Nome: .... **Cognome:** .... **Matricola:** ....

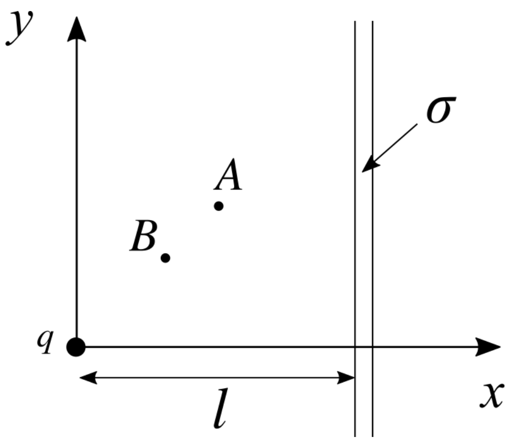
Tipologia: ☐ I esonero - ☐ II esonero - ☐ scritto

ESAME SCRITTO FISICA II - AA 2018/2019 - 24/06/2019

- Chi svolge tutto lo scritto ha **due ore** per svolgere gli esercizi
- Chi recupera uno dei due esoneri ha **un'ora** per svolgere gli esercizi
- Scrivete nome, cognome, matricola e ID del compito sui fogli che consegnate
- Chi si vuole ritirare può farlo ma *deve* consegnare questo foglio (che non verrà corretto)
- Sono vietati i telefoni: chiunque venga trovato ad utilizzare il telefono dovrà abbandonare l'aula

Elettricità

Un sistema è composta da una carica $q = 10^{-9}$ C posta nell'origine degli assi e da un piano isolante, posto parallelalelamente all'asse y, posto a distanza $l = 3$ cm dall'origine e caricato negativamente con una distribuzione uniforme di densità superficiale $\sigma = -2 \times 10^{-7}$ C / m^2 (si veda la figura).



1. Determinare il campo elettrostatico nel punto $A = (l/2, l/2)$ **(5 punti)**.

- Il campo totale è dato dalla sovrapposizione dei campi generati dal piano e dalla carica, che valgono:

$$\vec{E}_p = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{x}$$

$$\vec{E}_c = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}_A}{r_A^2}$$

dove $r_A = l/\sqrt{2}$ e $\hat{r}_A = \frac{1}{r_A}(l/2, l/2) = l/\sqrt{2}(1,1)$, quindi

$$\vec{E}_c = \frac{q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 l^2}(1,1)$$

Sommando i contributi si trova

$$\vec{E} = (-\frac{\sigma}{\epsilon_0} + \frac{q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 l^2}, \frac{q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 l^2})$$

2. Calcolare il modulo del campo elettrostatico nel punto A **(5 punti)**.

- Utilizziamo la formula $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ applicata al campo trovato precedentemente. Definendo per comodità

$$C = \frac{q}{2\sqrt{2}\pi\epsilon_0 l^2},$$

si trova

$$E(A) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{\epsilon_0^2} + C^2 - \frac{\sigma}{\epsilon_0}C + C^2} = 3 \times 10^4\,\mathrm{V/m}$$

3. Calcolare la differenza di potenziale tra il punto $B = (l/3, l/3)$ ed il punto A **(6 punti)**.

- La differenza di potenziale è la somma dei due diversi contributi:

$$\Delta V = \Delta V_p + \Delta V_c$$

dove

$$\Delta V_p = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{l}{2} - \frac{l}{3}\right) = 113\,\mathrm{V}$$

e

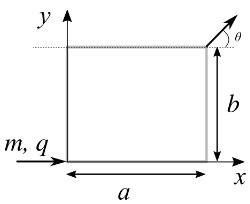
$$\Delta V_c = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r_A} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l}\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \sqrt{2}\right) = \frac{q}{4\sqrt{2}\pi\epsilon_0 l} = 212\,\mathrm{V}$$

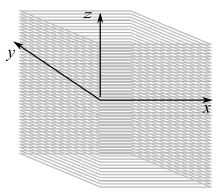
quindi

$$\Delta V = 325\,\mathrm{V}$$

Magnetismo

Un solenoide indefinito di sezione rettangolare di lati $a = 20$ cm e $b = 10$ cm ha una densità di spire $n = 17$ cm^{-1}. ed è percorso da una corrente $i = 3.9$ A. Una particella di massa $m = 1.67 \times 10^{-27}$ Kg e carica $q = 1.602 \times 10^{-19}$ C entra all'interno del solenoide nel punto $O = (0, 0)$ con velocità $\vec{v} = (v_x, 0, v_z)$ e ne riesce nel punto $A = (a, b)$ (vedi figura).





1. Determinare il senso di scorrimento della corrente ed il modulo, la direzione e il verso del campo magnetico all'interno del solenoide **(4 punti)**.

Poiché la $q > 0$ e la particella è deviata verso le y positive, il campo deve essere diretto verso le z negative (cioè verso il basso), e quindi la corrente deve scorrere in verso orario. Il modulo del campo vale

$$B = \mu n i = 8.33 \times 10^{-3}\,\mathrm{T}.$$

2. Calcolare v_x **(6 punti)**.

- La velocità si può ricavare dal raggio della traiettoria, R. Questo si calcola notando che

$$R^2 = a^2 + (R - B)^2$$

e quindi

$$R = \frac{a^2 + b^2}{2b} = 0.25\,\mathrm{m}.$$

Poiché $R = mv_x/qB$ si trova

$$v_x = \frac{RqB}{m} = 2 \times 10^5\,\mathrm{m/s}$$

3. Determinare l'angolo θ di uscita della particella e, da questo, calcolare la distanza lungo l'asse z che la particella percorre mentre si trova all'interno del solenoide. Considerare $v_z = 10^4$ m/s **(6 punti)**.

- Utilizzando la costruzione geometrica del punto precedente si trova che $R \cos\theta = R - b$ e quindi

$$\theta = \arccos\frac{R - b}{R} = \arccos\frac{3}{5} = 0.927\,\mathrm{rad} = 53°.$$

Ricordando che la velocità angolare vale $\omega = v/r$, il tempo che la particella trascorre all'interno del solenoide è

$$\Delta t = \frac{\theta}{\omega} = \frac{\theta r}{v} = 1.16 \times 10^{-6}\,\mathrm{s}.$$

Poiché lungo z la particella si muove di moto rettilineo uniforme, la distanza percorsa varrà

$$\Delta z = v_z \Delta t = 1.16 \times 10^{-2}\mathrm{m}$$