

Nome: ..... Cognome: ..... Matricola: .....

Tipologia:  I esonero -  II esonero -  scritto

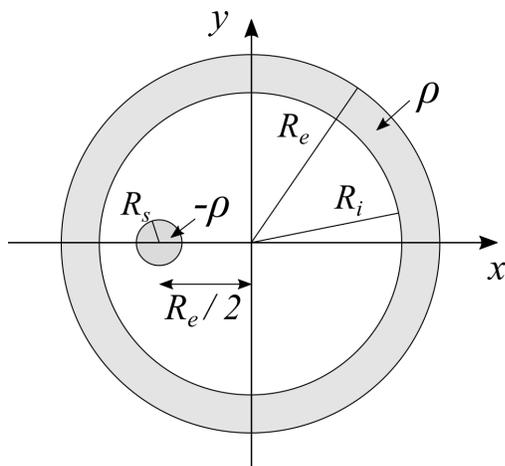
Laureandi:  mi devo laureare nella sessione del 9 Maggio

## ESAME SCRITTO FISICA II - AA 2018/2019 - 09/04/2019

- Chi svolge tutto lo scritto ha **due ore** per svolgere gli esercizi
- Chi recupera uno dei due esoneri ha **un'ora** per svolgere gli esercizi
- Scrivete nome, cognome, matricola e ID del compito sui fogli che consegnate
- Chi si vuole ritirare può farlo ma *deve* consegnare questo foglio (che non verrà corretto)
- Sono vietati i telefoni: chiunque venga trovato ad utilizzare il telefono dovrà abbandonare l'aula

### Elettricità

Un guscio sferico di raggio interno  $R_i = 0.75$  m e raggio esterno  $R_e = 1$  m è carico uniformemente con densità di carica  $\rho = 10^{-9}$  C/m<sup>3</sup>. All'interno del guscio sferico si trova una sfera di raggio  $R_s = R_e/6$  carica uniformemente con densità di carica  $-\rho$ . La sfera è centrata nel punto  $(-R_e/2, 0)$ .



1. Determinare le coordinate di un punto in cui il campo elettrico è nullo (**6 punti**).
  - All'interno del guscio sferico l'unico campo presente è quello dovuto alla sfera carica. Se utilizziamo il teorema di Gauss troviamo immediatamente che nel centro della sfera il campo dovuto a quest'ultima è zero. Una possibile risposta alla domanda è quindi data dal punto  $(-R_e/2, 0)$ .
2. Calcolare modulo, direzione e verso del campo elettrico nel punto  $(0, 0)$  (**5 punti**).
  - Come specificato sopra, il campo all'interno della cavità è dato unicamente dalla sfera:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\hat{r}_s}{r_s^2}$$

dove  $r_s = R_e/2 = 0.5$  m è la distanza calcolata rispetto al centro della sfera. La carica vale

$$q = -\frac{4}{3}\pi \left(\frac{R_e}{6}\right)^3 \rho = 1.94 \times 10^{-11} \text{ C.}$$

In  $(0, 0)$  la direzione è l'asse  $x$ , mentre il verso è  $-\hat{x}$  perché la carica totale è negativa. Il modulo vale quindi

$$E = 0.70 \text{ V/m}$$

3. Calcolare il flusso del campo elettrico  $\Phi(\vec{E})$  attraverso una superficie sferica di raggio  $r > R_e$  centrata in  $(0, 0)$  (**5 punti**).

- L'espressione del flusso si può ottenere immediatamente tramite il teorema di Gauss:

$$\Phi(\vec{E}) = \frac{q + Q}{\epsilon_0}$$

dove  $q$  è stata calcolata al punto precedente, mentre  $Q$  è la carica del guscio sferico, che vale:

$$Q = \frac{4}{3}\pi\rho(R_e^3 - R_i^3) = 2.42 \times 10^{-9} \text{ C},$$

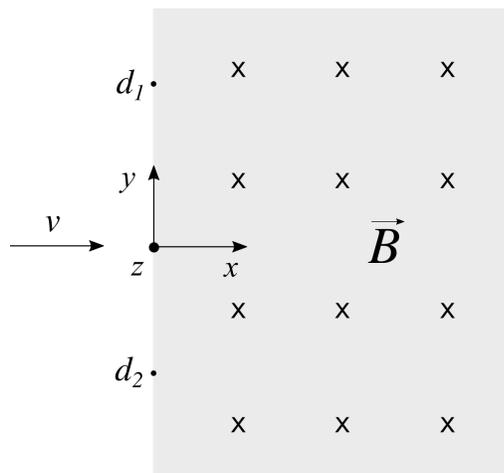
quindi

$$\Phi(\vec{E}) \approx 270 \text{ Nm}^2/\text{C}$$


---

## Magnetismo

Un fascio collimato di particelle cariche entra, attraverso un foro in una parete che si trova in  $x = 0$ , in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico uniforme di modulo  $B = 2 \times 10^{-3} \text{ T}$ . Il fascio è composto da due specie di particelle aventi la stessa massa  $m = 10^{-16} \text{ Kg}$  ma carica diversa. Tutte le particelle del fascio posseggono la stessa energia cinetica  $K = 0.5 \times 10^{-8} \text{ J}$ , e la loro velocità  $v$  è diretta ortogonalmente al campo magnetico che, considerando il sistema di riferimento in figura, è diretto lungo  $-\hat{z}$  (cioè entrante nel foglio). In queste condizioni la traiettoria delle particelle è tale per cui il fascio si divide in due. I due sotto-fasci colpiscono la parete nei punti  $d_1 = (0, 1 \text{ m})$  e  $d_2 = (0, -0.8 \text{ m})$ .



1. Determinare il valore delle cariche  $q_1$  e  $q_2$  delle due specie di particelle (**5 punti**).

- La velocità iniziale delle particelle si trova considerando che  $K = \frac{1}{2}mv^2$ , quindi

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} = 10^4 \text{ m/s}$$

Il fatto che le due traiettorie finiscano in punti opposti rispetto al foro di entrata implica che  $q_1$  e di  $q_2$  hanno segni opposti. In particolare, poiché nel disegno  $\vec{B}$  è entrante si deve avere  $q_1 > 0$  e  $q_2 < 0$ . I valori si trovano tramite le solite relazioni che collegano il raggio della traiettoria a  $m$ ,  $q$  e  $B$ :

$$q_1 = \frac{2mv}{d_1 B} = 10^{-9} \text{ C}$$

$$q_2 = -\frac{2mv}{d_2 B} = -1.25 \times 10^{-9} \text{ C}$$

2. Calcolare la differenza tra i tempi che particelle di specie diverse trascorrono nella regione in cui è presente il campo magnetico ( $x > 0$ ) (**5 punti**).

- Utilizzando la velocità ottenuta precedentemente si trova

$$t_1 = \frac{\pi d_1}{2v} = 1.57 \times 10^{-4} \text{ s}$$

$$t_2 = \frac{\pi d_2}{2v} = 1.26 \times 10^{-4} \text{ s}$$

e quindi

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 0.31 \text{ s}$$

3. Viene acceso un campo elettrico nella regione esterna a quella in cui è presente il campo magnetico. Il nuovo campo elettrico genera una differenza di potenziale  $\Delta V = 2 \text{ V}$  che accelera il fascio. Determinare le nuove coordinate di  $d_1$  e  $d_2$  (**6 punti**).

- La presenza del campo elettrico fa variare l'energia cinetica di particelle di carica  $q$  di una quantità  $q\Delta V$ . L'energia cinetica delle due specie diventa quindi:

$$K_1 = K + q_1\Delta V = 0.7 \times 10^{-8} \text{ J}$$

$$K_2 = K + q_2\Delta V = 0.25 \times 10^{-8} \text{ J}$$

da cui si ricavano le nuove velocità:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2K_1}{m}} = 1.18 \times 10^4 \text{ m/s}$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2K_2}{m}} = 0.71 \times 10^4 \text{ m/s.}$$

I diametri delle due traiettorie saranno quindi

$$d'_1 = \frac{2mv_1}{q_1B} = 1.18 \text{ m}$$

$$d'_2 = \frac{2mv_2}{q_2B} = 0.57 \text{ m}$$