

Nome: ..... Cognome: ..... Matricola: .....

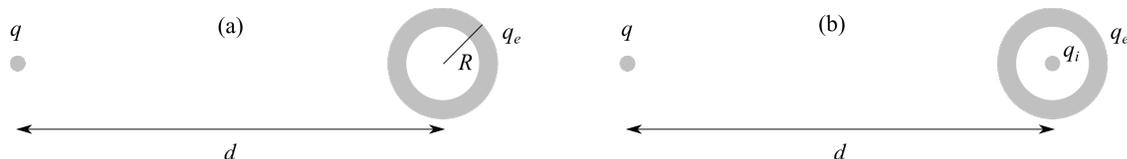
Tipologia:  I esonero -  II esonero -  scritto

## ESAME SCRITTO FISICA II - AA 2018/2019 - 22/01/2019

- Chi svolge tutto lo scritto ha **due ore** per svolgere gli esercizi
- Chi recupera uno dei due esoneri ha **un'ora** per svolgere gli esercizi
- Scrivete nome, cognome, matricola e ID del compito sui fogli che consegnate
- Chi si vuole ritirare può farlo ma *deve* consegnare questo foglio (che non verrà corretto)
- Sono vietati i telefoni: chiunque venga trovato ad utilizzare il telefono dovrà abbandonare l'aula

### Elettricità

Un guscio sferico conduttore di raggio esterno  $R = 1$  cm è inizialmente vuoto e possiede una carica  $q_e$ . Il guscio è posto ad una distanza  $d = 1$  m da una piccola sfera conduttrice avente carica  $q$ . In queste condizioni la forza tra i due oggetti è repulsiva e vale  $F_1 = 1.8 \times 10^{-4}$  N (figura (a)). All'interno del guscio viene inserita una carica  $q_i = 3 \times 10^{-7}$  C. La forza agente tra il guscio e la carica  $q$  vale ora  $F_2 = 7.2 \times 10^{-4}$  N (figura (b)). **Nota Bene:** i disegni non mostrano le cariche indotte.



1. Trascurando gli effetti di induzione tra il guscio e la sfera conduttrice (attenzione, **non** quelli tra il guscio e la carica al suo interno), determinare i valori di  $q$  e  $q_e$  (**10 punti**).
  - Utilizzando la legge di Coulomb troviamo

$$F_1 = \frac{qq_e}{4\pi\epsilon_0 d^2}.$$

Dopo aver aggiunto  $q_i$  sappiamo che la carica totale sulla superficie esterna del guscio diventa, per induzione completa,  $Q = q_e + q_i$ , quindi:

$$F_2 = \frac{qQ}{4\pi\epsilon_0 d^2} = F_1 + \frac{qq_i}{4\pi\epsilon_0 d^2},$$

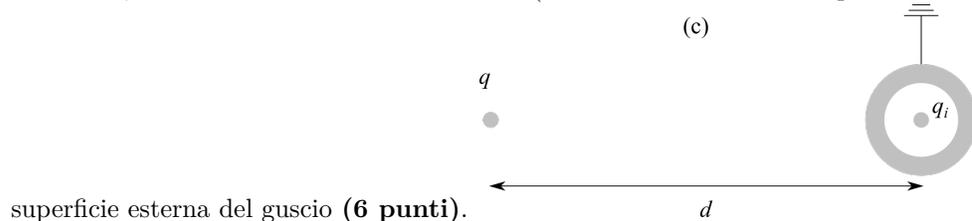
da cui si ricava:

$$q = \frac{(F_2 - F_1)4\pi\epsilon_0 d^2}{q_i} = 2 \times 10^{-7} \text{ C}.$$

Sostituendo questa quantità nella equazione di  $F_1$  si trova

$$q_e = \frac{4\pi\epsilon_0 d^2 F_1}{q} = 10^{-7} \text{ C}$$

2. Il guscio sferico viene collegato a terra (figura (c)). Tenendo in considerazione **tutti** gli effetti di induzione, determinare la densità di carica (da considerarsi costante poiché  $d \gg R$ ) presente sulla



- La carica libera presente sul guscio ( $q_e$ ) passa alla terra. Le uniche cariche che restano sono quelle dovute all'induzione. Chiamiamo quindi  $q_n$  la carica indotta da  $q$ , posta a distanza  $d$ . Poiché il guscio è connesso a terra, il suo potenziale deve essere nullo. Imponiamo questa condizione:

$$\frac{q}{4\pi\epsilon_0 d} + \frac{q_n}{4\pi\epsilon_0 R} = 0$$

e quindi

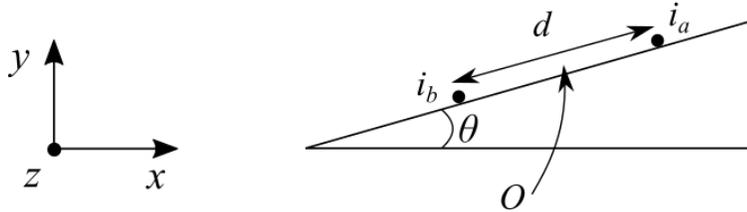
$$q_n = -\frac{qR}{d} = -2 \times 10^{-9} \text{ C.}$$

La densità di carica si trova dividendo questo valore per la superficie, quindi

$$\sigma_n = \frac{q_n}{4\pi R^2} = 1.59 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2.$$

## Magnetismo

Due fili indefiniti sono posti su di un piano inclinato di un angolo  $\theta = 10^\circ$ . Il filo posto più in basso, in cui scorre una corrente  $i_b = 20\text{A}$  in direzione  $\hat{z}$  (considerando il sistema di riferimento indicato in figura), è fisso. Il filo più in alto, che ha densità di massa  $\lambda = 0.01 \text{ kg/m}$  ed in cui scorre una corrente  $i_a$ , è libero di scivolare senza attrito sul piano. Se la distanza tra i due fili vale  $d = 1 \text{ cm}$ , il filo più in alto rimane fermo. **Nota Bene:** la forza peso ha direzione  $-\hat{y}$ . In figura i cerchi utilizzati per disegnare i fili **non** indicano necessariamente la direzione della corrente che scorre.



1. Calcolare verso e intensità di  $i_a$  (**6 punti**).

- Poiché la forza peso agisce lungo  $-\hat{y}$ , la forza magnetica deve sicuramente avere una componente positiva lungo  $\hat{y}$ , quindi le correnti devono scorrere in verso opposto: il verso di  $i_a$  non può essere lungo  $\hat{z}$ . Se il sistema è in equilibrio la forza totale deve essere zero. Poiché il filo è indefinito, in questo caso si parla di forza per unità di lunghezza, la cui risultante vale:

$$i_a B_b(d) - \lambda g \sin \theta = \frac{\mu_0 i_a i_b}{2\pi d} - \lambda g \sin \theta = 0$$

e quindi

$$i_a = \frac{2\pi d \lambda g \sin \theta}{\mu_0 i_b} = 42.7 \text{ A}$$

2. Determinare direzione, verso e intensità del campo magnetico presente nel punto  $O$  equidistante (distanza  $d/2$ ) dai due fili (vedi figura). Per la direzione ed il verso, è sufficiente indicarli, disegnandoli in maniera **chiara**, sul foglio protocollo (**6 punti**).

- Poiché nei fili scorrono correnti opposte, i due contributi al campo in  $O$  hanno la stessa direzione e lo stesso verso, che risulta essere ortogonale al piano inclinato e avere componente  $\hat{y}$  positiva. Per quanto riguarda il modulo, questo è la somma dei moduli dei campi generati dai due fili, che si trovano dalla legge di Biot-Savart:

$$B_b(O) = B_b(d/2) = \frac{\mu_0 i_b^2}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_b}{\pi d} \quad (1)$$

(2)

(3)

$$B_a(O) = B_a(d/2) = \frac{\mu_0 i_a^2}{2\pi d} = \frac{\mu_0 i_b}{\pi d} \quad (4)$$

(5)

(6)

(7)

e quindi

$$B(O) = B_a(O) + B_b(O) = \frac{\mu_0}{\pi d}(i_a + i_b) = 2.5 \times 10^{-3} \text{ T}$$

3. Il sistema viene immerso in un campo magnetico uniforme di modulo  $B = 0.1 \text{ T}$  e direzione  $-\hat{z}$ . Determinare il valore di  $i_a$  necessario affinché il sistema resti in equilibrio. **(4 punti)**.

- Poiché è parallelo al filo, il campo magnetico aggiunto non può esercitare alcuna forza su di esso e quindi il valore di  $i_a$  non cambia.