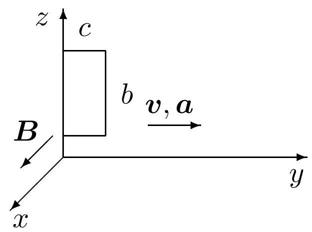
Corso di Laurea in Chimica Industriale
Fisica Generale (secondo corso)
III esonero – 31 gennaio 2002

Esercizio 1
Una spira rettangolare di lati $b = 0.5$ cm e $c = 0.2$ cm è immersa in un campo magnetico non uniforme diretto lungo l'asse x di modulo $B = B_0(6 - ky)$, con $B_0 = 30$ T e $k = 1.5$ m^{-1}. La spira ha una resistenza $R = 10$ Ω. Dopo un tempo t_0 la spira viene spostata di un tratto $\ell_0 = 8.0$ m lungo la direzione y dalla posizione iniziale indicata in figura. Calcolare:
a) il valore e il verso della corrente i_0 circolante nella spira al tempo t_0 nell'ipotesi che questa si sia mossa con velocità costante $v = 2.0$ ms^{-1};
b) il valore e il verso della corrente i_0 circolante nella spira al tempo t_0 nell'ipotesi che questa si sia mossa con accelerazione costante $a = 2.0$ ms^{-2};
c) il valore della carica q_0 fluita nella spira nell'intervallo t_0 nei casi a) e b).



Esercizio 2
La radiazione solare illumina con intensità $I_0 = 1.4 \times 10^3$ Wm^{-2} la superficie perfettamente piana di un lago di area $S = 17$ km^2. L'indice di rifrazione dell'acqua contenuta nel lago è $n = 1.33$. Calcolare:
a) la potenza della radiazione riflessa dalla superficie del lago P_0 nel caso di incidenza normale;
b) la potenza della radiazione riflessa dalla superficie del lago con polarizzazione paralella e perpendicolare al piano di incidenza, $P^{\pi}_{\pi/2}$ e $P^{\sigma}_{\pi/2}$, nel caso di incidenza radente;
c) l'angolo di incidenza θ_1 al quale la radiazione riflessa risulta polarizzata;
d) l'angolo θ_2 rispetto alla normale alla superficie con cui arriva sul fondo del lago la radiazione incidente sulla superficie con angolo θ_1 nell'ipotesi che l'indice di rifrazione dell'acqua aumenti del 5% nel passare dalla superficie al fondo.

Esercizio 1 Sia $\ell(t)$ la distanza percorsa al tempo t dalla spira. Il flusso del campo $\boldsymbol{B}$ attraverso la spira al tempo t è

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= \int_{\ell(t)}^{\ell(t)+c} B_0(6-ky)\ b\mathrm{d}y \\ &= B_0 b\left[6c - \frac{k}{2}\left(c^2 + 2c\ell(t)\right)\right], \end{aligned} \tag{1}$$

avendo assunto come positivo il verso di circuitazione della spira in senso antiorario. Poichè $\Phi(t)$ diminuisce all'aumentare di $\ell(t)$, la corrente indotta nella spira fluisce in senso antiorario.
Se il moto della spira avviene a velocità costante si ha $\ell(t) = vt$ e la corrente indotta è

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t} = \frac{B_0 bckv}{R}. \tag{2}$$

La corrente in questo caso è costante nel tempo e vale

$$i_0 = \frac{B_0 bckv}{R} = 9.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{A}. \tag{3}$$

Se il moto della spira avviene ad accelerazione costante si ha $\ell(t) = \frac{1}{2}at^2$ e la corrente indotta è

$$i(t) = -\frac{1}{R}\frac{\partial\Phi(t)}{\partial t} = \frac{B_0 bcka_0 t}{R}. \tag{4}$$

Al tempo $t_0 = \sqrt{2\ell_0/a}$ si ha

$$i_0 = \frac{B_0 bck\sqrt{2a\ell_0}}{R} = 2.54 \times 10^{-4}\ \mathrm{A}. \tag{5}$$

La carica fluita nel circuito nell'intervallo t_0 è data, in entrambi i casi, da

$$\begin{aligned} q_0 &= \int_0^{t_0} i(t)\ \mathrm{d}t = \frac{\Phi(0) - \Phi(t_0)}{R} \\ &= \frac{B_0 bck\ell_0}{R} = 3.6 \times 10^{-4}\ \mathrm{C}. \end{aligned} \tag{6}$$

Esercizio 2 Nel caso di incidenza normale all'interfaccia aria-acqua il coefficiente di riflessione vale

$$R = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2. \tag{7}$$

La potenza riflessa a incidenza normale è quindi

$$P_0 = \left(\frac{1-n}{1+n}\right)^2 \ I_0 S = 0.48 \times 10^9 \text{ W}. \tag{8}$$

Per incidenza radente, essendo la radiazione incidente non polarizzata, si ha

$$P^{\pi}_{\pi/2} = \frac{1}{2} R_{\pi}(\theta_i = \pi/2) \ I_0 S = \frac{1}{2} \ I_0 S = 1.19 \times 10^{10} \text{ W} \tag{9}$$

e

$$P^{\sigma}_{\pi/2} = \frac{1}{2} R_{\sigma}(\theta_i = \pi/2) \ I_0 S = \frac{1}{2} \ I_0 S = 1.19 \times 10^{10} \text{ W}. \tag{10}$$

La radiazione riflessa è polarizzata quando l'angolo di incidenza è uguale all'angolo di Brewster dell'interfaccia aria-acqua. Si ha quindi $\tan\theta_1 = n/1$, cioé

$$\theta_1 = \arctan n = 0.926 \text{ rad} \simeq 53°. \tag{11}$$

Detto $\theta(y)$ l'angolo formato alla profonfità y dalla radiazione con la normale alla superficie del lago e $n(y)$ l'indice di rifrazione alla medesima profondità, per la legge di Snell si ha

$$n(y)\sin\theta(y) = \text{costante} = \sin\theta_1. \tag{12}$$

In fondo al lago l'indice di rifrazione vale $(1+5/100)n$ e quindi

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \arcsin\left(\frac{\sin\theta_1}{(1+5/100)n}\right) \\ &= \arcsin\left(\frac{100}{105\sqrt{1+n^2}}\right) = 0.609 \text{ rad} \simeq 35°. \end{aligned} \tag{13}$$