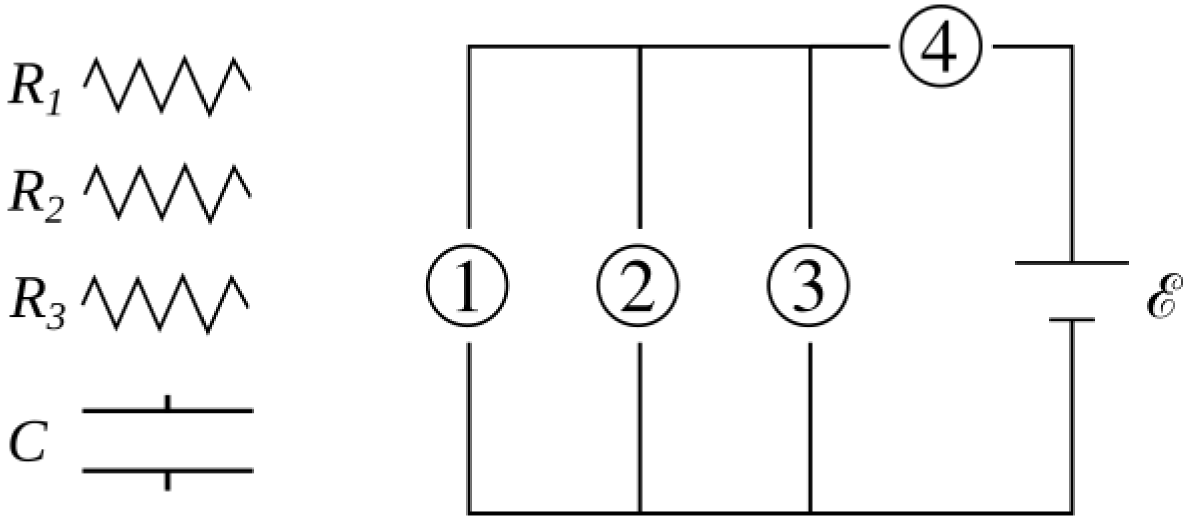
SCRITTO FISICA II - 26/01/2021

Elettricità

Il circuito in figura è composto da un generatore $\mathcal{E} = 10$ V e da quattro elementi circuitali indicati con ①, ②, ③ e ④. La lista degli elementi circuitali è mostrata a sinistra del circuito, con $R_1 = R_2 = 1\,\Omega$, $R_3 = 3\,\Omega$ e $C = 1$ nF.



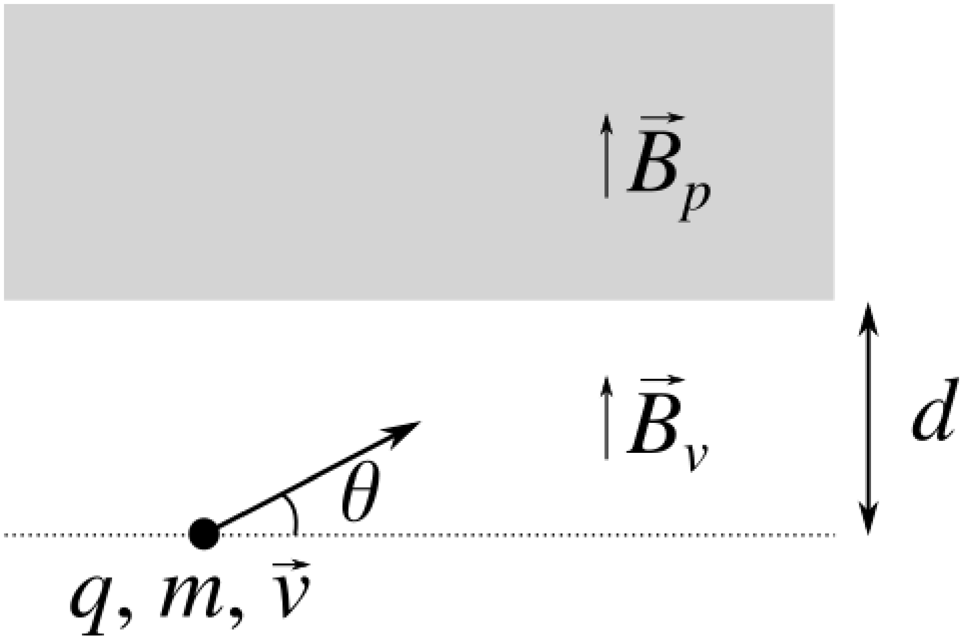
Indicare (giustificando la risposta) per quale combinazione degli elementi circuitali

1. la corrente che scorre in ② è massima **(6 punti)**.
    - Il condensatore deve trovarsi in uno dei rami in parallelo oppure nel circuito non scorre corrente. Se si trova in ② lì non scorrerà alcuna corrente, quindi deve trovarsi in ① o in ③. Poiché due delle resistenze sono uguali, i rami in parallelo possono contenere due resistenze da $1\,\Omega$ oppure una da $1\,\Omega$ e una da 3Ω. Nel primo caso il circuito RC equivalente è $4\,\Omega$, mentre nel secondo caso è $7/4\,\Omega$. Applicando la legge di Ohm troviamo che nei due casi scorrono correnti da 2.5 A e 5.7 A. Analizziamo in dettaglio le due varianti. Nel primo caso nel parallelo la corrente si divide in due perché i due rami hanno la stessa resistenza, quindi in ② scorre una corrente 1.25 A. Nel secondo caso la d.d.p. ai capi del parallelo è $\Delta V_p = \mathcal{E} - R_4 i = 4.3$ V, e la corrente che scorre nei due rami si trova applicando la legge di Ohm. Così facendo troviamo che nel ramo di resistenza minore scorre una corrente $\Delta V_p / R_1 = 4.3$ A, mentre in quella di resistenza maggiore scorre $\Delta V_p / R_3 = 1.4$ A. La configurazione richiesta ha quindi R_1 (o R_2) in ②, R_3 in ③ e R_2 (o R_1) in ④.
2. La carica immagazzinata dal condensatore è massima **(4 punti)**.
    - Se il condensatore viene messo in posizione ④ non scorre corrente nel circuito e quindi la d.d.p. ai suoi capi sarà pari a $\mathcal{E}$. Poiché in questo circuito questa è la massima d.d.p., in queste condizioni si avrà anche la carica massima immagazzinata, che varrà $q = C\mathcal{E}$.
3. La potenza dissipata dal circuito è massima **(6 punti)**.
    - La potenza di un circuito RC è semplicemente $\mathcal{P} = \mathcal{E}i$. Poiché $\mathcal{E}$ è costante la potenza massima dissipata si ha quando è massima la corrente che scorre nel circuito, cioè quando la resistenza è minima. Abbiamo visto che questo avviene quando nei due rami

in parallelo vengono poste resistenze da $1\,\Omega$ e $3\,\Omega$ e in ④ viene posta l'altra resistenza da $1\,\Omega$.

Magnetismo

Una particella di massa $m = 1.68 \times 10^{-27}$ Kg e carica $q = 1.602 \times 10^{-19}$ C si muove all'interno di un solenoide indefinito con velocità $\vec{v}$. Al tempo $t = 0$ nel solenoide viene fatta scorrere una corrente che genera un campo magnetico uniforme $\vec{B}_v$ di direzione e verso tali per cui $\vec{v}$ forma un angolo $\theta = 30^\circ$ con il piano ortogonale al campo (vedi figura). La particella comincia quindi a percorrere un moto elicoidale di velocità angolare $\omega = 9.69 \times 10^7\ \mathrm{s}^{-1}$ e passo $p = 3.28 \times 10^{-2}$ m. Una volta percorsa una distanza $d = 1$ m lungo la direzione del campo la particella entra in una regione di spazio in cui è presente anche un materiale di costante magnetica relativa $\kappa_m = 10$ (in grigio in figura).



Nota Bene: gli esercizi vanno risolti nell'approssimazione in cui il campo magnetico è costante e uniforme in entrambe le regioni.

1. Determinare i raggi di curvatura r_v e r_p della traiettoria percorsa dalla particella quando questa si trova nella regione vuota e nella regione piena **(5 punti)**.

   - Per calcolare i raggi di curvatura serve conoscere il valore del modulo del campo e della componente ortogonale al campo della velocità. Il campo si può trovare dalla relazione $\omega = qB_v/m$, da cui si ricava:

     $$B_v = \frac{\omega m}{q} = 1\,\mathrm{T}.$$

     Il valore del modulo del campo nella regione piena è quindi $B_p = \kappa_m B_v = 10$ T. Considerando che la componente della velocità ortogonale al piano (e quindi parallela al campo) è $v_o = v \sin\theta$, per il passo dell'elica vale la relazione $p = 2\pi v \sin\theta/\omega$, da cui si trova:

     $$v = \frac{p\omega}{2\pi \sin\theta} = 10^6\ \mathrm{m/s}.$$

     Ricordando che $r = mv_p/qB$, dove $v_p = v\cos\theta$ è la componente della velocità ortogonale al campo, si trova:

$$r_v = \frac{mv\cos\theta}{qB_v} = 9.03 \times 10^{-3}\ \mathrm{m}$$
$$r_p = \frac{mv\cos\theta}{qB_p} = 9.03 \times 10^{-4}\ \mathrm{m}.$$

2. Calcolare il numero di circonferenze complete percorse dalla particella dal momento in cui è stato acceso il campo a quello in cui è entrata nella regione di campo piena di materiale **(6 punti)**.
    - Per definizione il tempo impiegato dalla particella per percorrere una circonferenza è
      $$T = \frac{2\pi}{\omega} = 6.48 \times 10^{-8}\ \mathrm{s}$$
      mentre il tempo che impiega la particella per attraversare la regione vuota è dato dallo spostamento diviso la velocità:
      $$\Delta t = \frac{d}{v\sin\theta} = 2 \times 10^{-6}\ \mathrm{s}.$$
      Il rapporto tra questi due tempi è uguale al numero di circonferenze compiute dalla particella:
      $$\frac{\Delta t}{T} = 30.9$$
      La cui parte intera è il numero di circonferenze complete, $N_c = 30$.
3. Calcolare il modulo delle componenti della velocità ortogonale e parallela al campo nella regione piena di materiale **(5 punti)**.
    - Poiché il campo magnetico nella regione piena ha la stessa direzione e lo stesso verso di $\vec{B}_v$ e la forza di Lorentz non fa lavoro, le componenti restano inviariate, quindi si ha:
      $$v_o = v\cos\theta = 8.66 \times 10^5\ \mathrm{m/s}$$
      $$v_p = v\cos\theta = 5 \times 10^5\ \mathrm{m/s}$$