

Modello Standard

- Accoppiamenti del W
- correnti cariche e correnti neutre
- Le interazioni nel Modello Standard
- Angolo di Weinberg
- Accoppiamenti dello Z con i fermioni

Organizzazione in doppietti

- Le particelle sono organizzate in doppietti di isospin debole:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\mu \\ \mu^- \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} \nu_\tau \\ \tau^- \end{pmatrix}_L$$
$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix}_L \quad \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix}_L$$

il pedice "L" ricorda che questa organizzazione riguarda solo gli stati chirali levogiri, perché il W si accoppia solo con questi stati per via del fattore $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ presente nella Lagrangiana.

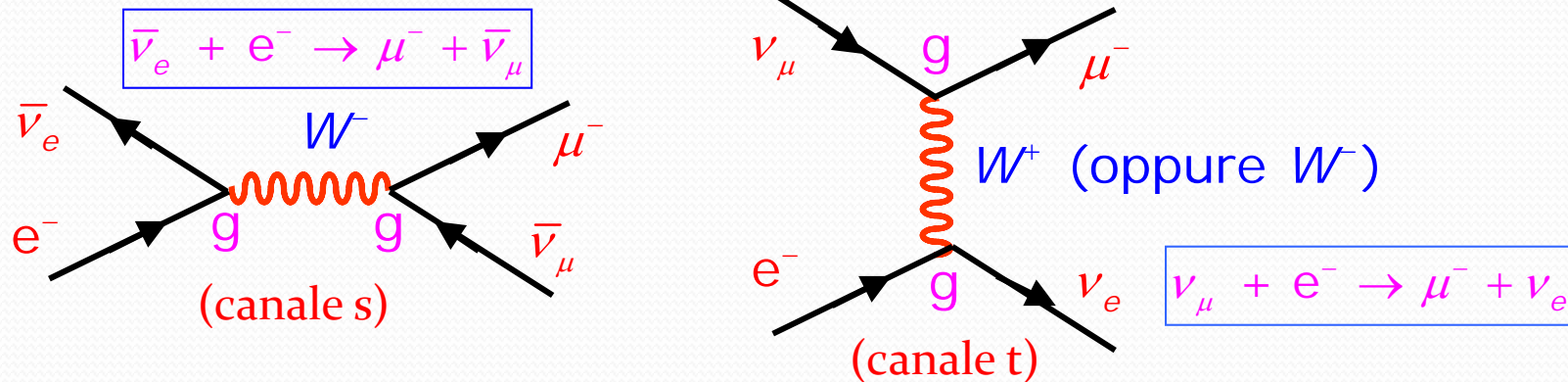
- Gli stati destrogiri costituiscono un singoletto di isospin debole:

$$e^-_R, \mu^-_R, \tau^-_R, u_R, d'_R, c_R, s'_R, t_R, b'_R$$

- Il neutrino destrogiro non viene preso in considerazione perché, anche se esistesse, non si accoppierebbe a nulla (le cose cambiano se i neutrini avessero massa, come si evince dalle oscillazioni dei neutrini).
- Per le antiparticelle occorre prendere in considerazione gli stati con chiralità opposta, vale a dire doppietti destrogiri e singoletti levogiri.

Accoppiamenti del W

- Il W (carico) si accoppia con particelle del doppietto producendole entrambe (canale s) oppure inducendo una transizione nell'altra particella (canale t).



- N.B. Nel canale s la carica del bosone W è univoca perché i due vertici sono temporalmente separati, mentre nel canale t non lo sono (il time order product tiene conto automaticamente di questa cosa), quindi si può avere lo scambio di un W^+ oppure di W^- . Ai fini del calcolo la cosa è perfettamente analoga.
- Il W si accoppia ad una corrente carica in quanto si ha una transizione tra i due stati del doppietto di isospin debole, la cui carica differisce di uno.
- L'elemento di matrice si può scrivere come:

$$M = \frac{g}{\sqrt{2}} (J^\mu)^+ \frac{1}{M_W^2 - q^2} \frac{g}{\sqrt{2}} (J^\mu)$$

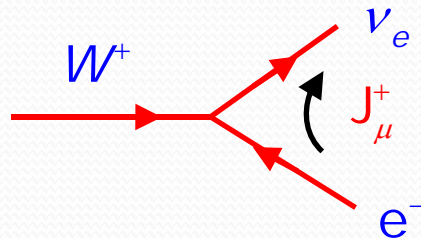
Correnti cariche

- Corrente di innalzamento della carica dell'elettrone e dei quark:

$$J_e^\mu = \bar{u}(e) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} u(e)$$

$$J_q^\mu = \bar{u}(q) \gamma^\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} u(q')$$

- La corrente carica di innalzamento ha la forma:



$$J_\mu^+ = \bar{u}(\nu_e) \gamma_\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} u(e)$$

- L'operatore $\frac{1}{2}(1-\gamma^5)$ è il proiettore dello stato chirale levogiro per le particelle e dello stato chirale destro per le antiparticelle, i quali coincidono con gli stati aventi elicità negativa e positiva per particelle di massa nulla:

$$\frac{1 - \gamma^5}{2} u \equiv u_L ; \quad \bar{u}_L = \bar{u} \frac{1 + \gamma^5}{2} ; \quad \frac{1 - \gamma^5}{2} v \equiv v_R ; \quad \bar{v}_R = \bar{v} \frac{1 + \gamma^5}{2}$$

- Ricordiamo inoltre che:

$$\gamma_\mu \frac{1 - \gamma^5}{2} = \frac{1 + \gamma^5}{2} \gamma_\mu \frac{1 - \gamma^5}{2}$$

Correnti cariche

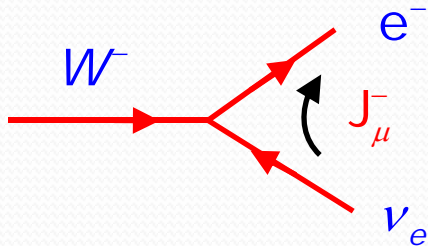
- La Lagrangiana della QED si scrive come:

$$J_{\mu}^{+} = \bar{\nu} \frac{1 + \gamma^5}{2} \gamma_{\mu} \frac{1 - \gamma^5}{2} e = \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} e_L$$

N.B. Indichiamo con $\bar{\nu}$ ed e gli spinori.

abbiamo così ottenuto una corrente puramente vettoriale che si accoppia soltanto alle componenti levogire delle particelle.

- Scriviamo ora la corrente di abbassamento della carica:



$$J_{\mu}^{-} = \bar{e} \gamma_{\mu} \frac{1 - \gamma^5}{2} \nu = \bar{e} \frac{1 + \gamma^5}{2} \gamma_{\mu} \frac{1 - \gamma^5}{2} \nu = \bar{e}_L \gamma_{\mu} \nu_L$$

N.B. indichiamo gli spinori con il nome della particella senza distinguere tra u e v

- Ricordiamo la corrente elettromagnetica:

$$J_{\mu}^{e.m.} = -\bar{e} \gamma_{\mu} e = -(\bar{e}_R \gamma_{\mu} e_R + \bar{e}_L \gamma_{\mu} e_L)$$

Una corrente vettoriale non mescola gli stati levogiri con quelli destrigiri

Correnti cariche

- In maniera compatta, le due correnti cariche di innalzamento e di abbassamento si possono scrivere nel modo seguente:

$$\chi_L = \begin{pmatrix} \nu_e \\ e^- \end{pmatrix}_L ; \bar{\chi}_L = (\bar{\nu}_e \ e^-) ; \sigma^\pm = \frac{1}{2}(\sigma_1 \pm i\sigma_2)$$

$$\sigma^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ; \sigma^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$



$$J_\mu^\pm = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \sigma^\pm \chi_L$$

- Se ora richiediamo che le interazioni deboli siano invarianti per rotazioni nello spazio dell'isospin debole, occorre introdurre una terza corrente di isospin che conservi la carica:

$$J_\mu^3 = \bar{\chi}_L \gamma_\mu \frac{1}{2} \sigma^3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_\mu e_L$$

$$\sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- Questa corrente non può essere associata direttamente alla corrente debole neutra (scambio dello Z) perché J_μ^3 si accoppia solo alle componenti levogire, mentre lo Z si accoppia anche a quelle destrógire.
- Per cercare di risolvere il problema Glashow propose di trattare simultaneamente le interazioni elettromagnetiche (che sono descritte da una corrente neutra) e le interazioni deboli.

Correnti neutre

- Nel 1961 Glashow suggerì l'introduzione di una corrente di ipercarica debole:

$$J_{\mu}^Y = \bar{\Psi} \gamma^{\mu} Y \Psi$$

dove l'ipercarica debole Y è collegata alla terza componente dell'isospin debole attraverso una relazione analoga a quella di Gell-Mann Nishijima

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} Y$$

quindi:

$$J_{\mu}^{em} = J_{\mu}^3 + \frac{1}{2} J_{\mu}^Y$$

- La corrente e.m. è una combinazione della corrente di ipercarica debole e della terza componente della corrente di isospin debole.
- L'ipercarica debole Y è il generatore della simmetria del gruppo $U(1)_Y$, quindi l'unificazione delle interazioni deboli e delle interazioni elettromagnetiche ha rivelato l'esistenza di un gruppo di simmetria più grande:

$$SU(2)_L \otimes U(1)_Y$$

Numeri quantici

- I numeri quantici della prima famiglia di particelle sono:

	I	I ₃	Q	Y
ν_e	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1
e_L^-	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	-1	-1
e_R^-	0	0	-1	-2
u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$
d_L'	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
u_R	0	0	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{3}$
d_R'	0	0	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{2}{3}$

$$Y = 2(Q - I_3)$$

N.B. I membri di uno stesso doppietto hanno la stessa ipercarica.

La corrente di ipercarica si può scrivere come:

$$\begin{aligned} J_\mu^Y &= 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3 = \\ &= -2(\bar{e}_R \gamma_\mu e_R + \bar{e}_L \gamma_\mu e_L) - (\bar{\nu}_L \gamma_\mu \nu_L - \bar{e}_L \gamma_\mu e_L) = \\ &= -2 \cdot (\bar{e}_R \gamma_\mu e_R) - 1 \cdot (\bar{\chi}_L \gamma_\mu \chi_L) \end{aligned}$$

ipercarica

- Per i quark si ha:

$$J_\mu^Y = \frac{4}{3} \cdot (\bar{u}_R \gamma_\mu u_R) - \frac{2}{3} \cdot (\bar{d}'_R \gamma_\mu d'_R) + \frac{1}{3} (\bar{u}_L \gamma_\mu u_L + \bar{d}'_L \gamma_\mu d'_L)$$

Le interazioni nel Modello Standard

- Per preservare l'invarianza di gauge della simmetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ del modello di GWS, è necessario introdurre 3 bosoni vettore W associati all'isospin debole ed un bosone vettore B associato all'ipercarica.

- L'interazione ha la forma:

$$-i \left(g \vec{J}_\mu \cdot \vec{W}^\mu + \frac{1}{2} g' J_\mu^Y \cdot B^\mu \right)$$

g e g' sono due costanti di accoppiamento

\vec{J}_μ e \vec{W}_μ : vettori nello spazio dell'isospin debole

- in termini delle correnti cariche $\vec{J}_\mu^\pm = J_\mu^1 \pm iJ_\mu^2$ si ha:

$$\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}_\mu = J_\mu^1 W^{\mu 1} + J_\mu^2 W^{\mu 2} + J_\mu^3 W^{\mu 3}$$



$$\vec{J}_\mu \cdot \vec{W}_\mu = \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^+ W^{\mu +} + \frac{1}{\sqrt{2}} J_\mu^- W^{\mu -} + J_\mu^3 W^{\mu 3}$$

- dove:

$$W^{\mu \pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (W^{\mu 1} \mp i W^{\mu 2})$$

$W^{\mu \pm}$ descrivono bosoni carichi massivi W^\pm , mentre $W^{\mu 3}$ e B^μ sono campi neutri

Le interazioni nel M.S.

- Nel modello di GWS la simmetria $SU(2)_L \times U(1)_Y$ è “rotta” ed i campi neutri si mescolano per dar luogo ad una combinazione priva di massa (il fotone) ed ad una combinazione massiva (lo Z)

$$\begin{array}{l} A_\mu = \cos \theta_W B_\mu + \sin \theta_W W_\mu^3 \\ Z_\mu = -\sin \theta_W B_\mu + \cos \theta_W W_\mu^3 \end{array} \iff \begin{array}{l} W_\mu^3 = \sin \theta_W A_\mu + \cos \theta_W Z_\mu \\ B_\mu = \cos \theta_W A_\mu - \sin \theta_W Z_\mu \end{array}$$

θ_W : angolo di Weinberg (angolo weak)

- In termini dei campi A_μ e Z_μ , l'interazione di corrente neutra diventa:

$$-i \left(g J_\mu^3 \cdot W^{\mu 3} + \frac{1}{2} g' J_\mu^Y \cdot B^\mu \right) = -i \left(g \sin \theta_W J_\mu^3 + g' \cos \theta_W \frac{J_\mu^Y}{2} \right) A^\mu - i \left(g \cos \theta_W J_\mu^3 - g' \sin \theta_W \frac{J_\mu^Y}{2} \right) Z^\mu$$

- Il primo termine si può identificare con l'interazione elettromagnetica:

$$-ie J_\mu^{em} \cdot A^\mu$$

Ricordiamo inoltre che:

$$J_\mu^{em} = J_\mu^3 + \frac{1}{2} J_\mu^Y$$

- Le due espressioni sono consistenti se:

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e$$



$$e = \frac{gg'}{\sqrt{g'^2 + g^2}}$$

Angolo di Weinberg

- L'angolo di mixing debole dipende direttamente dalle costanti di accoppiamento di $SU(2)_L \times U(1)_Y$

$$g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e$$



$$\tan \theta_W = \frac{g'}{g}$$

- Il modello di GWS non predice il valore di θ_W che deve essere misurato.
- Naturalmente, affinché il modello sia valido, tutti i fenomeni elettrodeboli devono essere descritti da un unico angolo θ_W .
- Molte delle verifiche sperimentali del modello sono consistite nella misura dell'angolo θ_W e nel confronto tra questi valori.

ATTENZIONE

- Esistono due definizioni dell'angolo di Weinberg:

$$\text{masse: } m_W = m_Z \cos \theta_W$$

$$\text{accoppiamenti: } g \sin \theta_W = g' \cos \theta_W = e$$

- A livello “albero” (livello fondamentale) le due definizioni coincidono, ma le correzioni radiative modificano in maniera diversa le due espressioni, quindi occorre specificare lo schema di rinormalizzazione adottato.
(Questo ha causato qualche piccolo problema in più ai tempi di Lep).

Interazione dello Z: corrente neutra

- Riprendiamo in esame il termine di interazione dello Z:

$$-i \left(g \cos \theta_W J_\mu^3 - g' \sin \theta_W \frac{J_\mu^Y}{2} \right) Z^\mu$$

inoltre

$$J_\mu^Y = 2J_\mu^{em} - 2J_\mu^3$$

$$\begin{aligned} \rightarrow &= -i \left[g \cos \theta_W J_\mu^3 - g' \sin \theta_W (J_\mu^{em} - J_\mu^3) \right] Z^\mu = -i \left[g \cos \theta_W J_\mu^3 - g' \sin \theta_W J_\mu^{em} + g' \sin \theta_W J_\mu^3 \right] Z^\mu = \\ &= -i \left[g \frac{\cos^2 \theta_W}{\cos \theta_W} J_\mu^3 - g \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} J_\mu^{em} + g \frac{\sin^2 \theta_W}{\cos \theta_W} J_\mu^3 \right] Z^\mu = \\ &= -i \frac{g}{\cos \theta_W} \left[J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{em} \right] Z^\mu = -i \frac{g}{\cos \theta_W} J_\mu^{N.C.} Z^\mu \end{aligned}$$

$$\left\langle \text{ricorda: } g' = g \frac{\sin \theta_W}{\cos \theta_W} \right\rangle$$

- Abbiamo ricavato una corrente neutra che si accoppia con lo Z:

$$J_\mu^{N.C.} = J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{em}$$

Si accoppia sia agli stati levogiri che destrogiri (carichi)

Si accoppia solo agli stati levogiri

- Lo Z si accoppia sia agli stati levogiri che destrogiri. L'accoppiamento dipende dai numeri quantici delle particelle coinvolte.

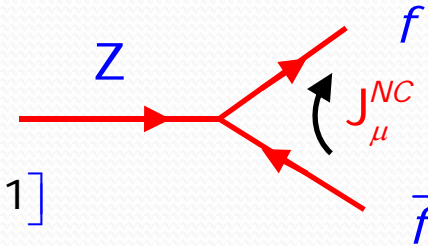
N.B. lo Z si accoppia solo a neutrini levogiri.

Determinazione di c_V e c_A

- La corrente debole si può scrivere in termini degli accoppiamenti assiali e vettoriali:

$$J_\mu^{N.C.}(f) = \bar{u}_f \gamma_\mu \frac{1}{2} (c_V^f - c_A^f \gamma^5) u_f$$

[per le correnti cariche $c_V = c_A = 1$]



- L'accoppiamento dello Z con $f\bar{f}$ si può scrivere:

$$-i \frac{g}{\cos \theta_W} [J_\mu^3 - \sin^2 \theta_W J_\mu^{em}] Z^\mu = -i \frac{g}{\cos \theta_W} \bar{u}_f \gamma_\mu \left[\frac{1 - \gamma^5}{2} I_3^f - Q \sin^2 \theta_W \right] u_f \cdot Z^\mu$$

- Gli accoppiamenti vettoriali e assiali sono dati dai coefficienti dei termini:

$$\bar{u}_f \gamma_\mu u_f \quad \text{e} \quad \bar{u}_f \gamma_\mu \gamma^5 u_f$$

quindi abbiamo

$$c_V = I_3^f - 2Q^f \sin^2 \theta_W \quad \text{e} \quad c_A = I_3^f$$

N.B. La corrente neutra non è del tipo V-A, quindi lo Z si accoppia sia a particelle levogire che destrogire.

Accoppiamenti c_V e c_A

	I_3^f	Q^f	c_A^f	c_V^f
ν_e	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
e_L^-	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W$
u_L	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2} - \frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$
d_L'	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$
e_R^-	0	-1	0	$2 \sin^2 \theta_W$
u_R	0	$\frac{2}{3}$	0	$-\frac{4}{3} \sin^2 \theta_W$
d_R'	0	$-\frac{1}{3}$	0	$\frac{2}{3} \sin^2 \theta_W$

$$c_V = I_3^f - 2Q^f \sin^2 \theta_W$$

$$c_A = I_3^f$$

il neutrino destroiro ha sia c_V che c_A uguale a zero, quindi non compare nella tabella.

Nell'accoppiamento compare $\sin^2 \theta_W$, che è la grandezza che viene misurata sperimentalmente

- Negli accoppiamenti delle particelle destrogire non c'è il termine assiale perché queste particelle interagiscono solo tramite l'interazione elettromagnetica che è di tipo vettoriale.
- Le correzioni radiative modificano questi accoppiamenti al livello del percento. A Lep sono stati misurati gli accoppiamenti dello Z con un errore di questo ordine di grandezza ed è stato possibile quindi verificare la precisione delle correzioni radiative del Modello Standard.

Accoppiamenti dello Z agli stati levogiri e destrogiri

- il W si accoppia solo agli stati levogiri per via del fattore $(1-\gamma^5)/2$
- Lo Z si accoppia sia agli stati levogiri che destrogiri perché il suo accoppiamento è del tipo $(c_V - c_A \gamma^5)/2$.

$$J_{\mu}^{N.C.}(f) = \bar{u}_f \gamma_{\mu} \frac{1}{2} (c_V^f - c_A^f \gamma^5) u_f$$

- La corrente neutra si può esprimere anche in termini di accoppiamento con gli stati levogiri e destrogiri:

$$J_{\mu}^{N.C.}(f) = g_L \bar{u}_L^f \gamma_{\mu} u_L^f + g_R \bar{u}_R^f \gamma_{\mu} u_R^f$$

Poniamo: $c_V = g_L + g_R$; $c_A = g_L - g_R$

➡ $\frac{1}{2} (c_V^f - c_A^f \gamma^5) = \frac{1}{2} [g_L + g_R - (g_L - g_R) \gamma^5] = g_L \frac{1 - \gamma^5}{2} + g_R \frac{1 + \gamma^5}{2}$

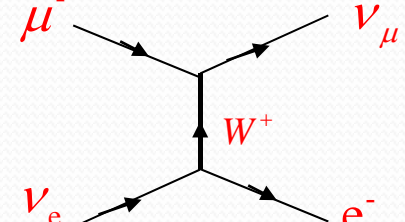
➡ $g_L = \frac{c_V + c_A}{2} = I_3^f - Q^f \sin^2 \theta_W$ $g_R = \frac{c_V - c_A}{2} = -Q^f \sin^2 \theta_W$

- Da qui si vede che il neutrino non ha accoppiamento destrogiri.

Relazione tra G e correnti neutre

- Dal confronto della teoria di Fermi con il modello di GWS per le correnti cariche (vedi decadimento del muone) si trova la relazione:

$$\frac{G}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M_W^2}$$



$q^2 \ll M_W^2$

→

$$\mathcal{M}^{CC} = \left(\frac{g}{\sqrt{2}} J^\mu \right) \frac{1}{M_W^2} \left(\frac{g}{\sqrt{2}} J_\mu^+ \right)$$

- In un processo con corrente neutra dove $q^2 \ll M_Z^2$, si può scrivere:

$$\mathcal{M}^{NC} = \left(\frac{g}{\cos \theta_W} J_\mu^{NC} \right) \frac{1}{M_Z^2} \left(\frac{g}{\cos \theta_W} J^{NC\mu} \right)$$

→

$$\mathcal{M}^{NC} = \frac{g^2}{\cos^2 \theta_W} \frac{1}{M_Z^2} J_\mu^{NC} J^{NC\mu}$$

- Si introduce un parametro ρ che tiene conto dell'intensità relativa delle correnti deboli neutre e di quelle cariche, legato alla massa dei bosoni:

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W}$$

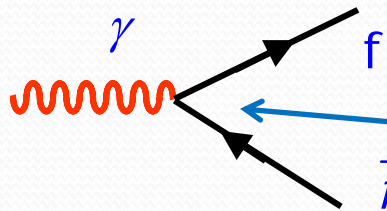
Nel MS, a livello albero (livello fondamentale), $\rho=1$.
Le correzioni radiative, o la presenza di nuova fisica, modificano questa relazione.

- Quindi di solito l'ampiezza delle correnti neutre si scrive nel modo seguente, dove interviene la costante di Fermi.

$$\mathcal{M}^{NC} = \frac{4G}{\sqrt{2}} 2\rho J_\mu^{NC} J^{NC\mu}$$

Regole di Feynman per i vertici

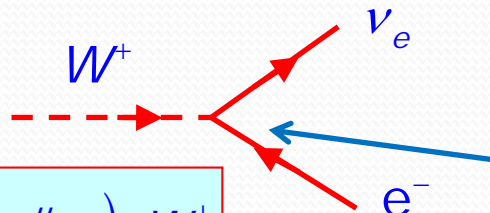
- Interazione elettromagnetica:



$$-ie(j^{em})^\mu \cdot A_\mu = -ie(\bar{\psi}\gamma^\mu Q_f\psi) \cdot A_\mu$$

$$-ieQ_f\gamma^\mu \text{ vertice}$$

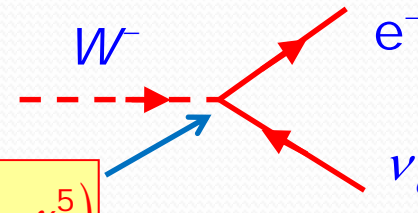
- Interazione debole di corrente carica:



$$-i\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{\nu}_L\gamma^\mu e_L) \cdot W_\mu^+$$

vertice

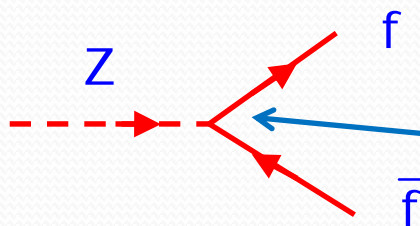
$$-i\frac{g}{\sqrt{2}}\gamma^\mu \frac{1}{2}(1-\gamma^5)$$



$$g = \frac{e}{\sin\theta_W}$$

$$-i\frac{g}{\sqrt{2}}(\bar{e}_L\gamma^\mu \nu_L) \cdot W_\mu^-$$

- Interazione debole di corrente neutra:



$$-i\frac{g}{\cos\theta_W}[\mathcal{J}_\mu^\beta - \sin^2\theta_W J_\mu^{em}] Z^\mu = -i\frac{g}{\cos\theta_W}\left[\bar{u}_f\gamma_\mu \frac{1}{2}(c_V^f - c_A^f\gamma^5)u_f\right] Z^\mu$$

$$-i\frac{g}{\cos\theta_W}\gamma^\mu \frac{1}{2}(c_V^f - c_A^f\gamma^5) \text{ vertice}$$

c_V e c_A determinano l'intensità dell'accoppiamento dello Z con i fermioni.