

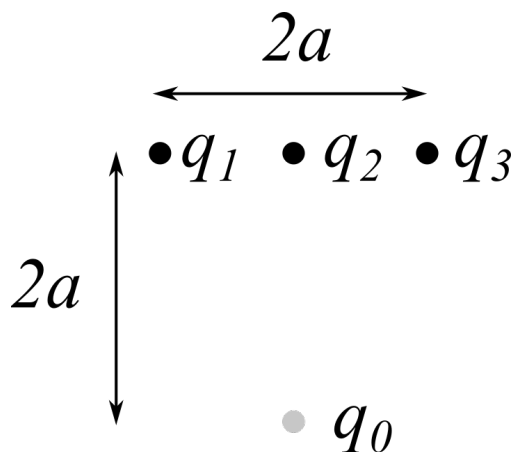
Nome: ..... Cognome: ..... Matricola: .....

## PRIMO ESONERO FISICA II - AA 2019/2020 - 31/10/2019

- Chi svolge tutto lo scritto ha **due ore** per svolgere gli esercizi
- Scrivete nome, cognome, matricola e ID del compito sui fogli che consegnate
- Chi si vuole ritirare può farlo ma *deve* consegnare questo foglio (che non verrà corretto)
- Sono vietati i telefoni: chiunque venga trovato ad utilizzare il telefono dovrà abbandonare l'aula

### Primo esercizio

Un sistema è formato da tre cariche fisse  $q_1 = 10^{-9}$  C,  $q_2 = -2 \times 10^{-9}$  C,  $q_3 = 10^{-9}$  C, e da una carica di prova  $q_0 = \pm 10^{-9}$  C. Le cariche sono disposte come in figura, con  $a = 10$  cm.



1. Determinare il campo elettrostatico generato dalle tre cariche fisse nel punto in cui si trova  $q_0$  (**6 punti**).

- Definiamo asse  $x$  quello che passa per  $q_0$  e  $q_2$  (orientato verso  $q_0$ ) e asse  $y$  quello che passa per le tre cariche fisse (con verso che va da  $q_1$  a  $q_3$ ). Sicuramente  $E_y = 0$ , perché i contributi di  $q_1$  e  $q_3$  si equivalgono e l'interazione tra  $q_2$  e  $q_0$  è tutta lungo  $\hat{x}$ . L'interazione dovuta a  $q_2$  si può scrivere direttamente:

$$E_x^{q_2} = \frac{q_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{4a^2}.$$

L'interazione dovuta alle altre due cariche è semplicemente due volte quella dovuta ad una carica sola, che vale (considerando che in questo caso  $r = \sqrt{5}a$  e  $\cos\theta = 2/\sqrt{5}$ ):

$$E_x^{q_1} = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2}{5\sqrt{5}a^2}.$$

Il campo totale vale quindi:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 a^2} \left( \frac{q_2}{4} + \frac{4q_1}{5\sqrt{5}} \right) \hat{x}.$$

2. Determinare la forza agente sulla carica  $q_0$  (**6 punti**).
  - La forza è data dal campo moltiplicato per  $q_0$  (vedi punto sopra).
3. Determinare il lavoro esterno da compiere per rimuovere  $q_0$  dal sistema (**6 punti**).
  - Poiché si parla di forze esterne,  $W_{\text{ext}} = \Delta U_e$ . Poiché si muove solo  $q_0$ , la differenza di energia potenziale ha un solo contributo. Inoltre, l'energia potenziale finale di  $q_0$  è zero, quindi  $W_{\text{ext}}$  è

dato semplicemente dall'energia potenziale iniziale di  $q_0$  presa col segno meno, cioè da

$$W_{\text{ext}} = -\frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{q_2}{2} + \frac{2q_1}{\sqrt{5}} \right) = \pm 10^{-10} \text{ J}$$

dove il segno è determinato dal segno di  $q_0$ .

4. Determinare il lavoro che le forze elettrostatiche debbono compiere per rimuovere  $q_0$  dal sistema (**6 punti**).

- Il lavoro delle forze interne è uguale al lavoro delle forze esterne cambiato di segno, quindi

$$W = -W_{\text{ext}} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 a} \left( \frac{q_2}{2} + \frac{2q_1}{\sqrt{5}} \right) = \mp 10^{-10} \text{ J}$$

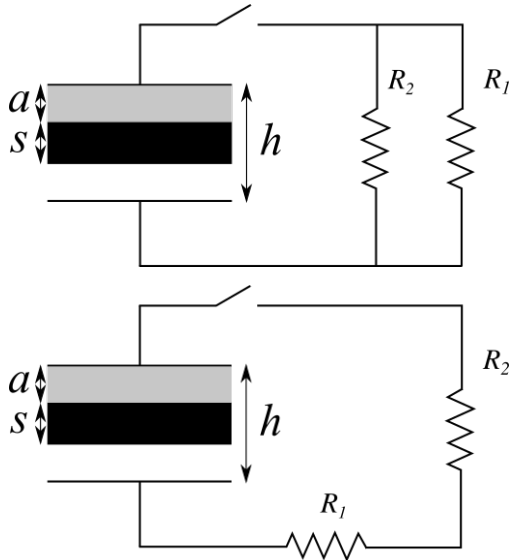
dove il segno è di nuovo determinato dal segno di  $q_0$  (ma al contrario).

5. Vi è la possibilità di variare i valori delle cariche fisse. Trovare una combinazione di valori di  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$  per cui almeno una delle tre cariche è diversa da zero e la carica  $q_0$  rimane ferma se lasciata libera di muoversi (**4 punti**).

- Per rispondere basta imporre che il campo (o la forza) calcolati all'inizio siano 0. Così facendo si ottiene

$$q_2 = -\frac{16q_1}{5\sqrt{5}}$$

## Secondo esercizio



Un condensatore piano di superficie  $\Sigma = 100 \text{ cm}^2$  e altezza  $h = 10 \text{ mm}$  è riempito parzialmente da una lastra conduttrice di spessore  $s = 2 \text{ mm}$  (in nero) e da un dielettrico di spessore  $a = (h - s)/2$  e  $\kappa = 4$  (in grigio), disposti come in figura. Le due resistenze valgono  $R_1 = 10 \Omega$  e  $R_2 = 5 \Omega$ . L'interruttore è inizialmente aperto.

1. Disegnare il circuito equivalente, calcolando esplicitamente i valori degli elementi equivalenti (**7 punti**).

- A seconda che le due resistenze siano in parallelo o in serie si trova  $R_{\text{eq}} = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$  o  $R_{\text{eq}} = R_1 + R_2$ . La capacità equivalente si può calcolare considerando il condensatore come l'equivalente di due condensatori in parallelo oppure utilizzando direttamente la definizione. Scegliamo questa seconda via e calcoliamo la d.d.p. tra le armature:

$$\Delta V = \frac{qa}{\epsilon_0 \Sigma} + \frac{qa}{\kappa \epsilon_0 \Sigma}$$

e quindi

$$C_{\text{eq}} = \frac{\epsilon_0 \Sigma \kappa}{a} \frac{1}{1 + \kappa} = 1.77 \times 10^{-11} \text{ F}$$

2. Tra le due armature vi è una d.d.p.  $\Delta V = 100 \text{ V}$ . Calcolare la carica immagazzinata dal condensatore **(3 punti)**.

- Utilizzando la relazione che lega le quantità in gioco troviamo

$$q = C_{\text{eq}} \Delta V = 1.77 \times 10^{-9} \text{ C}$$

3. La carica immagazzinata nel condensatore è  $q = 10^{-9} \text{ C}$ . Calcolare la d.d.p. tra le due armature. **(3 punti)**.

- Utilizzando la relazione che lega le quantità in gioco troviamo

$$\Delta V = \frac{q}{C_{\text{eq}}} = 56.5 \text{ V}$$

4. Si chiude l'interruttore e si aspetta che non scorra più alcuna corrente nel circuito. Calcolare tutta l'energia dissipata sulla resistenza equivalente **(6 punti)**. *Nota Bene:* non è necessario studiare il processo di scarica per risolvere questo punto.

- L'energia dissipata non può essere che quella contenuta nel condensatore, che vale

$$U_e = \frac{1}{2} q \Delta V$$

il cui valore numerico varia a seconda che il compito chiedesse di calcolare  $q$  avendo  $\Delta V$  o viceversa nel punto precedente.