

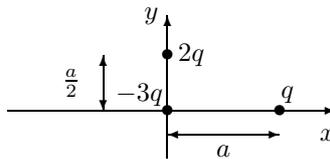
Fisica Generale II per Chimica e Chimica Industriale 19 giugno 2001

Esercizio 1

Un sistema di tre cariche elettriche puntiformi è formato da una carica $-3q$ nell'origine $(0, 0)$ degli assi (x, y) , una carica $+q$ nel punto $(a, 0)$ ed una carica $+2q$ nel punto $(0, a/2)$. Sia $q = 0.1 \text{ pC}$ e $a = 1 \text{ cm}$. Determinare:

- L'energia elettrostatica U del sistema;
- Il momento di dipolo elettrico \mathbf{p} del sistema;
- Il lavoro L occorrente per spostare un protone dal punto (b, b) al punto $(2b, 2b)$, dove $b = 1 \text{ m}$. Si noti che $b \gg a$.

[punteggio 12/30]

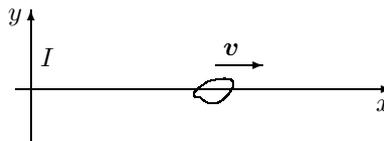


Esercizio 2

Un filo rettilineo, disposto lungo l'asse y , è percorso da corrente stazionaria di intensità $I = 40 \text{ A}$ che scorre nel verso delle y crescenti. Una piccola spira piana, di superficie $S = 9 \text{ mm}^2$ e resistenza $R = 0.5 \Omega$, si sta allontanando sul piano (x, y) dal filo, lungo l'asse x , con velocità costante $v = 30 \text{ cm s}^{-1}$. Essa è già abbastanza lontana da poter ben approssimare il campo magnetico dovuto al filo come uniforme su tutta la superficie della spira. Il coefficiente di autoinduzione della spira è trascurabile. Determinare:

- L'espressione della f.e.m. indotta f_{ind} nella spira;
- Il verso della corrente circolante nella spira, fornendo la motivazione;
- L'espressione della forza \mathbf{F} agente sulla spira, calcolandone il modulo quando la spira si trova a distanza $x = 2 \text{ m}$ dal filo.

[punteggio 12/30]

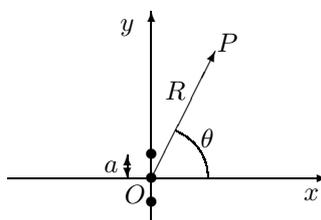


Esercizio 3

Tre sorgenti puntiformi coerenti, che emettono luce monocromatica di lunghezza d'onda $\lambda = 4800 \text{ \AA}$ con la stessa intensità, sono disposte lungo l'asse y di un riferimento cartesiano. Una si trova nell'origine O delle coordinate $(0, 0)$ e le altre due in $(0, a)$, e $(0, -a)$, con $a = 1.6 \mu\text{m}$. Il punto P giace nel piano xy a distanza fissa $R \gg a$ dall'origine O e θ è l'angolo che la semiretta OP forma con l'asse x .

- Quale equazione soddisfano i valori di θ per i quali l'intensità del campo elettromagnetico si annulla in P ?
- Sulla base dell'equazione fornita nella risposta precedente, determinare il più piccolo valore di θ , in radianti, per il quale l'intensità del campo elettromagnetico si annulla in P .

[punteggio 6/30]



Esercizio 1 L'energia elettrostatica del sistema è

$$\begin{aligned}
 U &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{-3q \cdot 2q}{a/2} + \frac{-3q \cdot q}{a} + \frac{2q \cdot q}{\sqrt{5}/4a} \right) \\
 &= \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 a} \left(\frac{4}{\sqrt{5}} - 15 \right) = -1.187 \times 10^{-13} \text{ J.} \quad (1)
 \end{aligned}$$

Poichè la carica totale del sistema è nulla il momento di dipolo è indipendente dall'origine scelta per il suo calcolo. Posto $\mathbf{p} = (p_x, p_y)$, si ha

$$p_x = -3q \cdot 0 + 2q \cdot 0 + q \cdot a = qa \quad (2)$$

$$p_y = -3q \cdot 0 + 2q \cdot \frac{a}{2} + q \cdot 0 = qa. \quad (3)$$

Il modulo del momento di dipolo vale

$$p = \sqrt{2}qa = 1.414 \times 10^{-15} \text{ Cm}, \quad (4)$$

la sua direzione è

$$\frac{\mathbf{p}}{p} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}} \right). \quad (5)$$

Detta $e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ la carica del protone, nell'approssimazione di dipolo per il potenziale generato dal sistema di 3 cariche ($b \gg a$) si ha

$$\begin{aligned}
 L &= e [V(b, b) - V(2b, 2b)] \\
 &= \frac{e}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{\mathbf{p} \cdot (b, b)}{(\sqrt{2}b)^3} - \frac{\mathbf{p} \cdot (2b, 2b)}{(2\sqrt{2}b)^3} \right) \\
 &= \frac{eqa}{4\pi\epsilon_0 b^2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{4\sqrt{2}} \right) = 7.626 \times 10^{-25} \text{ J.} \quad (6)
 \end{aligned}$$

Esercizio 2 Nell'ipotesi di spira di dimensioni trascurabili, il flusso attraverso questa del campo \mathbf{B} generato dalla corrente I vale

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{n}S = -\frac{\mu_0 IS}{2\pi x}, \quad (7)$$

essendo $\mathbf{n} = (0, 0, 1)$ ed x la distanza della spira dall'asse y . La f.e.m. indotta è

$$f_{ind} = -\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{d\Phi}{dx} \frac{dx}{dt} = -\frac{\mu_0 ISv}{2\pi x^2}. \quad (8)$$

Rispetto alla figura, la corrente circola nella spira in senso orario: infatti il campo di induzione così prodotto compensa la diminuzione di flusso di \mathbf{B} .

La potenza dissipata nella spira per effetto Joule è compensata dal lavoro fatto per unità di tempo dalla forza esterna che mantiene la spira in moto a velocità costante \mathbf{v}

$$\frac{f_{ind}^2}{R} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{v}. \quad (9)$$

Assumendo $\mathbf{F} = (F, 0, 0)$, si ha

$$F = \frac{f_{ind}^2}{vR}. \quad (10)$$

Per $x = 2$ m si ottiene

$$F = \left(\frac{\mu_0 ISv}{2\pi x^2}\right)^2 \frac{1}{vR} = 1.944 \times 10^{-22} \text{ N}. \quad (11)$$

Esercizio 3 Sia E_0 l'ampiezza comune del campo elettrico della radiazione emessa dalle tre sorgenti. L'ampiezza del campo elettrico nel punto P è, nell'approssimazione di raggi paralleli,

$$\begin{aligned} E_P &= E_0 \sin(\alpha - \delta) + E_0 \sin(\alpha) + E_0 \sin(\alpha + \delta) \\ &= E_0 [\sin \alpha \cos \delta - \cos \alpha \sin \delta + \sin \alpha + \sin \alpha \cos \delta + \cos \alpha \sin \delta] \\ &= E_0 \sin \alpha (1 + 2 \cos \delta), \end{aligned} \quad (12)$$

dove

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda}(ct - R) \quad (13)$$

e

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}a \sin \theta. \quad (14)$$

La condizione $E_P = 0$ è data da

$$\cos \delta = -\frac{1}{2} \quad (15)$$

cioè

$$\delta = \frac{2\pi}{3}(3k \pm 1), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad (16)$$

ovvero

$$\sin \theta_k = \frac{\lambda}{a} \left(k \pm \frac{1}{3} \right), \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (17)$$

Il più piccolo valore di θ è quello ottenuto per $k = 0$

$$\theta_0 = \arcsin \left(\frac{\lambda}{3a} \right) \simeq \frac{\lambda}{3a} = 0.1 \text{ rad.} \quad (18)$$