

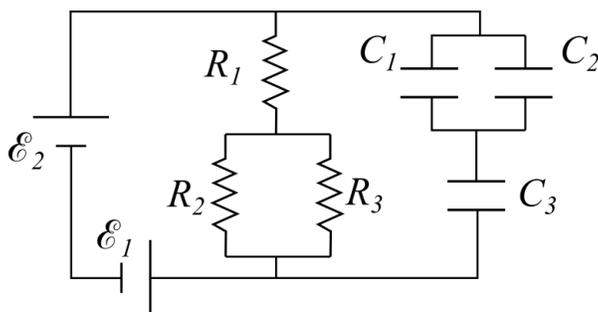
Prova scritta di Fisica II - Secondo e Terzo Canale - 30 Gennaio 2023

Nome _____ Cognome _____ Canale _____

Matricola _____ Orale in questo appello Ritirato/a

Nota Bene: Il formulario vuole essere un supporto qualora non ricordiate alcune formule e non abbiate tempo per ricavarle. Tenete presente che il solo scrivere la formula giusta trovata nel formulario per rispondere ad una domanda **non** porta ad avere alcun punteggio in quella domanda. Si ricorda anche che tutte le risposte vanno correttamente motivate, la sola risposta numerica non è sufficiente per avere punti relativi alla domanda in questione.

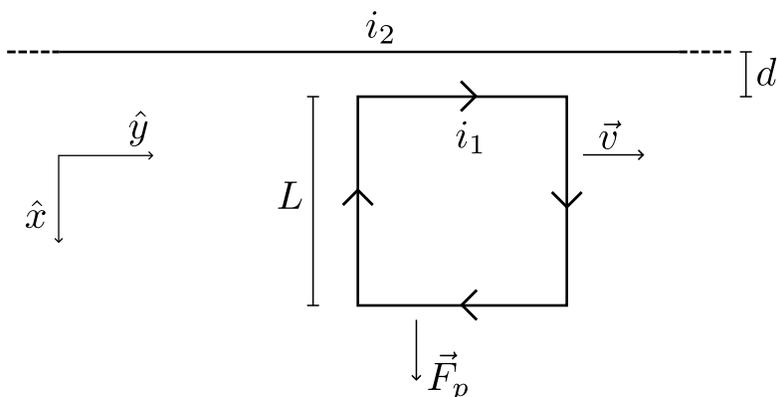
Primo Esercizio



Il circuito in figura è formato da due generatori di tensione ($\mathcal{E}_1 = 10 \text{ V}$ e $\mathcal{E}_2 = 20 \text{ V}$), tre resistenze ($R_1 = 10 \Omega$, $R_2 = R_3 = 2R_1$) e tre condensatori ($C_1 = 3 \text{ nF}$, $C_2 = 7 \text{ nF}$, $C_3 = 10 \text{ nF}$).

1. Determinare il circuito equivalente (ovvero composto da un generatore, una resistenza ed un condensatore, opportunamente collegati), calcolando espressamente i valori associati agli elementi circuitali equivalenti (**5 punti**).
2. Calcolare verso e intensità della corrente che scorre nel circuito, e la quantità di carica totale immagazzinata nei condensatori (**6 punti**).
3. Calcolare l'energia elettrostatica immagazzinata da C_3 (**5 punti**).

Secondo Esercizio



Una spira quadrata di lato $L = 10 \text{ cm}$ e massa $M = 10 \mu\text{g}$, soggetta alla forza peso, è percorsa in senso orario da una corrente di intensità $i_1 = 1 \text{ A}$. La spira è posizionata sotto ad un filo rettilineo percorso da una corrente i_2 .

1. Determinare verso e intensità della corrente i_2 tale da mantenere la spira sospesa in equilibrio ad una distanza $d = 1 \text{ mm}$ dal filo (**7 punti**).
2. Supponiamo che il lato della spira raddoppi in lunghezza (sia lungo \hat{x} che lungo \hat{y}), ma che sia i_1 che i_2 che M rimangano invariate. Determinare la nuova distanza d' tra filo e spira tale che la spira si trovi in equilibrio (**5 punti**).
3. Una forza esterna mette in moto la spira di lato L nella direzione parallela al filo, con velocità $v = 1 \text{ cm/s}$, così come indicato in figura. Determinare la forza elettromotrice indotta nella spira (**4 punti**).

Note: In figura, \vec{F}_p denota la forza peso. Il filo in cui scorre i_2 può essere considerato di lunghezza infinita, ed è immobile. La velocità \vec{v} della spira va considerata solamente nel terzo punto dell'esercizio.

I. Primo esercizio: Soluzione

1. Il circuito equivalente è composto da un generatore \mathcal{E}_{eq} , una resistenza R_{eq} e un condensatore C_{eq} . Poiché $\mathcal{E}_2 > \mathcal{E}_1$, $\mathcal{E}_{\text{eq}} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = 10 \text{ V}$, è orientato come \mathcal{E}_2 e quindi fa scorrere la corrente in senso orario.

La resistenza equivalente è data dalla serie di R_1 con il parallelo di R_2 ed R_3 , quindi

$$R_{\text{eq}} = R_1 + \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 20 \Omega.$$

Il condensatore è dato dalla serie di C_3 con il parallelo di C_1 e C_2 , quindi

$$C_{\text{eq}} = \frac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = 5 \text{ nF}.$$

2. L'intensità della corrente è data dalla legge di Ohm, $i_{\text{eq}} = \frac{\mathcal{E}_{\text{eq}}}{R_{\text{eq}}} = 0.5 \text{ A}$, mentre la quantità di carica immagazzinata è legata alla capacità equivalente tramite la relazione $q_{\text{eq}} = C_{\text{eq}}\mathcal{E}_{\text{eq}} = 5 \times 10^{-8} \text{ C}$.

3. L'energia di un condensatore è, in generale, $U_e = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$. Nel caso di C_3 si ha $q_3 = q_{\text{eq}}$ (perché condensatori in serie hanno la stessa carica), quindi

$$U_e = \frac{1}{2} \frac{q_{\text{eq}}^2}{C_3} = 1.25 \times 10^{-7} \text{ J}$$

II. Secondo esercizio: Soluzione

1. Affinchè il sistema possa essere in equilibrio, la forza magnetica esercitata dal filo sulla spira deve essere attrattiva. Questo è possibile solo se la corrente i_2 è concorde alla direzione di i_1 nel segmento della spira più vicino al filo. Dunque la corrente i_2 deve scorrere verso destra, ovvero nella direzione \hat{y} .

In condizioni di equilibrio, dobbiamo bilanciare la forza peso e la forza magnetica F_m esercitata dal filo rettilineo sulla spira. Quest'ultima è data dalla somma delle due forze agenti sui due segmenti orizzontali della spira. Le due componenti hanno segno opposto poichè la corrente scorre in senso opposto nei due segmenti. Applicando la formula nota della forza tra due segmenti rettilinei e paralleli percorsi da corrente, abbiamo:

$$F_m = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \left(\frac{L}{d} - \frac{L}{d+L} \right) = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{L^2}{d(d+L)}$$

Dalla condizione $F_m = Mg$ possiamo ricavare l'unica incognita, ovvero i_2 :

$$i_2 = \frac{2\pi Mg}{\mu_0 i_1} \frac{d(d+L)}{L^2} \approx 4.95 \text{ A}.$$

2. Poichè la forza peso rimane invariata, dobbiamo richiedere che la forza magnetica subita dalla spira di lunghezza $2L$ rimanga la stessa di quella subita dalla spira di lunghezza L . Sia d' la distanza d'equilibrio per la spira di lato $2L$. Dunque vogliamo che:

$$\frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{4L^2}{d'(d'+2L)} = \frac{\mu_0 i_1 i_2}{2\pi} \frac{L^2}{d(d+L)} \quad \Rightarrow \quad \frac{4L^2}{d'(d'+2L)} = \frac{L^2}{d(d+L)} \quad \Rightarrow \quad d' = 2d = 2 \text{ mm}.$$

3. Infine, se la spira si muove parallelamente al filo, il flusso del campo magnetico generato da i_2 rimane costante. Dunque, per la legge di Faraday, la forza elettromotrice indotta è zero.