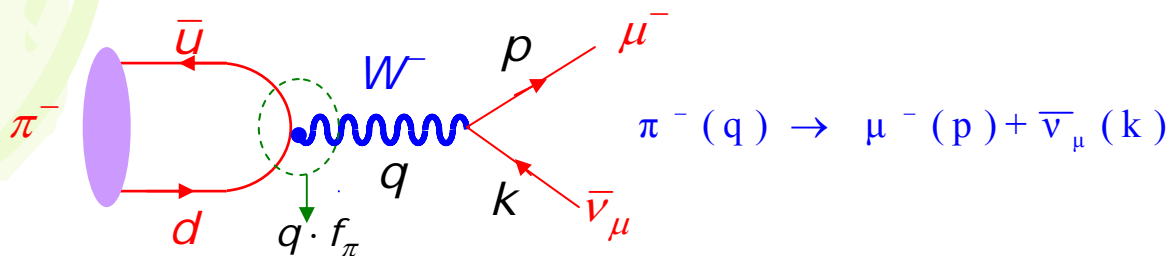


# Interazioni deboli

- **Decadimento beta.**
- **Violazione della parità nelle int. deboli**
- **Teoria a due componenti del neutrino.**
- **Esperimento di Goldhaber.**
- **Interazione V-A.**
- **Il bosone W.**
- **Angolo di Weinberg.**
- **Decadimento del pione carico.**
- **Decadimento del K carico in muone.**
- **Angolo di Cabibbo.**
- **Organizzazione delle particelle in doppietti di isospin.**
- **Effetto GIM.**
- **Introduzione del quark charm.**
- **Matrice CKM.**

# Decadimento del pione



- L'ampiezza è della forma:  $\mathcal{M} = \frac{G}{\sqrt{2}} (\dots)^\mu (\bar{u}(p)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(k))$

$(\dots)^\mu$  rappresenta la corrente debole dei quark

- se i quark fossero liberi si potrebbe scriverla come:

$$(\dots)^\mu = (\bar{u}_d \gamma^\mu (1 - \gamma^5) v_{\bar{u}})$$

ma questo non è corretto perché i quark  $\bar{u}$  e  $d$  non sono liberi ma sono legati per formare il mesone  $\pi^-$

- Tuttavia:

- $\mathcal{M}$  è un invariante di Lorentz, quindi  $(\dots)^\mu$  deve essere un vettore oppure un vettore assiale
- Il  $\pi^-$  ha spin zero quindi il quadrimpulso  $q^\mu$  è il solo quadrivettore disponibile per costruire  $(\dots)^\mu$

$$\Rightarrow (\dots)^\mu = q^\mu \cdot f(q^2) = q^\mu \cdot f_\pi$$

$f$  è funzione solo di  $q^2$  perché è il solo scalare che si può costruire

$$\Rightarrow q^2 = m_\pi^2 \Rightarrow f(m_\pi^2) \equiv f_\pi \quad (f_\pi \text{ è una costante})$$

$$\Rightarrow \mathcal{M} = \frac{G}{\sqrt{2}} (p^\mu + k^\mu) f_\pi (\bar{u}(p)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(k)) \quad (q^\mu = p^\mu + k^\mu)$$

- memento: eq. di Dirac  $(\gamma^\mu p_\mu - m)u = 0$  ;  $(\gamma^\mu p_\mu + m)v = 0$

$$\Rightarrow \bar{u}(p)\gamma^\mu p_\mu = m_\mu \bar{u}(p) \quad ; \quad \gamma^\mu k_\mu v(k) = 0$$

$$\Rightarrow \mathcal{M} = \frac{G}{\sqrt{2}} f_\pi \cdot m_\mu \cdot (\bar{u}(p)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(k))$$

# Decadimento del pione

$$\Rightarrow \mathcal{M} = \frac{G}{\sqrt{2}} f_\pi \cdot m_\mu \cdot (\bar{u}(p)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(k))$$

- Nel sistema del centro di massa del pione, la probabilità di transizione per unità di tempo vale:

$$d\Gamma = \frac{1}{2m_\pi} \overline{\mathcal{M}^2} \frac{d^3p}{(2\pi)^3 2E} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 2\omega} (2\pi)^4 \delta(q - p - k)$$

Somma sugli spin finali e media su quelli iniziali
Spazio delle fasi del muone
Spazio delle fasi del neutrino
Conservazione del quadrimpulso

- il pione ha spin zero, quindi non va fatta la media sugli spin iniziali, mentre la somma sugli spin del muone e del neutrino viene fatta usando il meccanismo della "tracciologia" delle matrici  $\gamma$

$$\overline{\mathcal{M}^2} = \frac{G^2}{2} f_\pi^2 m_\mu^2 \cdot \text{Tr}[(\not{p} + m_\mu)(1 - \gamma^5)\not{k}(1 + \gamma^5)] = 4G^2 f_\pi^2 m_\mu^2 (p \cdot k)$$

- nel centro di massa del pione si ha:  $\vec{k} = -\vec{p}$ , quindi:

$$p \cdot k = E\omega - \vec{k} \cdot \vec{p} = E\omega + k^2 = \omega(E + \omega)$$

- mettendo tutto insieme si ha:

$$\Gamma = \frac{G^2 f_\pi^2 m_\mu^2}{(2\pi)^2 2m_\pi} \int \frac{d^3p d^3k}{E\omega} \omega(E + \omega) \delta(m_\pi - E - \omega) \delta^{(3)}(\vec{k} + \vec{p})$$

- L'integrazione in  $d^3p$  viene presa in considerazione dalla  $\delta^{(3)}$ , e dato che non c'è nessuna dipendenza angolare, rimane solo l'integrazione in  $d\omega$

- Il risultato finale è il seguente:

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{G^2}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2$$

N.B. in realtà quello che abbiamo calcolato è la larghezza parziale di decadimento del pione in muone-neutrino, ma dato che, come vedremo, questo è il canale largamente dominante, allora essa è circa uguale alla larghezza totale e quindi all'inverso della vita media

$$\Gamma_{tot} = \sum \Gamma_{parz.} \Rightarrow \tau = \frac{1}{\Gamma_{tot}}$$

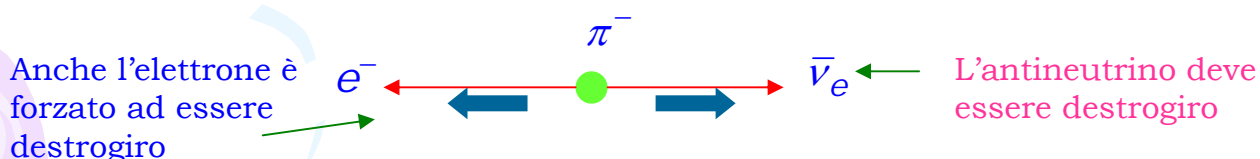
# Decadimento del pione

$$\Gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{G^2}{8\pi} f_\pi^2 m_\pi m_\mu^2 \left(1 - \frac{m_\mu^2}{m_\pi^2}\right)^2$$

- Se prendiamo il valore di G misurato nel decadimento  $\beta$  o nel decadimento del muone ed assumiamo che  $f_\pi = m_\pi$  (quanto meno per far tornare l'analisi dimensionale) si ritrova la vita media del pione:  $2.6 \cdot 10^{-8}$  s
- Questo non è un test stringente della teoria perché la scelta  $f_\pi = m_\pi$  non è giustificata. Tuttavia si può fare un test quantitativo confrontando il B.R. del decadimento in muone con quello in elettrone:  $\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e$ . I calcoli sono assolutamente identici, occorre soltanto sostituire la massa del muone con quella dell'elettrone.

$$\frac{\Gamma(\pi^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \left(\frac{m_e}{m_\mu}\right)^2 \left(\frac{m_\pi^2 - m_e^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}\right)^2 = 1.2 \times 10^{-4}$$

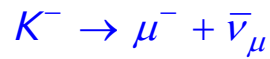
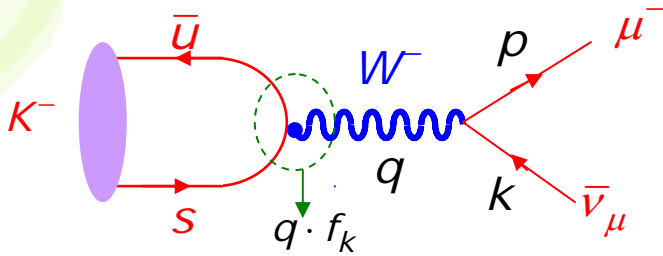
- Il valore numerico ottenuto sostituendo il valore delle masse coincide con quello ottenuto dal rapporto dei B.R. misurati.
- Il pione preferisce il decadimento in mu piuttosto che in elettrone. Questo non è quello che ci si aspetterebbe da un punto di vista cinematico perché lo spazio delle fasi favorisce l'elettrone e non il muone. D'altra parte la costante di accoppiamento è la stessa per l'elettrone e per il muone (universalità delle interazioni deboli). La spiegazione risiede nell'elicità delle due particelle.
- Il pione ha spin zero; nel decadimento si deve conservare il momento angolare, quindi:



- Questo è lo stato di elicità "sbagliato" dell'elettrone, perché nel limite di massa nulla esso sarebbe levogiro (e non si potrebbe avere il decadimento).
- Dato che il mu ha una massa maggiore dell'elettrone è più facile che vada nello stato di elicità sbagliato.

# Decadimento del K

- Consideriamo ora il decadimento del K<sup>-</sup>



il B.R. è del 64%

- L'elemento di matrice è analogo a quello del decadimento del  $\pi^-$ :

$$\mathcal{M} = \frac{G}{\sqrt{2}} (p^\mu + k^\mu) f_k (\bar{u}(p) \gamma_\mu (1 - \gamma^5) v(k)) = \frac{G}{\sqrt{2}} f_k m_\mu \bar{u}(p) (1 - \gamma^5) v(k)$$

- Facendo gli stessi calcoli fatti per il  $\pi^-$  si ha:

$$\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu) = \frac{G^2}{8\pi} f_k^2 m_k m_\mu^2 \left( 1 - \frac{m_\mu^2}{m_k^2} \right)^2$$

- Dato che il  $\pi$  ed il K appartengono allo stesso ottetto di SU(3), se questa fosse una simmetria esatta allora il  $\pi$  ed il K sarebbero la stessa particella ed avrebbero le stesse proprietà, ad esempio  $f_\pi = f_k$
- Dato che la simmetria è rotta, le due grandezze sono diverse, ma non troppo (infatti:  $f_\pi = 130 \text{ GeV}$ ,  $f_k = 160 \text{ GeV}$ )
- Se facciamo il rapporto K/ $\pi$ , assumendo  $f_\pi = f_k$ , si ha:

$$\frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = \frac{m_k}{m_\pi} \left( \frac{1 - \left(\frac{m_\mu}{m_k}\right)^2}{1 - \left(\frac{m_\mu}{m_\pi}\right)^2} \right)^2 = 17.67$$

- mentre il valore sperimentale è:  $\frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = 1.336 \pm 0.004$

- La discrepanza non può essere spiegata con la differenza tra  $f_\pi$  e  $f_k$  dovuta alla rottura della simmetria SU(3).

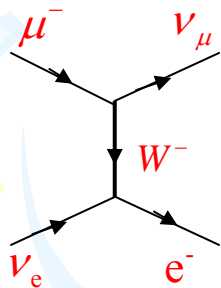
# Decadimento del K

- La discrepanza si può spiegare con una diversa costante di accoppiamento della corrente adronica con cambio di stranezza.
- Chiamiamo  $G_s$  la costante di accoppiamento di Fermi con il quark s e con  $G_d$  la costante di accoppiamento con il quark d.

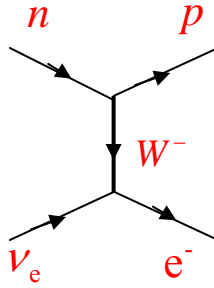
$$1.336 \pm 0.004 = \frac{\Gamma(K^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)}{\Gamma(\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)} = (17.67) \cdot \frac{G_s^2}{G_d^2} \left( \frac{160}{130} \right)^2 \leftarrow \frac{f_K}{f_\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{G_s}{G_d} = 0.223$$

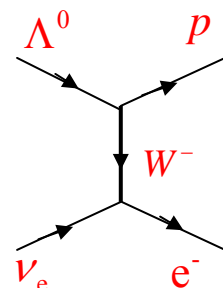
- Questo comporta una rottura dell'universalità delle interazioni deboli.
- Una spiegazione di questo fenomeno che salvava l'universalità delle interazioni deboli fu dovuta a Cabibbo (1963).
- consideriamo alcuni decadimenti deboli:



Decadimento del muone



Decadimento del neutrone



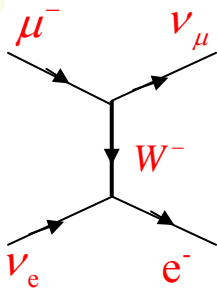
Decadimento della  $\Lambda^0$

$$\left( \begin{array}{l} \Delta S = 1 \\ \Delta I = \frac{1}{2} \end{array} \right)$$

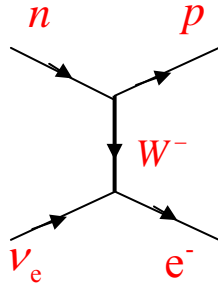
- In tutti e tre i casi c'è un cambiamento di carica nelle correnti. Nei primi due non cambia la stranezza ( $\Delta S=0$ ) mentre nel terzo ( $\Delta S=1$ ), nella corrente cambia anche la stranezza.
- Da notare che la corrente adronica con  $\Delta S=0$  è leggermente più "piccola" di quella leptonica ( $C_V=0.98$ ) mentre essa è circa 20 volte più grande di quella adronica con cambiamento di stranezza

# Decadimento $\beta$ dei quark

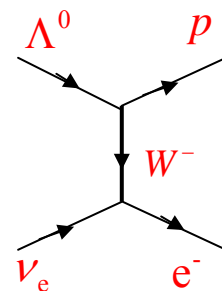
- Esaminiamo i decadimenti deboli adronici, tenendo presente che gli adroni non sono particelle elementari:



Decadimento del muone

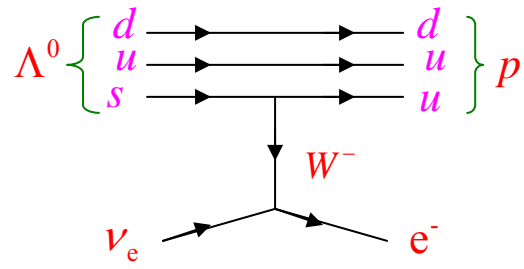
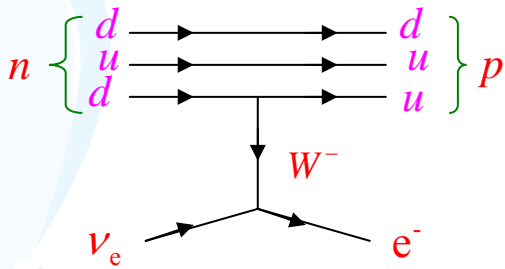


Decadimento del neutrone



Decadimento della  $\Lambda^0$

- Ad un livello più fondamentale il decadimento  $\beta$  riguarda i quark costituenti gli adroni:



Al vertice del W si deve conservare la carica elettrica. Il W si accoppia solo con gli stati chirali levogiri dei quark e destrogiri degli antiquark

- La struttura della corrente dei quark è la seguente:

$$J_{\mu}^{q \rightarrow q'} = (\bar{u}_{q'} \gamma_{\mu} (1 - \gamma^5) u_q)$$

ed applicando la nozione di universalità si ha:

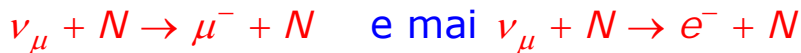
$$\mathcal{M}_{d \rightarrow u} = \left[ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_u \gamma^{\mu} \frac{1 - \gamma^5}{2} u_d \right] \frac{1}{M_w^2 - q^2} \left[ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\nu_e} \gamma_{\mu} \frac{1 - \gamma^5}{2} u_e \right]$$

$$\mathcal{M}_{s \rightarrow u} = \left[ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_u \gamma^{\mu} \frac{1 - \gamma^5}{2} u_s \right] \frac{1}{M_w^2 - q^2} \left[ \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_{\nu_e} \gamma_{\mu} \frac{1 - \gamma^5}{2} u_e \right]$$

dove g è la stessa costante di accoppiamento dovunque.

# Struttura a doppietti

- Nel 1962 Schwartz, Lederman e Steimberger trovarono che nell'interazione di un fascio di neutrini, ottenuto dai decadimenti dei pioni e dei K, con un bersaglio si otteneva:



- Questo esperimento dimostrava l'esistenza di un secondo tipo di neutrino, distinto da quello prodotto nel decadimento  $\beta$ , ed associato al muone.
- Si introduce così la conservazione del numero leptonico separatamente per ciascun leptone. Viene così spiegata anche l'assenza del decadimento del muone in elettrone+fotone.
- I leptoni vengono organizzati in doppietti:

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ e^{-} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_{\mu} \\ \mu^{-} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} \nu_{\tau} \\ \tau^{-} \end{pmatrix} \quad + \text{ le relative antiparticelle}$$

[ A rigore, come vedremo più avanti studiando il Modello Standard, nel doppietto dovrebbero andarci solo lo stato chirale levogiro dei fermioni ]

- Le interazioni deboli cariche (cioè con uno scambio del W) fanno passare da un componente del doppietto all'altro, ma mai da un doppietto all'altro (conservazione del numero leptonico)

N.B. se i neutrini avessero massa (come sembra) questa cosa non sarebbe più vera (oscillazione di neutrini)

- Per quanto riguarda i quark la situazione è meno chiara perché si osservano transizioni del quark d verso il quark u e del quark s verso il quark u, quindi non è chiaro quale sia il doppietto di quark coinvolto in questa transizione.

[ Da notare che non si osservano transizioni tra il quark d ed il quark s (corrente debole neutra con cambiamento di sapore (FCNC)). Questo fu spiegato da Glashow-Iliopoulos e Maiani (GIM) nel 1970. ]



# Angolo di Cabibbo

- La soluzione fu trovata da Cabibbo nel 1963, egli propose che gli autostati di massa, che sono anche gli autostati dell'interazione forte, non fossero anche autostati dell'interazione debole.
- Ricordiamo che sperimentalmente si osservano particelle con una massa definita ed una vita media definita, cioè si osservano (misurano) solo gli autostati di massa.
- L'autostato dell'interazione debole è una combinazione lineare degli autostati di massa:

$$d' = d \cos \theta_c + s \sin \theta_c$$

- quindi si può costruire un doppietto di isospin debole (stessa algebra dell'isospin forte ma non ha nulla a che vedere con questo)

$$\begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix}$$

Il W accoppia lo stato d' con il quark u

- La struttura di Cabibbo della corrente adronica di "innalzamento della carica" (che fa passare cioè dalla componente inferiore del doppietto a quella superiore) è del tipo:

$$J_\mu^+(q) \approx g(\bar{u}, \bar{d} \cos \theta_c + \bar{s} \sin \theta_c) \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix} = g(\bar{u}d \cos \theta_c + \bar{u}s \sin \theta_c)$$

↑  
quark

- La matrice  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\tau_1 + i\tau_2) = \frac{1}{2}\tau_+$  è l'operatore di innalzamento della carica per un doppietto di isospin debole.

- In maniera succinta si può scrivere:

$$J_\mu^+(q) \approx g\bar{q}_L \tau_+ q_L, \quad \text{dove } q_L = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix}$$

si considerano solo le componenti levogire dei quark

# Angolo di Cabibbo

- Nella teoria di Cabibbo tutte le particelle, quark e leptoni, trasportano una carica debole  $g$ , ma i quark sono mescolati in modo tale che:

$$J_{\mu}^{+}(q) \propto g \cos \theta_c \quad \text{per le correnti in cui } \Delta S=0$$

$$J_{\mu}^{+}(q) \propto g \sin \theta_c \quad \text{per le correnti in cui } \Delta S=1$$

- quindi abbiamo:

$$\Gamma(\mu^{-} \rightarrow e^{-} \bar{\nu}_e \nu_{\mu}) \propto g^4 \quad \text{puramente leptonica}$$

$$\Gamma(n \rightarrow p e^{-} \bar{\nu}_e) \propto g^4 \cos^2 \theta_c \quad \Delta S = 0 \quad \text{semi-leptonica}$$

$$\Gamma(\Lambda^0 \rightarrow p e^{-} \bar{\nu}_e) \propto g^4 \sin^2 \theta_c \quad \Delta S = 1 \quad \text{semi-leptonica}$$

- Quindi si ha:  $\frac{\Gamma(\Lambda^0 \rightarrow p e^{-} \bar{\nu}_e)}{\Gamma(n \rightarrow p e^{-} \bar{\nu}_e)} = \tan^2 \theta_c$

I dati sono consistenti con un angolo di Cabibbo pari a  $\theta_c \approx 13^{\circ}$

- I processi proporzionali a  $\cos^2 \theta_c$  si chiamano "Cabibbo favoriti" mentre quelli proporzionali a  $\sin^2 \theta_c$  si chiamano "Cabibbo soppressi"

- Da notare che  $\cos 13^{\circ} = 0.974$  e sperimentalmente si era trovato  $C_V \approx 0.98$ .

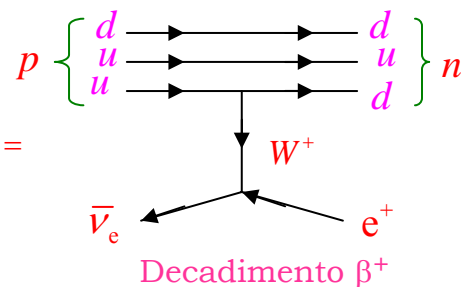
- Nel caso di:  $\frac{\Gamma(K^{-} \rightarrow \mu^{-} \bar{\nu}_{\mu})}{\Gamma(\pi^{-} \rightarrow \mu^{-} \bar{\nu}_{\mu})} \Rightarrow \frac{G_S}{G_D} = 0.223 = \tan \theta_c \Rightarrow \theta_c = 12.57^{\circ}$

- La corrente di "abbassamento"  $J^{-}$  (con lo scambio del  $W^{+}$ ) si scrive:

$$J_{\mu}^{-}(q) \approx g(\bar{u}, \bar{d} \cos \theta_c + \bar{s} \sin \theta_c) \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u \\ d \cos \theta_c + s \sin \theta_c \end{pmatrix} = g(\bar{d} u \cos \theta_c + \bar{s} u \sin \theta_c)$$

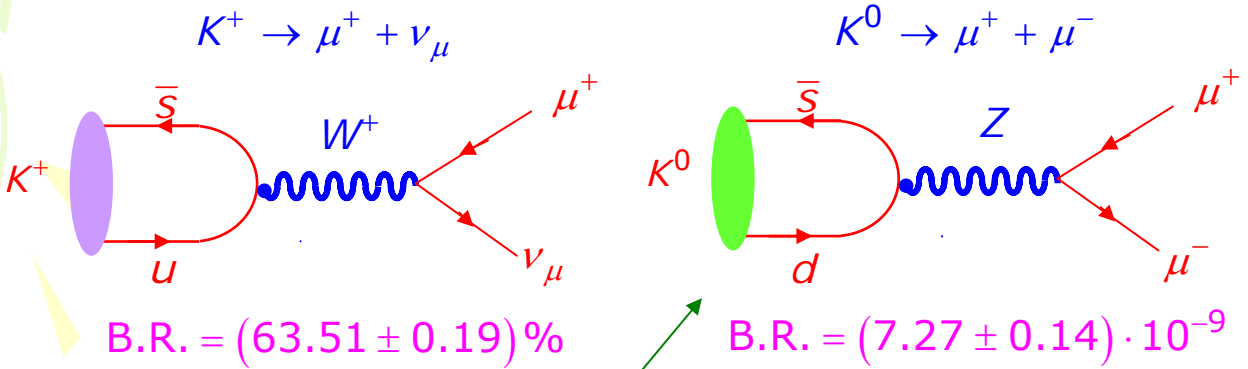
- ovvero in forma compatta:  $J_{\mu}^{-}(q) \approx g \bar{q}_L \tau_{-} q_L$

$$\left( \frac{1}{2} \tau_{-} = \frac{1}{2} (\tau_1 - i \tau_2) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right)$$



# Assenza delle FCNC

- Sperimentalmente si osserva che non esistono correnti neutre in cui cambia il sapore dei quark. Per illustrare questa affermazione esaminiamo due decadimenti del K, uno riguardante il K carico ed un altro il K neutro.



N.B. in realtà questo grafico non esiste. Vi è una regola empirica che dice che, al primo ordine,  $\Delta S = \Delta Q$ . In questo caso abbiamo  $\Delta S = 1$ ;  $\Delta Q = 0$

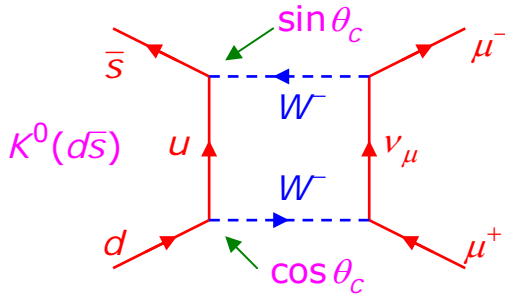
- Il  $W^\pm$  è un bosone carico (positivo e negativo) che agisce da mediatore nelle interazioni deboli di corrente carica.
- Sempre per ragioni attinenti alla violazione dell'unitarietà, questa volta nella produzione di coppie di W ( $u\bar{u} \rightarrow W^+W^-$ ) occorre introdurre un altro bosone, neutro, che viene chiamato Z, responsabile delle interazioni deboli con corrente neutra. (Studieremo meglio questa cosa nella trattazione del Modello Standard, teniamo presente però fin da ora che l'accoppiamento dello Z è diverso rispetto a quello del W).
- Alla luce di questo fatto, dovremmo aspettarci che il secondo processo esista e sia comparabile al primo, mentre non è così.
- Da un punto di vista formale, la corrente neutra che cambia la stranezza si può scrivere nel modo seguente (omettendo tutti i fattori  $\gamma^\mu(1-\gamma^5)$  e le costanti di accoppiamento):

$$\begin{aligned}
 J_\mu^0(q) &\approx g\bar{q}\tau_3q \approx \bar{u}u - \bar{d}'d' & \text{dove } \tau_3 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \text{ e } q = \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} \\
 \Rightarrow J_\mu^0(q) &\approx \underbrace{\bar{u}u - \bar{d}d \cos^2 \theta_c - \bar{s}s \sin^2 \theta_c}_{\Delta S = 0} - \underbrace{(\bar{s}d + \bar{d}s) \sin \theta_c \cos \theta_c}_{\Delta S = 1}
 \end{aligned}$$

L'ultimo termine dovrebbe essere il responsabile del decadimento, con ampiezza proporzionale a  $\sin\theta_c \cos\theta_c$

# Effetto GIM (il quark charm)

- In realtà il decadimento del  $K^0$  avviene, nel Modello Standard, tramite un diagramma a box di ordine superiore con lo scambio di due  $W$ :



$$K^0 \rightarrow \mu^+ \mu^-$$

L'ampiezza è proporzionale a  $\sin\theta_c \cos\theta_c$

- Il calcolo di questo diagramma conduce ad un B.R. del decadimento di gran lunga superiore a quello misurato. La soluzione del dilemma fu proposta nel 1970 da Glashow, Iliopoulos e Maiani (GIM).
- Essi introdussero un nuovo quark, il charm, avente la stessa carica elettrica del quark  $u$ , e suggerirono che esso appartenesse ad un secondo doppietto di isospin debole:

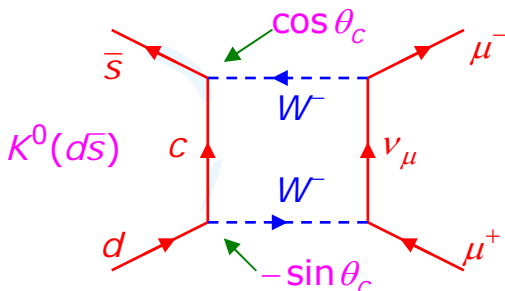
$$\begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c \\ s \cos \theta_c - d \sin \theta_c \end{pmatrix}$$

Il  $W$  connette  $s'$  con  $c$

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

Gli autostati dell'interazione debole ( $d', s'$ ) sono connessi agli autostati di massa ( $d, s$ ) da una trasformazione unitaria

- Nel decadimento del  $K^0$  interviene un secondo diagramma di Feynman dove occorre sostituire il quark  $c$  al quark  $u$ :

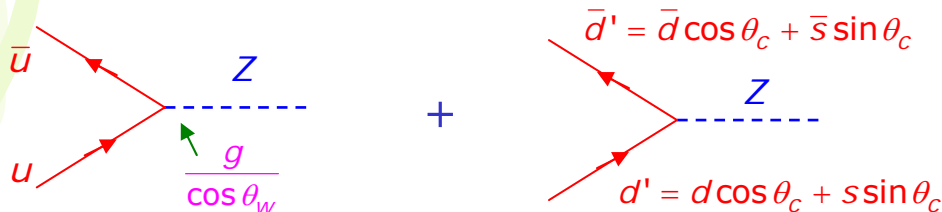


l'ampiezza è proporzionale a  $-\sin\theta_c \cos\theta_c$

N.B. se la massa del quark  $c$  fosse uguale a quella del quark  $u$ , le due ampiezze si annullerebbero completamente.

Dal B.R. misurato del decadimento, G.I.e M. predissero che la massa del quark  $c$  doveva essere nel range 1-3 GeV

# Accoppiamenti dello Z

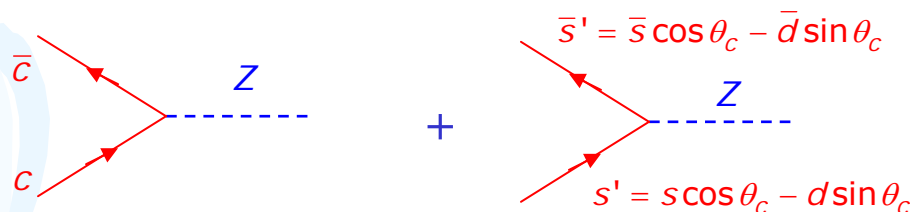


(N.B. il vertice è più complicato rispetto a quello del W;  $\theta_W$  = angolo di Weinberg)

- Abbiamo visto che a questi due grafici corrisponde la corrente:

$$J_\mu^0(q) \approx \bar{u}u - \bar{d}'d' \approx \underbrace{\bar{u}u - \bar{d}d \cos^2 \theta_c - \bar{s}s \sin^2 \theta_c}_{\Delta S = 0} - \underbrace{(\bar{s}d + \bar{d}s) \sin \theta_c \cos \theta_c}_{\Delta S = 1}$$

- Si possono aggiungere ora i grafici con i quark c ed s'



- Sommando il contributo di questi due grafici ai precedenti, si ottiene:

$$J_\mu^0(q) \approx \bar{u}u - \bar{d}'d' + \bar{c}c - \bar{s}'s' =$$

$$\approx \underbrace{\bar{u}u + \bar{c}c - (\bar{d}d + \bar{s}s) \cos^2 \theta_c - (\bar{d}d + \bar{s}s) \sin^2 \theta_c}_{\Delta S = 0} + \underbrace{(\bar{s}d + \bar{d}s - \bar{s}d - \bar{d}s) \sin \theta_c \cos \theta_c}_{\Delta S = 1}$$

$$\Rightarrow J_\mu^0(q) \approx \bar{u}u - \bar{d}d - \bar{s}s + \bar{c}c$$

- Con l'introduzione del quark c sono scomparse le correnti neutre con cambiamento della stranezza. Come si vede dalla struttura della corrente, lo Z si accoppia solo a quark-antiquark dello stesso sapore, pertanto non ci sono FCNC (correnti neutre con cambiamento di sapore)

# Matrice di Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM)

- Nel 1973 Kobayashi e Maskawa volevano introdurre la violazione di CP nel Modello Standard. Per fare ciò nell'Hamiltoniana doveva comparire un numero complesso (ricordate che se  $H^* \neq H$  allora viene violata la time reversal T, mentre CPT si suppone essere sempre valida?)
- La cosa più semplice è quella di introdurre una fase nella matrice di mescolamento dei quark.
- Una matrice  $N \times N$ , unitaria, possiede:

$$\frac{1}{2}N(N-1) \quad \text{parametri reali (gli angoli di eulero)}$$

$$\frac{1}{2}(N-1)(N-2) \quad \text{angoli di fase non banali (cioè che non si possono eliminare ridefinendo la fase dei quark)}$$

- Con  $N=2$  non si può introdurre nessuna fase, quindi K. e M. proposero, nel 1973, che doveva esistere una terza famiglia di quark, perché con  $N=3$  si hanno 3 angoli di mixing ed 1 fase:

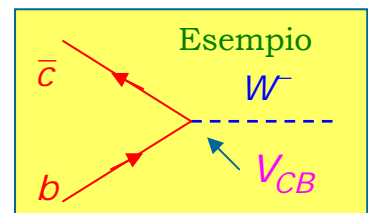
$$\begin{matrix} \rightarrow & \begin{pmatrix} u \\ d' \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} c \\ s' \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} t \\ b' \end{pmatrix} & + \text{le relative antiparticelle} \end{matrix}$$

$$\text{dove: } \begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Autostati dell'interazione debole

Matrice CKM di mescolamento dei quark

Autostati di massa



- La matrice CKM è unitaria e può essere parametrizzata in vari modi. I suoi parametri vanno determinati sperimentalmente.

# Matrice CKM

- Come abbiamo detto la matrice CKM può essere scritta in varie forme, ad esempio:

## 1. In termini di 3 angoli ed una fase:

Presa dal PDG2004

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_{12}c_{13} & s_{12}c_{13} & s_{13}e^{-i\delta_{13}} \\ -s_{12}c_{23} - c_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{12}c_{23} - s_{12}s_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & s_{23}c_{13} \\ s_{12}s_{23} - c_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & -c_{12}s_{23} - s_{12}c_{23}s_{13}e^{i\delta_{13}} & c_{23}c_{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

I quattro parametri reali sono:  $\delta$ ,  $\theta_{12}$ ,  $\theta_{23}$  e  $\theta_{13}$ . Si intende  $s=\sin$ ,  $c=\cos$ , ed i numeri si riferiscono alle generazioni dei quark, vale a dire  $s_{12}=\sin\theta_{12}$ .

2. Come abbiamo visto, in termini di accoppiamento con i quark (è la migliore per capire la “fisica”)

$$\begin{bmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} d \\ s \\ b \end{bmatrix}$$

3. in termini di sviluppo in serie del seno dell'angolo di Cabibbo ( $\theta_{12}$ )  
Questa rappresentazione utilizza il fatto che  $s_{12} \gg s_{23} \gg s_{13}$

Rappresentazione di “Wolfenstein”

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \lambda^2/2 & \lambda & A\lambda^3(\rho - i\eta) \\ -\lambda & 1 - \lambda^2/2 & A\lambda^2 \\ A\lambda^3(1 - \rho - i\eta) & -A\lambda^2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}$$

Qui  $\lambda=\sin\theta_{12}$ , mentre  $A$ ,  $\rho$ ,  $\eta$  sono tutti reali e vicini a 1.

Questa rappresentazione va molto bene per mettere in relazione la violazione di CP con dei processi specifici ed i loro rate di decadimento.

# Matrice CKM

- Vediamo ora quanto valgono i vari elementi della matrice, presi dal PDG2004

$$\begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.9739 - 0.9751 & 0.221 - 0.227 & (3 - 5) \times 10^{-3} \\ 0.221 - 0.227 & 0.9730 - 0.9744 & (3.9 - 4.4) \times 10^{-2} \\ (0.5 - 1.4) \times 10^{-2} & (3.7 - 4.3) \times 10^{-2} & 0.9990 - 0.9992 \end{pmatrix}$$

- Osservando i valori numerici della matrice si possono mettere in evidenza alcune cose:
  - La matrice CKM è quasi diagonale (gli elementi fuori diagonale sono piccoli)
  - Più ci allontaniamo da una famiglia, più piccolo risulta l'elemento di matrice (ad esempio  $V_{ub} \ll V_{ud}$ )
  - Usando i punti 1. e 2. risulta che alcuni decadimenti sono preferiti rispetto ad altri, ad esempio:

$$\begin{array}{ll} c \rightarrow s \text{ over } c \rightarrow d & D^0 \rightarrow K^- \pi^+ \text{ over } D^0 \rightarrow \pi^- \pi^+ \text{ (exp. find 3.8\% vs 0.15\%)} \\ b \rightarrow c \text{ over } b \rightarrow u & B^0 \rightarrow D^- \pi^+ \text{ over } B^0 \rightarrow \pi^- \pi^+ \text{ (exp. find } 3 \times 10^{-3} \text{ vs} \end{array}$$

$1 \times 10^{-5}$ )

- Poiché la matrice è supposta essere una matrice unitaria, allora ci sono molti vincoli tra i vari elementi, ad esempio:

$$V_{ud}^* V_{ud} + V_{cd}^* V_{cd} + V_{td}^* V_{td} = 1$$

$$V_{ub}^* V_{ud} + V_{cb}^* V_{cd} + V_{tb}^* V_{td} = 0$$

finora i risultati sperimentali sono consistenti con una matrice CKM unitaria, tuttavia si continuano a cercare deviazioni da questa ipotesi come un segnale di nuova fisica rispetto a quanto previsto dal Modello Standard.



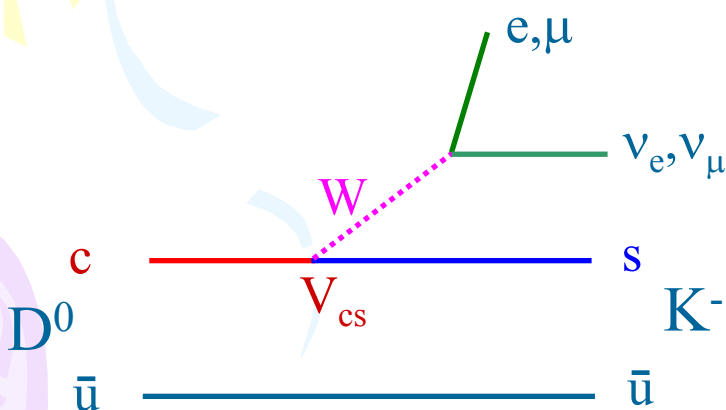
# Misura degli elementi della matrice CKM

- Al momento non c'è nessuna teoria in grado di predire gli elementi della matrice CKM, questi devono essere misurati sperimentalmente.
- Il modo più "pulito" di farlo è quello di utilizzare dei decadimenti o dei processi in cui intervengono dei leptoni, in questo modo la matrice CKM interviene solo ad un vertice. Ad esempio:

$V_{ud}$ : neutron decay:	$n \rightarrow p e \bar{\nu}$	$d \rightarrow u e \bar{\nu}$
$V_{us}$ : kaon decay:	$K^0 \rightarrow \pi^+ e^- \bar{\nu}_e$	$s \rightarrow u e \bar{\nu}$
$V_{bu}$ : B-meson decay:	$B^- \rightarrow (\rho^0 \text{ or } \pi^0) e^- \bar{\nu}_e$	$b \rightarrow u e \bar{\nu}$
$V_{bc}$ : B-meson decay:	$B^- \rightarrow D^0 e^- \bar{\nu}_e$	$b \rightarrow c e \bar{\nu}$
$V_{cs}$ : charm decay:	$D^0 \rightarrow K^- e^+ \bar{\nu}_e$	$c \rightarrow s e \bar{\nu}$
$V_{cd}$ : neutrino interactions:	$\nu_\mu d \rightarrow \mu^- c$	$d \rightarrow c$

$$D^0 = c\bar{u} ; B^- = \bar{u}b$$

## Modello "Spettatore" del decadimento $D^0 \rightarrow K^- e^+ \bar{\nu}_e$



Si chiama modello "spettatore" perché solo un quark partecipa al decadimento, mentre gli altri stanno "intorno e guardano".

$$\begin{aligned} \text{Ampiezza} &\propto V_{cs} \\ \text{Decay rate} &\propto |V_{cs}|^2 \end{aligned}$$

N.B. per i neutrini massivi esiste una matrice analoga alla CKM chiamata matrice PMNS. Se i neutrini non avessero massa essa sarebbe diagonale.