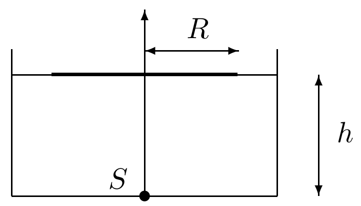
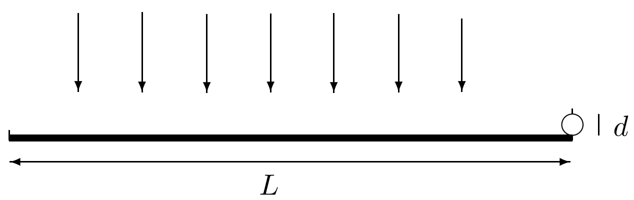
Corso di Laurea in Chimica Industriale
Fisica Generale (secondo corso)
III esonero – 30 gennaio 2001

Esercizio 1
Sul fondo di un recipiente contenente un liquido trasparente è posta una sorgente luminosa puntiforme S. La profondità del liquido nel recipiente è $h = 50$ cm e sopra al liquido c'è aria. Osservando dall'alto la superficie libera del liquido si vede che esce luce solo dall'interno di un cerchio di raggio $R = 57$ cm. Determinare:
a) l'indice di rifrazione n del liquido;
b) l'angolo di Brewster θ_B per l'interfaccia liquido-aria.



Esercizio 2
Una radiazione monocromatica di lunghezza d'onda $\lambda = 550$ nm illumina perpendicolarmente due lastre di vetro che si toccano ad un estremo e sono separate da un filo di diametro $d = 0.02$ mm all'altro estremo. La lunghezza delle due lastre è $L \gg d$. Determinare:
a) le posizioni x_{max} e x_{min}, misurate dal vertice comune alle due lastre, delle frange chiare e scure che si formano in riflessione;
b) il numero totale di frange chiare e scure visibili.



Operatore $\boldsymbol{\nabla}$ in coordinate sferiche

$$
\begin{aligned}
\boldsymbol{\nabla} f(r,\theta,\phi) &= \frac{\partial f}{\partial r}\boldsymbol{u}_r + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial \theta}\boldsymbol{u}_\theta + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial f}{\partial \phi}\boldsymbol{u}_\phi \\
\boldsymbol{\nabla}\cdot\boldsymbol{A}(r,\theta,\phi) &= \frac{1}{r^2}\frac{\partial(r^2 A_r)}{\partial r} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial(\sin\theta A_\theta)}{\partial\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial A_\phi}{\partial\phi} \\
\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{A}(r,\theta,\phi) &= \frac{1}{r\sin\theta}\left[\frac{\partial(\sin\theta A_\phi)}{\partial\theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial\phi}\right]\boldsymbol{u}_r \\
&\quad + \frac{1}{r}\left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial A_r}{\partial\phi} - \frac{\partial(rA_\phi)}{\partial r}\right]\boldsymbol{u}_\theta \\
&\quad + \frac{1}{r}\left[\frac{\partial(rA_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial A_r}{\partial\theta}\right]\boldsymbol{u}_\phi
\end{aligned}
$$

Costanti Fisiche

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_0 &= 8.8542\times10^{-12}\ \mathrm{C^2N^{-1}m^{-2}} \\
e &= 1.6022\times10^{-19}\ \mathrm{C} \\
\mu_0 &= 4\pi\times10^{-7} = 1.2566\times10^{-6}\ \mathrm{Hm^{-1}} \\
c &= 2.99792458\times10^{8}\ \mathrm{ms^{-1}}
\end{aligned}
$$

Integrali notevoli

$$
\int\frac{dx}{\sqrt{x^2-1}} = \ln\left(x+\sqrt{x^2-1}\right)
$$

Esercizio 1 Un raggio luminoso emesso da S con angolo θ rispetto alla verticale viene rifratto alla superficie liquido-aria con angolo ϕ in accordo con la legge di Snell

$$n \sin\theta = 1 \sin\phi. \tag{1}$$

Possono uscire dal liquido solo i raggi con $|\theta| \leq \theta_L$, essendo θ_L l'angolo limite

$$\sin\theta_L = \frac{1}{n}. \tag{2}$$

Poichè

$$\tan\theta_L = \frac{R}{h}, \tag{3}$$

si ottiene

$$n = \frac{1}{\sin\theta_L} = \sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2\theta_L}} = \sqrt{1 + \frac{h^2}{R^2}} = 1.33. \tag{4}$$

Per $\theta = \theta_B$ vale la relazione

$$n \sin\theta_B = 1 \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta_B\right) = \cos\theta_B, \tag{5}$$

e quindi

$$\theta_B = \arctan\left(\frac{1}{n}\right) = 0.64 \text{ rad} \simeq 37^\circ. \tag{6}$$

Esercizio 2 Tra le due lastre di vetro si forma un cuneo di apertura α, con

$$\tan\alpha = \frac{d}{L}. \tag{7}$$

Poichè $L \gg d$, si può considerare che la radiazione incide perpendicolarmente ad entrambe le lastre. La radiazione riflessa dalla lastra superiore interferisce con quella riflessa dalla lastra inferiore in modo costruttivo o distruttivo a seconda dello spessore di cuneo attraversato. A distanza x dal vertice comune alle due lastre, l'altezza del cuneo è

$$h(x) = x\tan\alpha = \frac{xd}{L}. \tag{8}$$

Lo sfasamento tra i raggi riflessi dalle due lastre vale

$$\Delta\phi = 2h(x)\frac{2\pi}{\lambda} + \pi. \tag{9}$$

Si hanno massimi o minimi di interferenza quando $\Delta\phi$ è un multiplo pari o dispari di 2π. Le posizioni del massimo e del minimo di ordine $m = 0, 1, 2, \ldots$ sono dunque

$$x_{max} = (2m+1)\frac{\lambda L}{4d} \tag{10}$$

e

$$x_{min} = 2m\frac{\lambda L}{4d}. \tag{11}$$

Per determinare il numero totale di frange di interferenza nell'intervallo L si osservi che la distanza tra due massimi o minimi adiacenti, $\lambda L/2d$, è contenuta per intero in L il numero M di volte

$$M = \left\lfloor \frac{L}{\lambda L/2d} \right\rfloor = \lfloor 72.72 \rfloor = 72. \tag{12}$$

Si hanno dunque 72 frange chiare e 73 frange scure.