Nome: .... **Cognome:** .... **Matricola:** ....

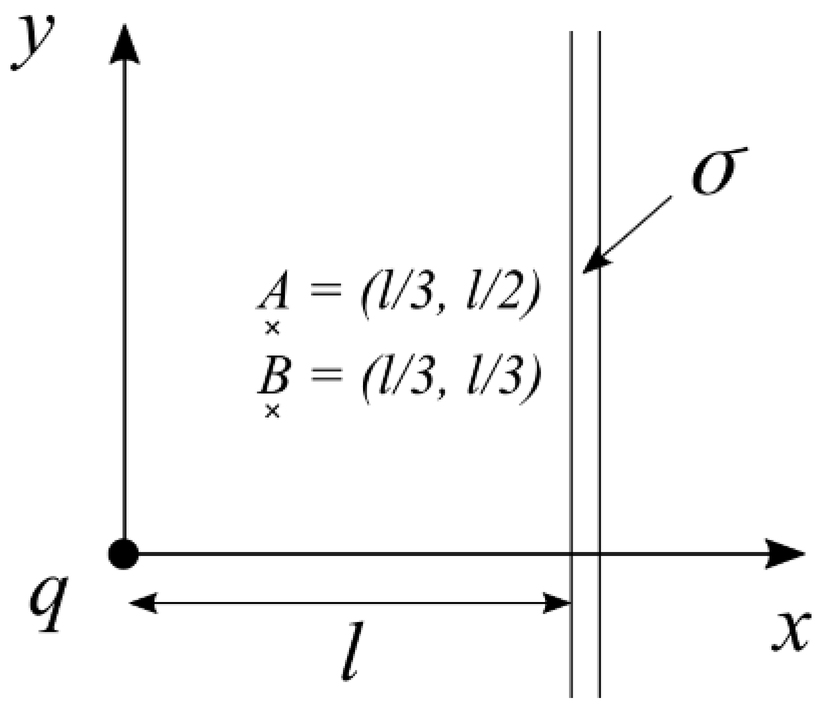
Tipologia: ☐ I esonero - ☐ II esonero - ☐ scritto

ESAME SCRITTO FISICA II - 14/09/2021

- Chi svolge tutto lo scritto ha **due ore** per svolgere gli esercizi
- Chi recupera uno dei due esoneri ha **un'ora** per svolgere gli esercizi
- Ogni risposta va **motivata**
- Scrivete nome, cognome e matricola sui fogli che consegnate
- Chi si vuole ritirare può farlo ma *deve* consegnare questo foglio (che non verrà corretto)
- Sono vietati i telefoni: chiunque venga trovato ad utilizzare il telefono dovrà abbandonare l'aula

Elettricità

Un sistema è composto da una carica negativa $q = -10^{-9}$ C posta nell'origine degli assi e da un piano isolante, posto parallelalelamente all’asse y a distanza $l = 10$ cm dall'origine e caricato positivamente con una distribuzione uniforme di densità superficiale $\sigma = 2 \times 10^{-7}$ C / m^2 (si veda la figura).



1. Determinare il campo elettrostatico nel punto $A = (l/3, l/2)$ **(9 punti)**.
   - Il campo totale è dato dalla sovrapposizione dei campi generati dal piano e dalla carica, che valgono:

$$\vec{E}_p = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0}\hat{x}$$

$$\vec{E}_c = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{\hat{r}_A}{r_A^2}$$

dove $r_A = l\sqrt{13}/6$ e $\hat{r}_A = \frac{1}{r_A}(l/3, l/2) = 1/\sqrt{13}(2,3)$, quindi

$$\vec{E}_c = \frac{9q}{\pi\epsilon_0 13\sqrt{13}l^2}(2,3)$$

Sommando i contributi si trova

$$\vec{E} = \left(-\frac{\sigma}{2\epsilon_0} + \frac{18q}{\pi\epsilon_0 13\sqrt{13}l^2}, \frac{27q}{\pi\epsilon_0 13\sqrt{13}l^2}\right)$$

2. Calcolare la differenza di potenziale tra il punto $B = (l/3, l/3)$ ed il punto A **(7 punti)**.
   - La differenza di potenziale in generale è la somma dei due diversi contributi. In questo caso specifico, però, la distanza dei due punti dal piano è la stessa, quindi la differenza di potenziale si riduce a

$$\Delta V = \Delta V_p + \Delta V_c = \Delta V_c$$

dove

$$\Delta V_c = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r_B} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{r_A} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 l}\left(\frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{6}{\sqrt{13}}\right) = 45.8\,\mathrm{V}$$

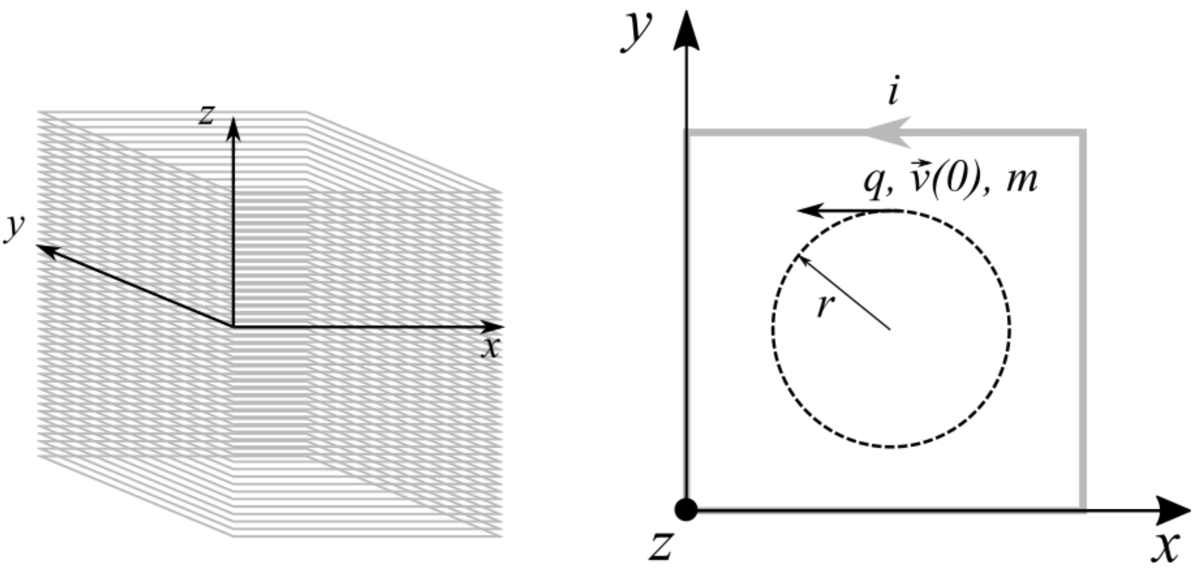
quindi

$$\Delta V = 45.8\,\mathrm{V}$$

Magnetismo

In un solenoide indefinito di area quadrata e densità lineare di spire $n = 10$ cm^{-1} posto parallelo all'asse z scorre una corrente $i = 10$ A in verso anti-orario. Al tempo $t = 0$ viene inserita all'interno del solenoide una particella di carica q, massa $m = 10^{-9}$ g e velocità iniziale $\vec{v}(0) = -v_0\hat{x}$, con $v_0 = 1$ m/s. La particella comincia quindi a percorrere in verso anti-orario una circonferenza di raggio $r = 8$ cm.

La figura in basso mostra a sinistra una porzione del solenoide e a destra il sistema visto dall'alto.



1. Determinare la carica (compresa di segno) della particella **(5 punti)**.
   - La carica deve essere negativa perché affinché la circonferenza sia percorsa in senso antiorario al tempo $t = 0$ la forza di Lorentz $q\vec{v}(0) \times \vec{B}$ deve avere direzione $-\hat{y}$. Poiché $\vec{v}(0) \parallel -\hat{x}$ e $\vec{B} \parallel \hat{z}$, $\vec{v}(0) \times \vec{B} \parallel \hat{y}$, quindi la carica deve essere negativa. Il modulo della carica si ottiene invertendo la relazione $r = mv/qB$, da cui si ricava

$$q = \frac{mv_0}{rB} = 10^{-9}\,\mathrm{C}$$

2. Determinare il tempo t^* a cui si dovrebbe togliere corrente al solenoide per fare in modo che la velocità finale della particella sia diretta lungo $\hat{y}$ **(5 punti)**.

- La velocità della particella è diretta verso l'alto quando la particella ha percorso tre quarti della circonferenza. Poiché sappiamo che il tempo impiegato a percorrere l'intera circonferenza è $T = 2\pi r/v_0$, il tempo richiesto varrà

$$t^* = \frac{3}{4}T = \frac{3\pi r}{2v_0} = 0.38\,\mathrm{s}$$

3. La corrente nel solenoide triplica di intensità. Determinare modulo, direzione e verso che dovrebbe avere un campo esterno aggiuntivo $\vec{B}_{\text{ext}}$ per mantenere la traiettoria della particella invariata **(6 punti)**.
   - Raddoppiando la corrente all'interno del solenoide si avrà un campo $\vec{B}_1 = 3\vec{B}$. Affinché la traiettoria della particella rimanga inalterata è necessario aggiungere un campo esterno che riporti il valore del campo totale a quello iniziale. Bisogna cioè fare in modo che $\vec{B}_1 + \vec{B}_{\text{ext}} = \vec{B} = 3\vec{B} + \vec{B}_{\text{ext}} = \vec{B}$ e quindi

     $$\vec{B}_{\text{ext}} = -2\vec{B}$$

     Il campo esterno deve quindi avere il doppio dell'intensità del campo iniziale, stessa direzione ma verso opposto ($\| -\hat{z}$).