

Fisica Generale II per Chimica e Chimica Industriale

9 luglio 2002

Esercizio 1

Una distribuzione continua e uniforme di carica ha la forma di una circonferenza di raggio $R = 10.0$ cm. Su un primo quarto di circonferenza è depositata una carica totale $Q = 0.1$ mC mentre sui rimanenti tre quarti la carica totale è $-6Q$. Determinare:

- l'espressione del potenziale $V(z)$ lungo l'asse z perpendicolare alla circonferenza e passante per il suo centro;
- l'espressione della componente z del campo elettrico $E_z(z)$ lungo il medesimo asse;
- la forza F esercitata dalla distribuzione di carica su una seconda distribuzione di carica identica alla prima e posta da essa a distanza $d = 12.0$ m lungo l'asse z .

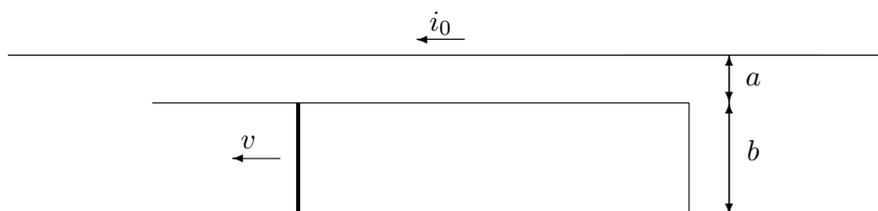
[punteggio 10/30]

Esercizio 2

Una barra conduttrice di resistenza $R = 0.4 \Omega$ viene spostata a velocità costante $v = 5.0 \text{ ms}^{-1}$ lungo un binario conduttore, chiuso ad un estremo come in figura, di larghezza $b = 10.0$ cm e resistenza trascurabile. Nel piano del binario a distanza $a = 10.0$ mm da esso si trova un filo rettilineo indefinito percorso da corrente $i_0 = 100$ A. Determinare:

- la f.e.m. f indotta nel circuito formato dalla barra con la guida;
- la corrente i indotta nello stesso circuito;
- la potenza termica P che si sviluppa nel circuito;
- la forza F che mantiene la barra in moto uniforme.

[punteggio 12/30]

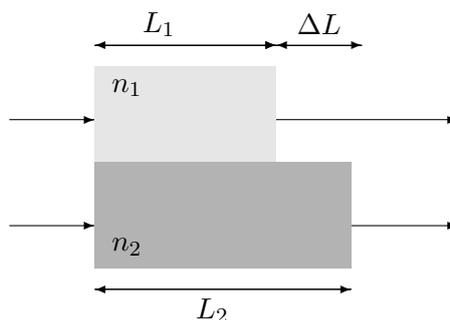


Esercizio 3

Due raggi luminosi si propagano in aria con lunghezza d'onda $\lambda = 600$ nm. Inizialmente in fase, i due raggi attraversano due dielettrici di spessore L_1 e $L_2 = L_1 + \Delta L$ aventi indici di rifrazione $n_1 = 1.6$ e $n_2 = 1.4$, rispettivamente. Determinare:

- l'espressione dello sfasamento relativo δ subito dai due raggi;
- assumendo $\Delta L = 0$, il più piccolo valore di $L_1 = L_2$ per cui si ha interferenza costruttiva tra i due raggi.

[punteggio 8/30]



Esercizio 1 Assumendo nullo il potenziale a distanza infinita, poichè la distanza di un punto qualsiasi della circonferenza dal punto in cui si vuole calcolare il potenziale è $\sqrt{R^2 + z^2}$, si ha

$$\begin{aligned} V(z) &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{+Q}{\sqrt{R^2 + z^2}} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-6Q}{\sqrt{R^2 + z^2}} \\ &= -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5Q}{\sqrt{R^2 + z^2}}. \end{aligned} \quad (1)$$

La componente z del campo elettrico nello stesso punto vale

$$E_z(z) = -\frac{\partial V(z)}{\partial z} = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5Qz}{(R^2 + z^2)^{3/2}}. \quad (2)$$

Si noti che il sistema è non neutro e a distanze grandi rispetto a R il potenziale e il campo elettrico generati sono equivalenti a quelli di una carica puntiforme di valore $-5Q$. Poichè $d \gg R$, la forza \mathbf{F} ha componente non nulla solo lungo l'asse z di valore

$$\begin{aligned} F_z &\simeq E_z(d)(-5Q) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{25Q^2d}{(R^2 + d^2)^{3/2}} \\ &\simeq \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{25Q^2}{d^2} = 15.6 \text{ N}. \end{aligned} \quad (3)$$

La forza è repulsiva.

Esercizio 2 Il flusso magnetico prodotto dalla corrente i_0 e concatenato con il circuito è

$$\begin{aligned}\phi(B) &= \int_a^{a+b} \frac{\mu_0 i_0}{2\pi x} (vt + \text{costante}) dx \\ &= \frac{\mu_0 i_0 vt}{2\pi} \log\left(1 + \frac{b}{a}\right) + \text{costante}.\end{aligned}\quad (4)$$

Pertanto la f.e.m. vale in modulo

$$f = \left| -\frac{\partial\phi(B)}{\partial t} \right| = \frac{\mu_0 i_0 v}{2\pi} \log\left(1 + \frac{b}{a}\right) = 240 \mu\text{V}.\quad (5)$$

La corrente indotta è

$$i = \frac{f}{R} = \frac{\mu_0 i_0 v}{2\pi R} \log\left(1 + \frac{b}{a}\right) = 0.6 \text{ mA}.\quad (6)$$

Nella figura mostrata tale corrente circola in senso orario.

La potenza termica che si sviluppa nel circuito è data da

$$P = \frac{f^2}{R} = \frac{\mu_0^2 i_0^2 v^2}{4\pi^2 R} \log^2\left(1 + \frac{b}{a}\right) = 0.14 \mu\text{W}.\quad (7)$$

Tale potenza è uguale a quella sviluppata dalla forza che mantiene la barra in moto. Pertanto

$$F = \frac{P}{v} = \frac{\mu_0^2 i_0^2 v}{4\pi^2 R} \log^2\left(1 + \frac{b}{a}\right) = 2.87 \times 10^{-8} \text{ N}.\quad (8)$$

Esercizio 3 La differenza di cammino ottico acquistata dai due raggi nell'attraversare i dielettrici vale

$$\Delta\ell = (n_1 L_1 + \Delta L) - n_2 L_2. \quad (9)$$

A questa corrisponde una differenza di fase

$$\delta = \Delta\ell \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{(n_1 - n_2)L_1 - (n_2 - 1)\Delta L}{\lambda}. \quad (10)$$

Si ha interferenza costruttiva quando $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$. Se $\Delta L = 0$, il più piccolo valore di L_1 per cui si ha interferenza costruttiva è

$$L_1 = \frac{\lambda}{n_1 - n_2} = 3.0 \mu\text{m}. \quad (11)$$