MECCANICA QUANTISTICA E MECCANICA STATISTICA
A.A. 2019/2020 – Prof. C. Presilla
Prova A2 – 12 febbraio 2020

Cognome	
Nome	
Matricola	

penalità										

esercizio	voto
1	
2	
3	
4	
5	
6	

1 In un sistema che si trova nello stato descritto dal vettore $|A\rangle$ (non normalizzato) viene misurata l'osservabile rappresentata dall'operatore autoaggiunto ξ. Ripetendo tale operazione N volte si trova il risultato ξ_i un numero N_i di volte con $\sum_i N_i = N$. Dimostrare che

$$\lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} \sum_i N_i \xi_i = \frac{\langle A|\xi|A\rangle}{\langle A|A\rangle},$$

cioè che il valore medio dei risultati ottenuti nelle N misure coincide, nel limite $N \to \infty$, con il valore di aspettazione di ξ in $|A\rangle$.

[punteggio 4]]

---

2 Si consideri l'equazione di Schrödinger stazionaria unidimensionale

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\psi_E''(x) + V(x)\psi_E(x) = E\psi_E(x)$$

con $V(x) = \lambda\delta(x)$, dove $\delta(x)$ è la distribuzione di Dirac in $x = 0$ e λ una costante. Stabilire le condizioni di raccordo di $\psi_E(x)$ in $x = 0$.

[punteggio 4]

---

3 Portare l'esempio di un sistema all'equilibrio microcanonico in cui la temperatura può essere negativa e spiegare cosa questo vuol dire. Si spieghi qualitativamente senza fare calcoli.

[punteggio 4]

4 Due particelle identiche di massa m, non interagenti, sono confinate all'interno di un parallelepipedo rettangolo di lati L_x, L_y, L_z.
1) Calcolare autovalori e autofunzioni dell'Hamiltoniana H del sistema.
2) Nell'ipotesi che sia $L_x > L_y > L_z$, determinare il grado di degenerazione del livello fondamentale E_0 e del primo eccitato E_1 di H, specificando le relative autofunzioni, nei tre casi in cui a) le particelle siano distinguibili, b) siano bosoni indistinguibili di spin 0 e c) siano fermioni indistinguibili di spin 1/2.
3) Supponendo che le particelle siano fermioni indistinguibili di spin 1/2, valutare come si modificano i primi due livelli E_0 e E_1 di H se $H \to H + H'$ con

$$H' = \alpha \boldsymbol{S}_1 \cdot \boldsymbol{S}_2 + \beta(\boldsymbol{S}_1 + \boldsymbol{S}_2) \cdot \boldsymbol{B},$$

dove $\boldsymbol{S}_1, \boldsymbol{S}_2$ sono gli spin delle due particelle e $\boldsymbol{B}$ un campo magnetico esterno.

[punteggio 7]

---

5 Un rotatore quantistico è descritto dall'Hamiltoniana

$$H = \frac{L^2}{2I} + gBL_z,$$

dove $\boldsymbol{L}$ è il momento angolare orbitale, I il momento di inerzia, B il modulo di un campo magnetico esterno diretto lungo l'asse z che si accoppia con il momento magnetico $g\boldsymbol{L}$.
1) Determinare lo stato $|\psi_0\rangle$ del sistema sapendo che a) una misura di L^2 su $|\psi_0\rangle$ fornisce con certezza il risultato $2\hbar^2$ e b) una misura di L_x su $|\psi_0\rangle$ fornisce con certezza il risultato $\hbar$.
2) Assumendo $|\psi_0\rangle$ come lo stato del sistema al tempo $t = 0$, determinare lo stato del sistema al tempo $t > 0$.
3) Determinare il valore di aspettazione di L_x^2 in funzione del tempo.
Si ricordi che

$$L_\pm = L_x \pm \mathrm{i} L_y, \qquad L_\pm |l, m\rangle = \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)}|l, m \pm 1\rangle.$$

[punteggio 7]

---

6 Un sistema di N particelle è all'equilibrio termico a contatto con una riserva a temperatura T. Il sistema ha microstati caratterizzati da energie (attenzione, si tratta di energie di N particelle non energie di singola paricella)

$$E_j = -\Gamma(N - j), \qquad j = 0, 1, \ldots, N,$$

la cui degenerazione è $g_j = \binom{N}{j} = N!/(j!(N-j)!)$. Calcolare:
1) il numero di microstati del sistema;
2) l'energia media E;
3) l'entropia S;
4) i valori limite per $T \to 0$ e $T \to \infty$ di E e S interpretandone il significato.
Si ricordi la formula del binomio di Newton $(a + b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^{n-k} b^k$.

[punteggio 7]

$\lim_{N \to \infty} \frac{N_i}{N}$ = probabilità di transizione dallo stato $|A\rangle$ allo stato $P_{\xi_i}|A\rangle$, essendo P_{ξ_i} il proiettore nel sottospazio relativo all'autovalore ξ_i di ξ (può essere degenere)

$$= \frac{|\langle A| P_{\xi_i} |A\rangle|^2}{\langle A|A\rangle \ \langle A| P_{\xi_i} P_{\xi_i} |A\rangle}$$

$$= \frac{\langle A| P_{\xi_i} |A\rangle}{\langle A|A\rangle}$$

Pertanto

$$\lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_i \xi_i N_i = \sum_i \xi_i \lim_{N \to \infty} \frac{N_i}{N}$$

$$= \sum_i \xi_i \frac{\langle A| P_{\xi_i} |A\rangle}{\langle A|A\rangle}$$

$$= \frac{\langle A| \sum_i \xi_i P_{\xi_i} |A\rangle}{\langle A|A\rangle}$$

$$= \frac{\langle A| \xi |A\rangle}{\langle A|A\rangle}$$

Riscriviamo l'equazione come

$$\psi_E''(x) = \frac{2m}{\hbar^2}\left(V(x) - E\right)\psi_E(x)$$

e integriamola 2 volte tra $x_0 < 0$ e $x > 0$

$$\psi_E'(x) - \psi_E'(x_0) = \frac{2m}{\hbar^2}\int_{x_0}^{x} dy\,\left(V(y) - E\right)\psi_E(y)$$

$$\psi_E(x) - \psi_E(x_0) = \psi_E'(x_0)(x - x_0) + \frac{2m}{\hbar^2}\int_{x_0}^{x} dz \int_{x_0}^{z} dy\,\left(V(y) - E\right)\psi_E(y)$$

Se $V(x) = \lambda\,\delta(x)$ prendendo il limite $x_0 \to 0^-$ e $x \to 0^+$ otteniamo

$$\psi_E'(0^+) - \psi_E'(0^-) = \frac{2m\lambda}{\hbar^2}\psi_E(0)$$

$$\psi_E'(0^+) - \psi_E(0^-) = 0$$

avendo assunto che ψ_E e ψ_E' siano limitate

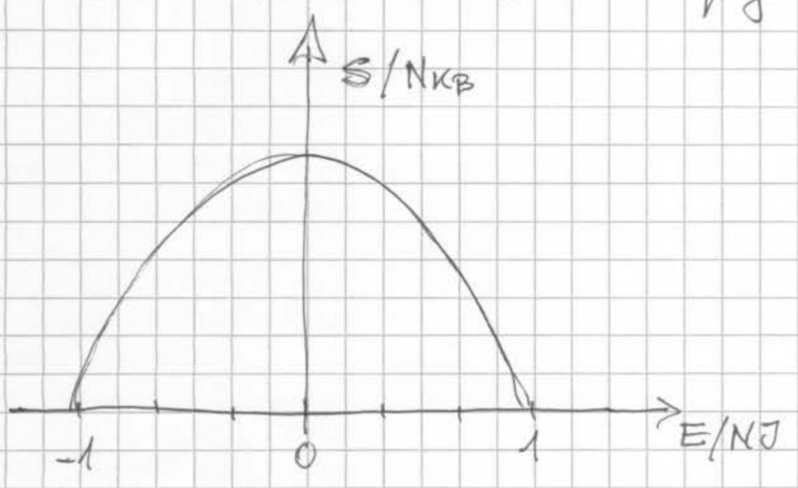
Si consideri un sistema di N particelle a due livelli (ad esempio N spin 1/2 in campo magnetico) descritte da Hamiltoniana

$$H = J \sum_{i=1}^{N} \sigma_i^z \qquad \sigma_i^z = \pm 1$$

All'equilibrio microcanonico ad energia E l'entropia vale

$$S(E) = \frac{k_B N}{2}\left[-\left(1+\frac{E}{NJ}\right)\ln\left(\frac{1+\frac{E}{NJ}}{2}\right)-\left(1-\frac{E}{NJ}\right)\ln\left(\frac{1-\frac{E}{NJ}}{2}\right)\right]$$

che ha un andamento come in figura



La temperatura definita da $\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E}$

risulta positiva per $-NJ \leq E < 0$ dove l'entropia cresce e negativa per $0 < E \leq NJ$ dove l'entropia decresce al crescere dell'energia.

Questo comportamento è tipico dei sistemi che hanno energia limitata dal basso e dall'alto.

Per una singola particella confinata in $L_x L_y L_z$

$$H = H_x + H_y + H_z$$

$$H_x = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} \qquad 0 \leq x \leq L_x$$

$$H_x \varphi(x) = E\varphi(x) \qquad E \geq 0 \qquad \varphi''(x) = -k^2\varphi(x) \qquad k \equiv \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar} > 0$$

$$\varphi(x) = A\sin(kx) + B\cos(kx)$$

$$\begin{cases} \varphi(0) = 0 & B = 0 \\ \varphi(L) = 0 & A\sin(kL) = 0 \end{cases} \qquad kL = n_x\pi \quad n = 1, 2, 3, \ldots$$

$$k = k_{n_x} = \frac{n_x\pi}{L} \qquad E = E_n = \frac{\hbar^2}{2m}\frac{\pi^2}{L_x^2}n_x^2$$

$$1 = \int_0^L |\varphi(x)|^2 dx = |A|^2 \int_0^L \sin^2\left(\frac{n_x\pi}{L_x}x\right)dx = |A|^2 \frac{L_x}{n_x\pi}\int_0^{n_x\pi} \sin^2(u)\,du$$
$$= |A|^2 \frac{L_x}{n_x\pi}\frac{n_x\pi}{2}$$

scegliamo $A = \sqrt{\frac{2}{L_x}}$

autovalori di H $\quad E_{n_x n_y n_z} = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{L_x^2} + \frac{n_y^2}{L_y^2} + \frac{n_z^2}{L_z^2}\right)$

$$n_x, n_y, n_z = 1, 2, 3, \ldots$$

autofunzioni $\quad \varphi_{n_x n_y n_z}(x,y,z) = \sqrt{\frac{8}{L_x L_y L_z}}\sin\left(\frac{n_x\pi x}{L_x}\right)\sin\left(\frac{n_y\pi y}{L_y}\right)\sin\left(\frac{n_z\pi z}{L_z}\right)$

Nel caso di due particelle l'Hamiltoniana è

$H = H_1 + H_2 \quad$ con $[H_1, H_2] = 0$ e H_1, H_2 come sopra

Gli autovalori sono

$$E_{n_{1x} n_{1y} n_{1z} n_{2x} n_{2y} n_{2z}} = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{n_{1x}^2}{L_x^2} + \frac{n_{1y}^2}{L_y^2} + \frac{n_{1z}^2}{L_z^2}\right) + \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left(\frac{n_{2x}^2}{L_x^2} + \frac{n_{2y}^2}{L_y^2} + \frac{n_{2z}^2}{L_z^2}\right)$$

e le rispettive autofunzioni valgono

$$\psi_{n_{1x}n_{1y}n_{1z}\,n_{2x}n_{2y}n_{2z}}(\underline{r}_1,\underline{r}_2) = \varphi_{n_{1x}n_{1y}n_{1z}}(\underline{r}_1)\ \varphi_{n_{2x}n_{2y}n_{2z}}(\underline{r}_2)$$

$$n_{ix}, n_{iy}, n_{iz} = 1, 2, 3 \dots \qquad i = 1, 2 \qquad \underline{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$$

$$\varphi_{n_{ix}n_{iy}n_{iz}}(\underline{r}_i) = \sqrt{\frac{8}{L_x L_y L_z}}\ \sin\left(\frac{n_{ix}\pi x_i}{L_x}\right) \sin\left(\frac{n_{iy}\pi y_i}{L_y}\right) \sin\left(\frac{n_{iz}\pi z_i}{L_z}\right)$$

Sia $L_x > L_y > L_z$

a) Se le particelle sono distinguibili lo stato fondamentale ha energia

$$E_0 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\ 2\left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z}\right)$$

tale stato è non degenere e l'autofunzione corrispondente è

$$\psi_0(\underline{r}_1, \underline{r}_2) = \varphi_{111}(\underline{r}_1)\ \varphi_{111}(\underline{r}_2)$$

Il primo livello eccitato è

$$E_1 = \frac{\hbar^2\pi^2}{2m}\left[\left(\frac{4}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2}\right) + \left(\frac{1}{L_x^2} + \frac{1}{L_y^2} + \frac{1}{L_z^2}\right)\right]$$

$$= E_0 + \frac{3\hbar^2\pi^2}{2mL_x^2}$$

tale livello è doppiamente degenere ad esso corrispondono le due autofunzioni

$$\psi_{1,1}(\underline{r}_1, \underline{r}_2) = \varphi_{211}(\underline{r}_1)\ \varphi_{111}(\underline{r}_2)$$

$$\psi_{1,2}(\underline{r}_1, \underline{r}_2) = \varphi_{111}(\underline{r}_1)\ \varphi_{211}(\underline{r}_2)$$

b) Se le particelle sono bosoni di spin 0 indistinguibili anche il livello E_1 diventa non degenere e la relativa autofunzione è

$$\psi_1^+(\underline{r}_1, \underline{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varphi_{211}(\underline{r}_1)\ \varphi_{111}(\underline{r}_2) + \varphi_{111}(\underline{r}_1)\ \varphi_{211}(\underline{r}_2)\right)$$

c) Se le particelle sono fermioni indistinguibili di spin 1/2, le autofunzioni comuni di H, S^2 e S_z ($\underline{S}$ = spin totale) devono essere antisimmetriche per scambio delle due particelle.

Il livello fondamentale E_0 rimane non degenere con autofunzione

$$\psi_0(\underline{r}_1,\underline{r}_2)\otimes\chi_{0,0} = \varphi_1(x_1)\varphi_1(x_2)\,\varphi_1(y_1)\varphi_1(y_2)\,\varphi_1(z_1)\varphi_1(z_2)\otimes\chi_{0,0}$$

dove χ_{00} è lo stato di spin di singoletto

$$\chi_{0,0} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\chi_{\frac{1}{2}}\otimes\chi_{-\frac{1}{2}} - \chi_{-\frac{1}{2}}\otimes\chi_{\frac{1}{2}}\right) \qquad \chi_{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} \qquad \chi_{-\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

Il livello eccitato E_1 risulta invece 4 volte degenere con autofunzioni

$$\psi_1^+(\underline{r}_1\,\underline{r}_2)\otimes\chi_{00}$$

$$\psi_1^-(\underline{r}_1\,\underline{r}_2)\otimes\chi_{11}$$

$$\psi_1^-(\underline{r}_1\,\underline{r}_2)\otimes\chi_{10}$$

$$\psi_1^-(\underline{r}_1\,\underline{r}_2)\otimes\chi_{1-1}$$

dove χ_{10} χ_{11} χ_{1-1} sono gli stati di spin di tripletto

$$\chi_{10} = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\chi_{\frac{1}{2}}\otimes\chi_{-\frac{1}{2}} + \chi_{-\frac{1}{2}}\otimes\chi_{\frac{1}{2}}\right)$$

$$\chi_{11} = \chi_{\frac{1}{2}}\otimes\chi_{\frac{1}{2}} \qquad \chi_{1-1} = \chi_{-\frac{1}{2}}\otimes\chi_{-\frac{1}{2}}$$

e

$$\psi_1^{\pm}(\underline{r}_1,\underline{r}_2) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varphi_{111}(\underline{r}_1)\varphi_{211}(\underline{r}_2) \pm \varphi_{211}(\underline{r}_1)\varphi_{111}(\underline{r}_2)\right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\varphi_1(x_1)\varphi_2(x_2) \pm \varphi_2(x_1)\varphi_1(x_2)\right)\varphi_1(y_1)\varphi_1(y_2)\,\varphi_1(z_1)\varphi_1(z_2)$$

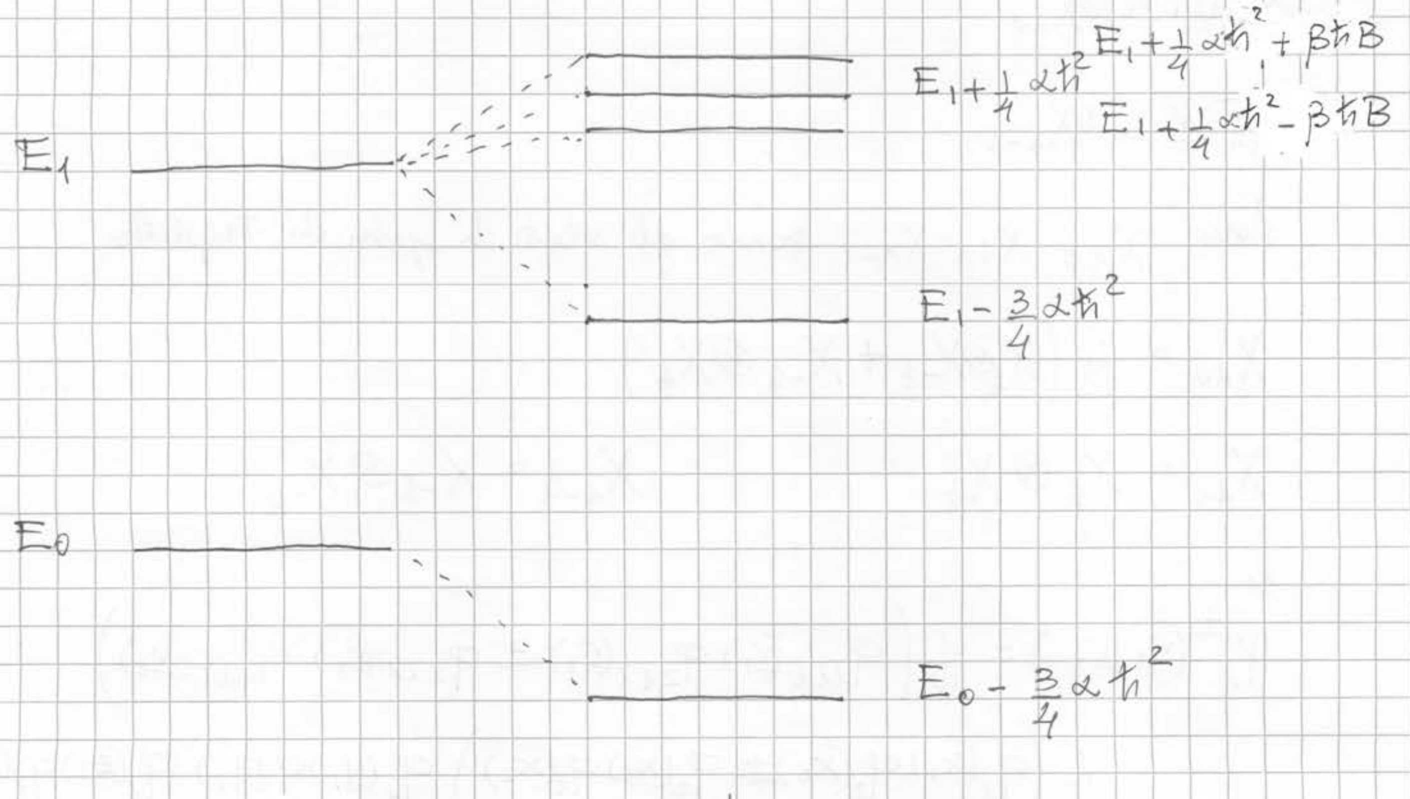
Scelto l'asse z nella direzione di $\underline{B}$ abbiamo

$$H' = \alpha\, \underline{S}_1 \cdot \underline{S}_2 + \beta\left(\underline{S}_1 + \underline{S}_2\right)\cdot \underline{B}$$
$$= \frac{\alpha}{2}\left(S^2 - \frac{3}{2}\hbar^2 \mathbb{1}\right) + \beta B\, S_z$$

Le autofunzioni comuni di H, S^2 e S_z trovate prima sono anche autofunzioni di $H+H'$. Gli autovalori E_0 e E_1 di H diventano tutti non degeneri

$$E_0 \to E_0 - \frac{3}{4}\alpha\hbar^2 \qquad \psi_0(\underline{r}_1,\underline{r}_2)\otimes\chi_{00}$$

$$E_1 \to \begin{cases} E_1 - \frac{3}{4}\alpha\hbar^2 & \psi_1^+(\underline{r}_1,\underline{r}_2)\otimes\chi_{00} \\ E_1 + \frac{1}{4}\alpha\hbar^2 + \beta B\hbar & \psi_1^-(\underline{r}_1,\underline{r}_2)\otimes\chi_{11} \\ E_1 + \frac{1}{4}\alpha\hbar^2 & \psi_1^-(\underline{r}_1,\underline{r}_2)\otimes\chi_{10} \\ E_1 + \frac{1}{4}\alpha\hbar^2 - \beta B\hbar & \psi_1^-(\underline{r}_1,\underline{r}_2)\otimes\chi_{1-1} \end{cases}$$



Poiché la misura di L^2 fornisce con certezza il valore $2\hbar^2$, lo stato $|\psi_0\rangle$ deve essere una sovrapposizione di stati $|l\ m\rangle$ con $l=1$ e $m=-1,0,1$

$$|\psi_0\rangle = \alpha\,|1\ 1\rangle + \beta\,|1\ 0\rangle + \gamma\,|1\ -1\rangle$$

Poiché una misura di L_x fornisce con certezza $\hbar$, lo stato $|\psi_0\rangle$ deve essere autostato di L_x con autovalore $\hbar$

$$L_x\,|\psi_0\rangle = \hbar\,|\psi_0\rangle$$

Usando $L_\pm|1\ m\rangle = \hbar\sqrt{2-m(m\pm1)}\ |1\ m\pm1\rangle$
e $L_x = \frac{1}{2}(L_+ + L_-)$ si ha

$$\frac{1}{2}\Big(\hbar\sqrt{2}\,\alpha|1\ 0\rangle + \hbar\sqrt{2}\,\beta\,|1\ 1\rangle + \hbar\sqrt{2}\,\beta\,|1\ -1\rangle + \hbar\sqrt{2}\,\gamma\,|1,0\rangle\Big)$$

$$= \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\Big(\beta\,|1\ 1\rangle + (\alpha+\gamma)\,|1\ 0\rangle + \beta\,|1\ -1\rangle\Big)$$

$$= \hbar\Big(\alpha\,|1\ 1\rangle + \beta\,|1\ 0\rangle + \gamma\,|1\ -1\rangle\Big)$$

da cui si ottiene il sistema di equazioni

$$\begin{cases} \beta = \sqrt{2}\,\alpha \\ \alpha+\gamma = \sqrt{2}\,\beta \\ \beta = \sqrt{2}\,\gamma \end{cases}$$

che ha soluzione $\gamma=\alpha \quad \beta=\sqrt{2}\,\alpha$
con α determinabile dalla condizione di normalizzazione

$$1 = \langle\psi_0|\psi_0\rangle = |\alpha|^2(1+2+1) = 4|\alpha|^2 \Rightarrow \alpha=\frac{1}{2}$$

avendo usato $\langle l\,m\,|\,l'm'\rangle = \delta_{ll'}\,\delta_{mm'}$

In conclusione, a meno di un fattore di fase (scelto di α reale),

$$|\psi_0\rangle = \frac{1}{2}|1\,1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1,0\rangle + \frac{1}{2}|1\,-1\rangle$$

Usando $H|l,m\rangle = \left(\frac{\hbar^2 l(l+1)}{2I} + \hbar g B m\right)|l,m\rangle$ abbiamo

$$|\psi(t)\rangle = e^{-\frac{i}{\hbar}Ht}|\psi_0\rangle$$

$$= e^{-\frac{i}{\hbar}\left(\frac{\hbar^2 2}{2I} + \hbar g B\right)t}\frac{1}{2}|1\,1\rangle + e^{-\frac{i}{\hbar}\frac{\hbar^2 2}{2I}t}\frac{1}{\sqrt{2}}|1\,0\rangle + e^{-\frac{i}{\hbar}\left(\frac{\hbar^2 2}{2I} - \hbar g B\right)t}\frac{1}{2}|1\,-1\rangle$$

$$= e^{-i\frac{\hbar t}{I}}\left(\frac{1}{2}e^{-igBt}|1\,1\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\,0\rangle + \frac{1}{2}e^{igBt}|1\,-1\rangle\right)$$

Trascurando il fattore di fase $e^{-i\frac{\hbar t}{I}}$ abbiamo

$$L_x|\psi(t)\rangle = \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}|1\,1\rangle + \cos(gBt)|1\,0\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|1\,-1\rangle\right)$$

$$L_x^2|\psi(t)\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\left(\cos(gBt)|1\,1\rangle + \sqrt{2}|1\,0\rangle + \cos(gBt)|1\,-1\rangle\right)$$

quindi

$$\langle\psi(t)|L_x^2|\psi(t)\rangle = \frac{\hbar^2}{2}\left(\frac{1}{2}\cos^2(gBt) + 1 + \frac{1}{2}\cos^2(gBt)\right)$$

$$= \frac{\hbar^2}{2}\left(1 + \cos^2(gBt)\right)$$

Nota bene: $L_x\left(\alpha|1\,1\rangle + \beta|1\,0\rangle + \gamma|1\,-1\rangle\right)$

$$= \frac{\hbar}{\sqrt{2}}\left(\beta|1\,1\rangle + (\alpha+\gamma)|1\,0\rangle + \beta|1\,-1\rangle\right)$$

quindi $L_x^2\left(\alpha|1\,1\rangle + \beta|1\,0\rangle + \gamma|1\,-1\rangle\right)$

$$= \frac{\hbar^2}{2}\left((\alpha+\gamma)|1\,1\rangle + 2\beta|1\,0\rangle + (\alpha+\gamma)|1\,-1\rangle\right)$$

Il numero di microstati è

$$M = \sum_{j=0}^{N} g_j = \sum_{j=0}^{N} \binom{N}{j} = \sum_{j=0}^{N} \binom{N}{j} 1^{N-j} 1^j = 2^N$$

La funzione di partizione vale

$$Z(\beta) = \mathrm{tr}\, e^{-\beta H} = \sum_{j=0}^{N} g_j e^{-\beta E_j}$$

$$= \sum_{j=0}^{N} \binom{N}{j} e^{\beta\Gamma(N-j)} 1^j$$

$$= \left(1 + e^{\beta\Gamma}\right)^N$$

L'energia media è

$$E = -\frac{\partial}{\partial\beta} \log Z = -\frac{\partial}{\partial\beta} N \log\left(1+e^{\beta\Gamma}\right)$$

$$= -N \frac{\Gamma e^{\beta\Gamma}}{1+e^{\beta\Gamma}} = -N\Gamma \frac{1}{1+e^{-\beta\Gamma}}$$

l'energia libera vale

$$F = -k_B T \log Z = -k_B T N \log\left(1+e^{\beta\Gamma}\right)$$

e quindi l'entropia è data da

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} = k_B N \log\left(1+e^{\beta\Gamma}\right) + k_B T N \frac{e^{\beta\Gamma} \frac{-\Gamma}{k_B T^2}}{1+e^{\beta\Gamma}}$$

$$= N k_B \left(\log\left(1+e^{\beta\Gamma}\right) - \frac{\beta\Gamma}{1+e^{-\beta\Gamma}} \right)$$

$\lim_{T\to 0} E = \lim_{\beta\to\infty} E = -N\Gamma$ il sistema occupa il microstato di energia minima

$\lim_{T\to 0} S = \lim_{\beta\to\infty} S = 0$ con entropia nulla cioè con probabilità 1.

$\lim_{T\to\infty} E = \lim_{\beta\to 0} E = -\frac{N\Gamma}{2}$ il sistema occupa tutti i microstati con uguale probabilità le energie E_j sono distribuite simmetricamente intorno al valore $E_{\frac{N}{2}} = -\Gamma\frac{N}{2}$ (assumiamo N pari)

$\lim_{T\to\infty} S = \lim_{\beta\to 0} S = N k_B \log 2 = k_B \log 2^N = k_B \log M$

l'entropia è massima e pari a $k_B \log$ (# microstati)