

Fisica 1 per chimica industriale, secondo esonero 15/06/2018 - Meccanica dei sistemi e Termodinamica

Docente: Santanastasio Francesco

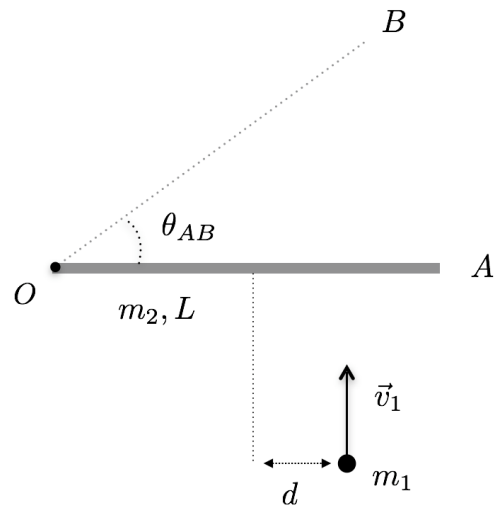
Nome e cognome: Matricola:

Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione di un solo libro di testo (no libri di esercizi svolti, no quaderni/appunti), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.

Esercizio 1

Figura 1

Una sbarretta omogenea di lunghezza $L=0.2\text{m}$ e massa $m_2 = 0.05\text{ kg}$ e' appoggiata su un piano orizzontale ed e' vincolata a ruotare intorno ad un asse fisso verticale passante per il suo estremo O (vedi Figura 1). Inizialmente la sbarretta si trova in quiete e viene colpita, ad una distanza $d=0.05\text{m}$ dal centro, da un proiettile (punto materiale) di massa $m_1 = 0.01\text{ kg}$ e velocita' $v_1 = 1\text{ m/s}$ diretta ortogonalmente alla sbarretta. Nell'urto il proiettile resta conficcato nella sbarretta (urto completamente anelastico).



Determinare:

- il vettore momento angolare $\vec{J}_{0,tot}$ del sistema sbarretta+proiettile rispetto al polo fisso O prima dell'urto (indicando modulo, direzione e verso del vettore);
- la velocita' angolare ω del sistema sbarretta+proiettile un istante dopo l'urto.

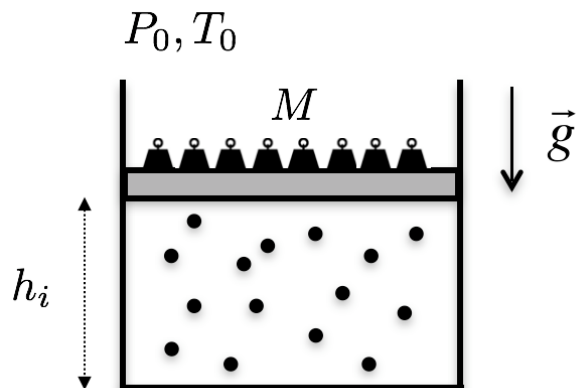
Dopo l'urto il sistema sbarretta+proiettile inizia a ruotare e risente di un momento delle forze rispetto al polo O, frenante e di modulo costante $M_0 = 0.002\text{ Nm}$, dovuto alle forze di attrito.

- Determinare l'angolo θ_{AB} percorso dal sistema sbarretta+proiettile prima di fermarsi.

Esercizio 2

Figura 2

Una quantita' $n=1$ mol di gas perfetto monoatomico e' contenuta all'interno di un recipiente rigido, conduttore di calore, chiuso da un pistone mobile di massa trascurabile e sezione S. Sul pistone e' inizialmente posta una massa totale $M=80\text{ kg}$ costituita da un grande numero di piccoli pesi. Il pistone si trova ad una altezza iniziale $h_i = 0.75\text{ m}$ dal fondo del recipiente. L'ambiente esterno e' una sorgente di calore alla temperatura $T_0 = 303\text{ K}$ ed alla pressione atmosferica $P_0 = 10^5\text{ Pa}$. Il gas e' inizialmente in equilibrio termodinamico con l'ambiente.



- Determinare la superficie S del pistone, il volume V_i del gas e la pressione P_i del gas nello stato iniziale.

I pesi vengono quindi tolti lentamente uno alla volta fino a che l'intera massa M viene rimossa (trasformazione quasi-statica). Il gas raggiunge quindi un nuovo stato di equilibrio termodinamico. Determinare:

- la temperatura T_f del gas, la pressione P_f del gas, il volume V_f del gas, l'altezza h_f del pistone nello stato finale ed il lavoro L_{gas} compiuto dal gas nella trasformazione;
- le variazioni di entropia del gas ΔS_{gas} , dell'ambiente $\Delta S_{ambiente}$ e dell'universo $\Delta S_{universo}$ tra lo stato iniziale e quello finale. Giustificare il risultato ottenuto per $\Delta S_{universo}$.

Soluzione - Esercizio 1

a)

$$\text{Modulo} = J_0^i = \left(\frac{L}{2} + d\right)m_1v_1 = 0.0015 \text{ kgm}^2/\text{s}$$

Direzione = ortogonale al piano dove poggia la sbarretta

Verso = uscente dal piano

b)

Nell'urto si conserva la componente parallela all'asse di rotazione del momento angolare rispetto al polo O.

$$J_0^i = J_0^f$$

$$J_0^i = \left(\frac{L}{2} + d\right)m_1v_1$$

$$J_0^f = I \omega$$

$$I_{m2} = \frac{m_2L^2}{12} + m_2\left(\frac{L}{2}\right)^2 = \frac{m_2L^2}{3} = 0.000667 \text{ kg m}^2$$

$$I_{m1} = m_1\left(\frac{L}{2} + d\right)^2 = 0.000225 \text{ kg m}^2$$

$$I = I_{m2} + I_{m1} = 0.000892 \text{ kg m}^2$$

$$\omega = \left(\frac{L}{2} + d\right)m_1v_1/I = 1.68 \text{ rad/s}$$

c)

Si assume come verso positivo della rotazione quello antiorario.

$$-M_0 = I\alpha \quad (\text{seconda equazione cardinale, considerando il momento frenante delle forze di attrito})$$

$$\alpha = -\frac{M_0}{I}$$

$$\omega(t) = \omega - \alpha t = \omega - \frac{M_0}{I}t$$

$$\theta(t) = \omega t - 1/2 \alpha t^2 = \omega t - 1/2 \frac{M_0}{I}t^2$$

Il sistema si ferma nella posizione B quando la sbarretta ha velocità angolare nulla

$$0 = \omega - \frac{M_0}{I}t_B \quad \text{da cui} \quad t_B = I\omega/M_0$$

$$\theta_{AB} = \theta(t_B) = 1/2 \frac{I\omega^2}{M_0} = 0.63 \text{ rad.} = 36^\circ$$

Soluzione - Esercizio 2

a)

$$T_i = T_0$$

$$P_i = P_0 + \frac{Mg}{S}$$

$$V_i = Sh_i$$

$$P_i V_i = nRT_i$$

$$\left(P_0 + \frac{Mg}{S}\right)Sh_i = nRT_0$$

$$S = \frac{nRT_0 - Mgh_i}{P_0 h_i} = 2.57 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$V_i = Sh_i = 1.93 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$P_i = P_0 + \frac{Mg}{S} = 1.3 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

b)

Si tratta di una espansione isoterma reversibile

$$T_f = T_i = T_0 = 303 \text{ K}$$

$$P_f = P_0 = 10^5 \text{ Pa}$$

$$V_f = nRT_0/P_0 = 2.52 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$$

$$h_f = V_f/S = 0.98 \text{ m}$$

$$L_{gas} = nRT_0 \ln(V_f/V_i) = 672 \text{ J} > 0$$

c)

$$\Delta S_{gas} = nR \ln(V_f/V_i) = 2.22 \text{ J/K}$$

$$Q_{ambiente} = -Q_{gas} = -L_{gas} = -672 \text{ J (trasformazione isoterma)}$$

$$\Delta S_{ambiente} = Q_{ambiente}/T_0 = -2.22 \text{ J/K}$$

$$\Delta S_{universo} = \Delta S_{ambiente} + \Delta S_{gas} = 0$$

(giustificazione: l'universo costituito dal gas + ambiente e' un sistema adiabatico in cui avvengono in questo caso solo trasformazioni reversibili. L'entropia e' dunque costante tra lo stato iniziale e quello finale.)

