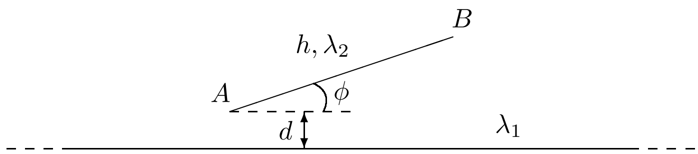
Fisica Generale II per Chimica e Chimica Industriale
5 febbraio 2001

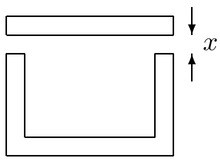
Esercizio 1
In prossimità di un filo rettilineo indefinito di sezione trascurabile si trova un secondo filo anch'esso di sezione trascurabile e lunghezza $h = 2$ m. I due fili, complanari, formano un angolo $\phi = \pi/6$ e l'estremo A del secondo filo è a distanza $d = 10$ cm dal primo. Entrambi i fili sono carichi uniformemente con densità di carica per unità di lunghezza rispettivamente pari a $\lambda_1 = 10^{-6}$ Cm^{-1} e $\lambda_2 = 10^{-7}$ Cm^{-1}. Determinare:
a) il campo elettrico $\boldsymbol{E}$ nei punti A e B;
b) la forza $\boldsymbol{F}$ risultante sul filo di lunghezza h;
c) l'espressione di tale forza nel limite $d \gg h$.

[punteggio 10/30]



Esercizio 2
Il circuito magnetico mostrato in figura è composto da una $\sqcup$ e una barretta entrambe di sezione quadrata di lato $d = 2$ cm e fatte di materiale ferromagnetico con permeabilità magnetica relativa $\mu_r = 1380$. Attorno alla $\sqcup$ sono avvolte $N = 20$ spire in cui fluisce una corrente costante $i = 6$ A. La lunghezza totale media del circuito magnetico ($\sqcup$ + barretta con $x = 0$) è $L = 50$ cm. Determinare:
a) il modulo del campo magnetico $\boldsymbol{H}$ all'interno del circuito quando $x = 0$;
b) i moduli del campo magnetico $\boldsymbol{H}'$ all'interno del materiale ferromagnetico e $\boldsymbol{H}_0$ nel traferro quando $x = 0.5$ mm;
c) l'espressione dell'energia magnetica del circuito per $x \neq 0$;
d) la forza $\boldsymbol{F}$ tra la $\sqcup$ e la barretta quando i due pezzi sono a contatto.

[punteggio 12/30]



Esercizio 3
Un dispositivo di interferenza alla Young è realizzato con due fasci monocromatici di lunghezza d'onda $\lambda_0 = 400$ nm. Una sottile lamina di indice di rifrazione $n = 1.4$ inserita perpendicolarmente a uno dei due fasci provoca lo spostamento di una frangia della figura di interferenza. La stessa lamina colpita perpendicolarmente da un fascio di luce bianca ($\lambda_{min} < \lambda < \lambda_{max}$, con $\lambda_{min} = 400$ nm e $\lambda_{max} = 700$ nm) mostra una notevole attenuazione della luce trasmessa in corrispondenza di alcune lunghezze d'onda. Determinare:
a) lo spessore d della lamina;
b) le lunghezze d'onda per cui si ha attenuazione.

[punteggio 8/30]

Esercizio 1 Il campo elettrico generato dal filo indefinito ha simmetria radiale: $\boldsymbol{E} = E(r)\boldsymbol{u}_r$, essendo $\boldsymbol{u}_r$ il versore radiale e r la distanza dal filo. Il modulo $E(r)$ è dato dalla legge di Gauss

$$E(r)\ 2\pi r = \frac{\lambda_1}{\epsilon_0}. \tag{1}$$

Nel punto A si ha $r = d$ mentre in B è $r = d + h\sin\phi$. Quindi

$$E(A) = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 d} = 1.8 \times 10^5\ \mathrm{Vm}^{-1} \tag{2}$$

$$E(B) = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0(d + h\sin\phi)} = 1.6 \times 10^4\ \mathrm{Vm}^{-1}. \tag{3}$$

Si consideri la porzione inifitesima del secondo filo compresa tra ξ e $\xi + d\xi$, con ξ misurato a partire da A. Sulla corrispondente carica infinitesima, $\lambda_2 d\xi$, si esercita la forza

$$d\boldsymbol{F} = \boldsymbol{u}_r \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\epsilon_0(d + \xi\sin\phi)} d\xi. \tag{4}$$

La forza totale è $\boldsymbol{F} = F\boldsymbol{u}_r$ di modulo

$$\begin{aligned} F &= \int_0^h \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\epsilon_0(d + \xi\sin\phi)} d\xi \\ &= \frac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\epsilon_0\sin\phi} \log\left(\frac{d + h\sin\phi}{d}\right) = 8.6 \times 10^{-3}\ \mathrm{N}. \end{aligned} \tag{5}$$

Per $h/d \ll 1$, il logaritmo può essere sviluppato al primo ordine

$$\log\left(1 + \frac{h}{d}\sin\phi\right) \simeq \frac{h}{d}\sin\phi. \tag{6}$$

Si ritrova così l'espressione della forza esercitata da un campo elettrico su una carica puntiforme

$$F = \frac{\lambda_1}{2\pi\epsilon_0 d}\ q_2, \tag{7}$$

dove $q_2 = \lambda_2 h$ è la carica totale sul secondo filo.

Esercizio 2 Poiché $\mu_r \gg 1$, nel circuito magnetico si può trascurare il flusso disperso. Questo è vero anche in presenza del traferro finché $x \ll d$. Per $x = 0$, la legge di Ampere fornisce

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = HL = Ni \tag{8}$$

e quindi

$$H = \frac{Ni}{L} = 240 \text{ Am}^{-1}. \tag{9}$$

Quando $x \neq 0$, si ha invece

$$\oint \boldsymbol{H} \cdot d\boldsymbol{l} = H'L + H_0 2x = Ni. \tag{10}$$

Essendo $B' = B_0$, segue $\mu_r H' = H_0$ e quindi

$$H_0 = \frac{Ni}{L/\mu_r + 2x} = 88.1 \times 10^3 \text{ Am}^{-1} \tag{11}$$

$$H' = \frac{Ni}{L + 2x\mu_r} = 63.8 \text{ Am}^{-1}. \tag{12}$$

L'energia magnetica è ottenuta integrando la densità di energia in tutto il volume τ dove il campo magnetico è diverso da zero. Per $x \neq 0$ si ha

$$\begin{aligned} U(x) &= \int \frac{1}{2} \boldsymbol{H} \cdot \boldsymbol{B} \; d\tau \\ &= \frac{\mu_0 \mu_r H'^2}{2} d^2 L + \frac{\mu_0 H_0^2}{2} d^2 2x = \frac{\mu_0 \mu_r}{2} \, \frac{(Nid)^2}{L + 2x\mu_r}. \end{aligned} \tag{13}$$

Poiché il sistema è connesso a un generatore che mantiene la corrente i costante, la forza tra la $\sqcup$ e la barretta per $x = 0$ è

$$F(0) = + \left. \frac{\partial U(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = -\mu_0 \mu_r^2 \frac{(Nid)^2}{L^2} = -55.1 \; N. \tag{14}$$

Tale forza risulta attrattiva.

Esercizio 3 L'inserimento della lamina nel dispositivo di Young produce uno sfasamento tra i due fasci pari a

$$(n-1)d\frac{2\pi}{\lambda_0} = 2\pi, \tag{15}$$

e quindi

$$d = \frac{\lambda_0}{n-1} = 1.0\ \mu\text{m}. \tag{16}$$

Quando la lamina è colpita perpendicolarmente da una radiazione di lunghezza d'onda λ si hanno minimi nell'intensita trasmessa allorchè

$$2nd\frac{2\pi}{\lambda} = (2p+1)\pi, \tag{17}$$

con $p = 0, 1, 2, \ldots$. Dunque, le lunghezza d'onda attenuate sono date da

$$\lambda_p = \frac{4nd}{2p+1}. \tag{18}$$

Tra queste, quelle contenute nell'intervallo $\lambda_{min} < \lambda < \lambda_{max}$ sono

$$\lambda_4 = 622.2 \text{ nm} \tag{19}$$

$$\lambda_5 = 509.1 \text{ nm} \tag{20}$$

$$\lambda_6 = 430.8 \text{ nm}. \tag{21}$$