Fisica 1 per chimica industriale, Esonero 2 - 14/06/2019
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione di un solo libro di testo (no libri di esercizi svolti, no quaderni/appunti), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

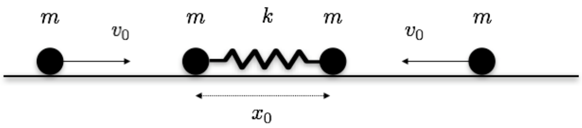
Esercizio 1

Due corpi (punti materiali) di massa m sono fermi su una guida orizzontale liscia, separati da una molla ideale di massa trascurabile, costante elastica k e lunghezza a riposo x_0 come indicato in figura. Due altri corpi, uguali ai precedenti, si muovono sulla stessa guida in versi opposti, con la stessa velocita' v_0 e urtano contemporaneamente ognuna delle due masse ferme. I due urti sono completamente anelastici.

Determinare:
a) la posizione e la velocita' del centro di massa del sistema dei 4 corpi dopo l'urto;
b) l'energia dissipata nell'urto;
c) la minima lunghezza della molla x_{min} dopo l'urto.

Nota: Esprimere i risultati in funzione delle grandezze fornite dal problema (m, k , x_0 , v_0)

Figura 1



Esercizio 2

Il volano mostrato in figura e' assimilabile ad un corpo rigido costituito da due dischi uniti tra loro: un disco interno di massa $M_1 = 3kg$ e raggio $R_1 = 0.1m$; un disco concentrico al precedente di massa $M_2 = 2kg$ e raggio $R_2 = 0.3m$. Il sistema puo' ruotare senza attrito attorno ad un asse fisso orizzontale passante per il centro O. Un corpo di massa $M_3 = 0.2kg$ e' collegato al volano tramite una fune, inestensibile e di massa trascurabile, arrotolata attorno al disco di raggio R_1. Infine una molla di costante elastica incognita k collega il bordo del disco di raggio R_2 con la terra, come mostrato in figura. Inizialmente, il sistema e' in equilibrio e la molla risulta allungata di $\Delta x = 0.4m$ rispetto alla propria lunghezza a riposo.

Determinare:
a) la costante elastica k della molla;

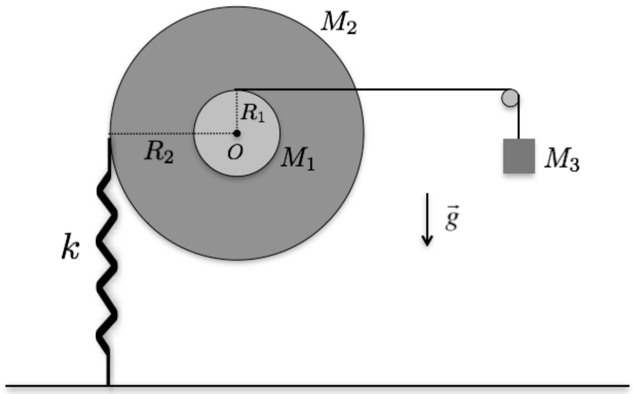
Ad un certo istante, la molla viene tagliata ed il sistema si mette in movimento: il corpo di massa M_3 scende lungo la verticale mentre il volano inizia a ruotare in senso orario. Determinare:

b) l'accelerazione del corpo di massa M_3
c) l'energia cinetica del volano dopo un tempo $\Delta t = 2s$

BONUS:
d) la reazione vincolare (modulo, direzione e verso) esercitata dall'asse di rotazione passante per O sul volano, nella posizione di equilibrio iniziale.

Nota: Si assuma che durante il moto la fune non scivoli mai rispetto al disco di raggio R_1. Si assuma inoltre che dopo $\Delta t = 2s$ il corpo M_3 non abbia ancora toccato terra.

Figura 2



Soluzione - Esercizio 1

a)
La risultante delle forze esterne lungo l'asse orizzontale e' zero: si conserva la quantita' di moto.

$p_{tot} = p_i$
$4m\,v_{CM} = mv_0 - mv_0 = 0$
$v_{CM} = 0$
$x_{CM} = x_{CM}(iniziale) = 0$ (nel sistema di riferimento con origine posta a meta' tra le due masse centrali)

b)
Urto anelastico:
$mv_0 = 2mV$
$V = v_0/2$
$E_i = \frac{1}{2}mv_o^2 \cdot 2 = mv_o^2$
$E_f = \frac{1}{2}(2m)V^2 \cdot 2 = mv_o^2/2$
$E_{diss} = E_i - E_f = mv_o^2/2$

c)
Si applica la conservazione dell'energia.
La lunghezza minima della molla corrisponde allo stato finale (B) in cui i due corpi sono fermi.
$E_A = E_f = mv_o^2/2$ (energia subito dopo l'urto)
$E_B = \frac{1}{2}k\Delta x^2$
$E_A = E_B$
$\Delta x = \sqrt{\frac{mv_o^2}{k}}$
La lunghezza minima della molla e':

$x_{min} = x_0 - \Delta x = x_0 - \sqrt{\frac{mv_o^2}{k}}$

Soluzione - Esercizio 2

a)

All'equilibrio:

$M_3 g - T = 0$ da cui $T = M_3 g$

$R_1 T - R_2 F_{el} = 0$
$R_1 M_3 g - R_2 k \Delta x = 0$

$$k = \frac{M_3 g R_1}{\Delta x R_2} = 1.63\ N/m$$

b)

$$I = I_1 + I_2 = \frac{M_1 R_1^2}{2} + \frac{M_2 R_2^2}{2} = 0.015 + 0.09 = 0.105\ kgm^2$$

Equazioni del moto:
$R_1 T = I\alpha$
$M_3 g - T = M_3 a$

Sapendo che $\alpha = \frac{a}{R_1}$ si ottiene:

$$a = \frac{g}{1 + \frac{I}{M_3 R_1^2}} = 0.183\ ms^{-2}$$

c)

$$\alpha = \frac{a}{R_1} = 1.83\ rad\ s^{-2}$$
$$\omega = \alpha\ \Delta t = 3.66\ rad/s$$
$$K = \frac{1}{2} I\omega^2 = 0.705\ J$$

d)

Sistema di riferimento:
asse x orizzontale verso destra
asse y verticale verso l'alto

All'equilibrio:
La risultante delle forze esterne che agiscono sul volano deve essere nulla:
$R_x = M_3 g + N_x = 0$
$R_y = -k\Delta x - (M_1 + M_2) g + N_y = 0$

$N_x = -M_3 g = -1.96\ N$
$N_y = k\Delta x + (M_1 + M_2) g = 49.6\ N$

$$N = \sqrt{{N_x}^2 + {N_y}^2} = 49.7\ N$$