Fisica 1 per chimica industriale, terzo esonero 15/06/2016 - Termodinamica
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: .... Matricola: ....

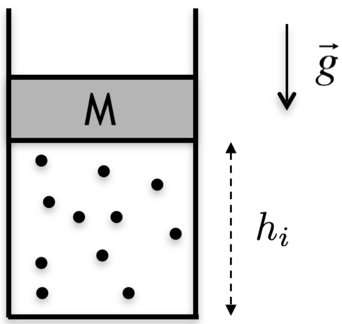
Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1

Un contenitore cilindrico adiabatico riempito di gas perfetto biatomico e' mantenuto chiuso da un pistone scorrevole di area $S = 10^{-3}\,m^2$ e massa $M = 2.5\,Kg$. Nello stato iniziale di equilibrio termodinamico il pistone si trova ad una altezza dal fondo $h_i = 0.1m$ e la temperatura iniziale del gas e' $T_i = 300\,K$. La pressione atmosferica e' pari a $P_0 = 10^5$ Pa.
Determinare:
a) la pressione iniziale del gas ed il numero di moli di gas nel contenitore.

Successivamente il gas viene riscaldato fornendo una quantita' di calore pari a 21 J. Il sistema raggiunge quindi un nuovo stato di equilibrio termodinamico.
Determinare:
b) la temperatura finale del gas;
c) il lavoro compiuto dal gas e l'altezza finale del pistone.

Figura 1

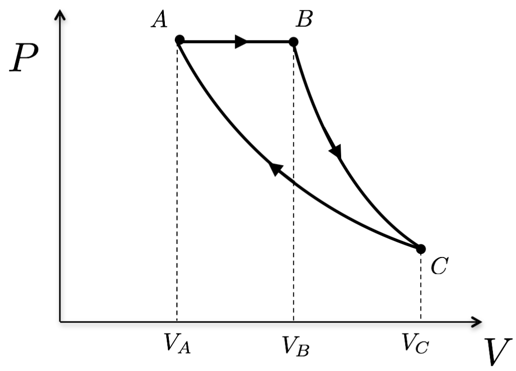


Esercizio 2

Una mole (n=1) di gas monoatomico, inizialmente a temperatura $T_A = 300\,K$ e $V_A = 20\,l$itri, compie il ciclo termodinamico indicato in Figura 2 costituito da 3 trasformazioni reversibili: un riscaldamento a pressione costante fino alla temperatura $T_B = 400\,K$ $(A \to B)$, una espansione adiabatica fino a tornare alla temperatura T_A $(B \to C)$, una compressione isoterma che riporta il gas nello stato iniziale $(C \to A)$.
Determinare:
a) i volumi V_B e V_C del gas negli stati di equilibrio termodinamico B e C;
b) i calori scambiati nelle tre trasformazioni ed il rendimento della macchina;
c) la variazione di entropia dell'universo*.

[*] Per "universo" si intende l'insieme del gas e dell'ambiente esterno con cui il gas scambia energia durante il ciclo termodinamico.

Figura 2



Soluzione - Esercizio 1

$Gas\ biatomico\ :\ c_V = \frac{5}{2}R$, $c_P = \frac{7}{2}R$

a)

Nello stato iniziale di equilibrio, la pressione esterna P_i e' uguale a quella del gas:
$P_i = P_0 + \frac{Mg}{S} = 1.25\ 10^5\ Pa$

Dalla legge di stato dei gas perfetti si ricava:
$n = \frac{P_i V_i}{RT_i} = \frac{P_i Sh}{RT_i} = 0.005\ mol$

b)

La trasformazione avviene a pressione esterna costante.

Quindi il calore assorbio dal gas e' dato da:

$Q = nc_P(T_f - T_i)$
$T_f = T_i + \frac{Q}{nc_P} = 444\ K$

c)

Dal primo principio della termodinamica
$\Delta U = Q - L$
si ottiene il lavoro fatto dal gas
$L = Q - \Delta U = nc_P(T_f - T_i) - nc_V(T_f - T_i) = nR(T_f - T_i) = 6\ J$
Il lavoro e' positivo, quindi il gas si espande.

Essendo la pressione esterna P_i costante, il lavoro e' dato da:
$L = P_i(V_f - V_i) = P_i S(h_f - h_i)$
da cui si ricava l'altezza del pistone nello stato finale
$h_f = h_i + \frac{L}{P_i S} = 0.15\ m$

Soluzione - Esercizio 2

$Gas\ monoatomico\ :\ c_V = \frac{3}{2}R\ ,\ c_P = \frac{5}{2}R\ ,\ \gamma = \frac{c_P}{c_V} = \frac{5}{3}\ ,\ \gamma - 1 = \frac{2}{3}$

a)

Dalla legge di stato dei gas perfetti si ricava:
$P_A V_A = nRT_A$
$P_B V_B = nRT_B$
$\frac{V_B}{V_A} = \frac{T_B}{T_A}$
$V_B = \frac{T_B}{T_A} V_A = 26.7\ litri = 26.7\ 10^{-3} m^3$

Dall'equazione di stato di una trasformazione adiabatica reversibile si ricava:
$T_B {V_B}^{\gamma-1} = T_C {V_C}^{\gamma-1}$
$V_C = V_B \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} = V_B \left(\frac{T_B}{T_C}\right)^{\frac{3}{2}} = 41.1\ litri\ =\ 41.1\ 10^{-3} m^3$

b)

I calori scambiati nelle tre trasformazioni sono:
$isobara: Q_{AB} = nc_P(T_B - T_A) = 2078\,J\ > 0\ \rightarrow\ calore\ assorbito: |Q_{ass}| = |Q_{AB}| = 2078\,J$
$adiabatica: Q_{BC} = 0$
$isoterma: Q_{CA} = L_{CA} = nRT_A ln(\frac{V_A}{V_C}) = -1797\,J\ < 0\ \rightarrow\ \ calore\ ceduto: |Q_{ced}| = |Q_{CA}| = 1797\,J$

Il rendimento si ottiene quindi da:
$\eta\ =\ 1 - \frac{|Q_{ced}|}{|Q_{ass}|} = 0.135$

c)

Essendo tutte le trasformazioni reversibili ed essendo l'universo un sistema isolato, la variazione di entropia dell'universo e' nulla.

La si puo' calcolare per le trasformazioni considerate considerate:
$\Delta S_{universo} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{ambiente}$

Consideriamo la variazione di entropia dell'ambiente (inteso come l'insieme dei sistemi che scambiano energia con il gas)
$\Delta S_{ambiente} = \Delta S^{AB}_{ambiente} + \Delta S^{BC}_{ambiente} + \Delta S^{CA}_{ambiente}$

Nel tratto AB, l'ambiente cede (<0) calore uguale a quello assorbito (>0) dal gas ($\delta Q_{gas} = nc_P dT$), da cui tenendo in conto dei segni:
$$\Delta S^{AB}_{ambiente} = \int_A^B \frac{\delta Q_{ambiente}}{T} = -\int_A^B \frac{\delta Q_{gas}}{T} = -\int_A^B \frac{nc_P dT}{T} = -nc_P \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = -6\,J/K$$

Nel tratto BC, l'ambiente e' isolato dal gas e non effettua trasformazioni; quindi la sua variazione di entropia e' nulla:
$\Delta S^{BC}_{ambiente} = 0$

Nel tratto CA, l'ambiente acquista calore (>0) uguale a quello ceduto (<0) dal gas, da cui tenendo in conto dei segni:
$\Delta S^{CA}_{ambiente} = \frac{|Q_{CA}|}{T_A} = 6\,J/K$
Da cui:
$\Delta S_{ambiente}\ =\ 0$

Per un ciclo termodinamico qualunque la variazione di entropia e' nulla:
$\Delta S_{gas} = 0\ \ in\ un\ ciclo$

Quindi la variazione di entropia dell'universo e':
$\Delta S_{universo} = \Delta S_{gas} + \Delta S_{ambiente} = 0$