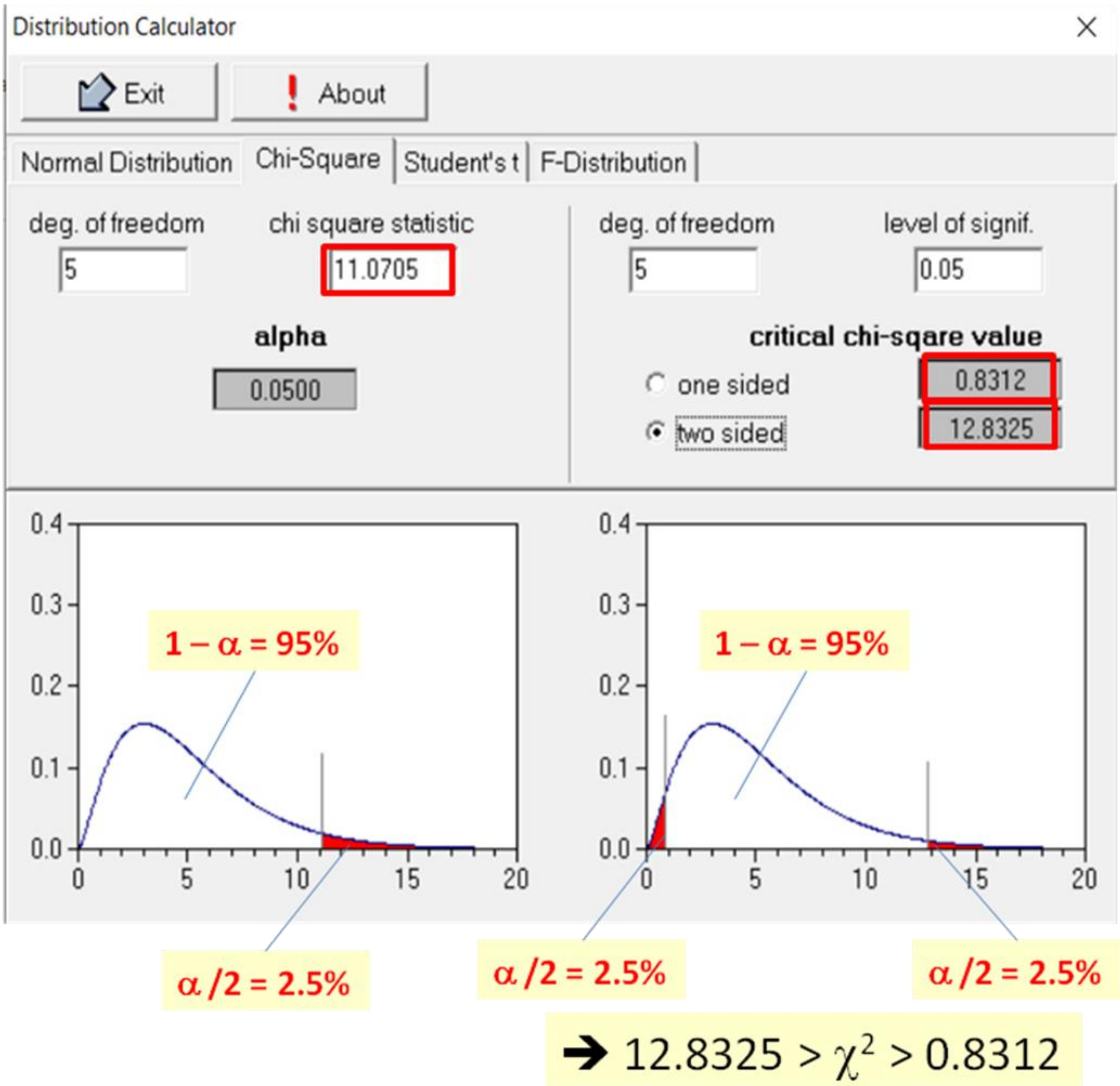
→ Il test più usato per il controllo della ipotesi è il test del χ^2

- fisso il livello di significatività per es. al 5 %
- ricavo χ^2_{limite}

  per es. con $\nu = 10$: $\chi^2_{limite} = 18{,}3$

- accetto l'ipotesi se $\chi^2 < \chi^2_{limite}$
- rigetto " " $\chi^2 > \chi^2_{limite}$



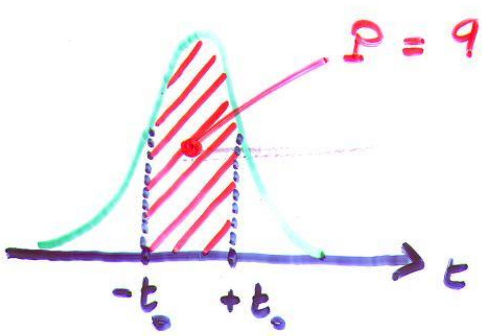

Distribution Calculator
Exit
About
Normal Distribution
Chi-Square
Student's t
F-Distribution
deg. of freedom
chi square statistic
5
11.0705
alpha
0.0500
deg. of freedom
level of signif.
5
0.05
critical chi-sqare value
one sided
0.8312
two sided
12.8325
1 – α = 95%
1 – α = 95%
α /2 = 2.5%
α /2 = 2.5%
α /2 = 2.5%
➔ 12.8325 > χ² > 0.8312

Esempio:

- $N = 200$, x_i distribuiti in modo normale

$\longrightarrow \langle x \rangle = 82.4$ cm, $\sigma(x) = 4.2$ cm

Qual'è l'intervallo di fiducia del 95% per la media delle 200 misure?



$$t = \frac{x - E(x)}{\sigma(x)}$$

$t_0 = 1,96 \leftarrow$ TABELLA

$$t = \frac{\langle x \rangle - E(x)}{\sigma(\langle x \rangle)}$$

$$t_0 \cdot \sigma(\langle x \rangle) = t_0 \cdot \frac{\sigma(x)}{\sqrt{N}} =$$

$$= 1,96 \cdot \frac{4.2}{\sqrt{200}} = 0.58 \text{ cm}$$

$$82.4 - 0.58 = 81.82 \text{ cm}$$

$$82.4 + 0.58 = 82.98 \text{ cm}$$

Invece, l'intervallo di fiducia al 95% per una singola misura è:

$t_0\,\sigma(x)$ = 1.96x4.20 = 8.23 cm

82.40 – 8.23 = 74.17 cm

82.40 + 8.23 = 90.63 cm