**Fisica 1 per chimica industriale, secondo esonero 16/05/2016 - Meccanica dei sistemi di punti e dei corpi rigidi**
Docente: Santanastasio Francesco

Nome e cognome: ........................................................................................................ Matricola: ............................

*Tempo a disposizione 2 ore, e' permessa la consultazione del solo libro di testo ed appunti (no libri di esercizi), e' obbligatorio spegnere i cellulari. Risolvere gli esercizi riportando le formule risolutive ed i risultati numerici utilizzando le unita' di misura del Sistema Internazionale.*

---

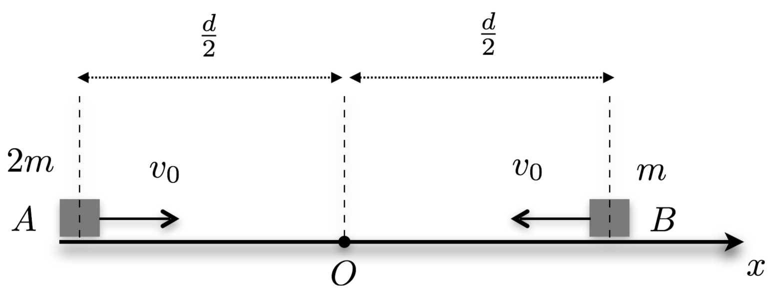
**Esercizio 1**

Due corpi (punti materiali) di massa $m_A = 2m$ ed $m_B = m = 0.1$ Kg si muovono lungo un piano privo di attrito con velocita' $v_0 = 10m/s$, come indicato in Figura 1. Inizialmente i corpi sono separati da una distanza $d = 1m$.

Determinare nell'istante iniziale:
a) la posizione ($x_{CM}$), la velocita' ($v_{CM}$) e l'accelerazione ($a_{CM}$) del centro di massa del sistema dei due corpi rispetto al sistema di riferimento fisso O.

Assumendo che dopo l'urto i corpi restino attaccati (urto completamente anelastico) e che la durata dell'urto sia $\Delta t = 0.1\ s$ , determinare:
b) l'energia dissipata nell'urto;
c) la forza media F che il corpo A esercita su B durante l'urto.

Figura 1




---

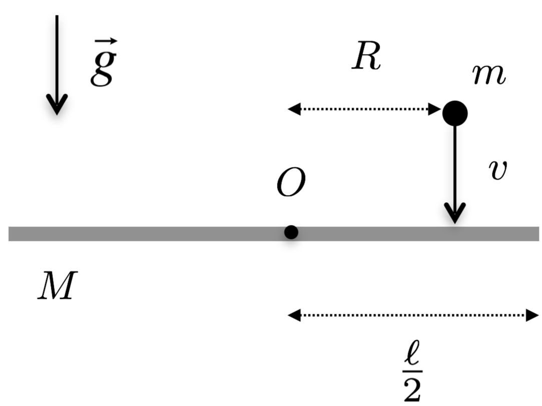
**Esercizio 2**

Una sbarretta omogenea di lunghezza $\ell$=2m e massa M=2Kg e' vincolata a ruotare senza attrito intorno ad un asse fisso orizzontale passante per il suo centro di massa O (vedi Figura 2). Inizialmente la sbarretta si trova in quiete nella posizione orizzontale e viene colpita dall'alto, ad una distanza R=0.6m dal punto O, da un proiettile (punto materiale) di massa $m$=0.5Kg e velocita' $v = 10m/s$ diretta ortogonalmente alla sbarretta.

Nell'ipotesi che il proiettile rimanga conficcato nella sbarretta (urto completamente anelastico), determinare:
a) la velocita' angolare $\omega$ del sistema un istante dopo l'urto;
b) la velocita' angolare $\omega_{90}$ del sistema quando esso ha compiuto una rotazione di 90 gradi.

Assumendo invece che l'urto sia elastico:
c) determinare il valore della massa del proiettile $m$ tale che esso resti fermo subito dopo l'urto con la sbarretta.

Figura 2




---

**Soluzione - Esercizio 1**

**a)**

$x_{CM} = \frac{(m_A x_A + m_B x_B)}{(m_A + m_B)} = -\frac{d}{6} = -0.17\ m$

$v_{CM} = \frac{p_{tot}}{(m_A + m_B)} = -\frac{2mv_0 - mv_0}{2m+m} = \frac{v_0}{3} = 3.3\ m/s$

$a_{CM} = \frac{F_{tot}}{(m_A + m_B)} = 0\ m/s^2$

**b)**

Si conserva la quantita' di moto del sistema.

$p_{A,i} + p_{B,i} = p_{A,f} + p_{B,f}$

$2mv_0 - mv_0 = (2m + m)\ V$

$V = \frac{v_0}{3}\ (= v_{CM})$

$K_i = \frac{1}{2}\ (2m)\ {v_0}^2 + \frac{1}{2}\ (m)\ {v_0}^2 = \frac{3}{2}\ (m)\ {v_0}^2$

$K_f = \frac{1}{2}\ (3m)\ V^2 = \frac{1}{6}\ m\ {v_0}^2$

$K_f - K_i = -\frac{4}{3}\ m\ {v_0}^2 = -13.3\ J$

**c)**

Per calcolare la forza media F che A esercita su B si utilizza il teorema dell'impulso:

$I_{A->B} = F\Delta t = \Delta p_B$

$F = \frac{\Delta p_B}{\Delta t} = \frac{mV - (-mv_0)}{\Delta t} = \frac{4}{3}\frac{mv_0}{\Delta t} = 13.3\ N$

**Soluzione - Esercizio 2**

**a)**

Nell'urto si conserva la componente parallela all'asse di rotazione del momento angolare rispetto al polo O.

$J_0^i = J_0^f$

$J_0^i = mvR$
$J_0^f = I_{tot}\omega$

$I_{tot} = \frac{M\ell^2}{12} + mR^2 = 0.85\ Kgm^2$

$I_{tot}\omega = mvR$
$\omega = mvR/I_{tot} = 3.5\ rad/s$

**b)**

Dopo l'urto si conserva l'energia meccanica del sistema.

La distanza tra il punto O ed il centro di massa del sistema vale

$x_{CM} = \frac{mR}{m+M} = 0.12\ m$

Alla fine della rotazione di 90 gradi in senso orario, il centro di massa e' sceso verso terra di una quantita' $x_{CM}$.

Si scrive la conservazione dell'energia tenendo conto dell'energia cinetica e potenziale del sistema.
L'energia potenziale della forza peso viene assunta nulla quando il centro di massa si trova nel punto piu' basso della traiettoria.

$E^i = E^f$
$\frac{1}{2}\ I_{tot}\ \omega^2 + (m+M)gx_{CM} = \frac{1}{2}\ I_{tot}\ {\omega_{90}}^2$

$\omega_{90} = \sqrt{\omega^2 + \frac{2(m+M)gx_{CM}}{I_{tot}}} = 4.4\ rad/s$

**c)**

Se l'urto e' elastico si conservano il momento angolare rispetto ad O e l'energia meccanica del sistema.

Si impone che il punto di massa m deve essere fermo dopo l'urto (v'=0) e si scrivono conservazione del momento angolare
e conservazione dell'energia.

$mvR = I_o\omega + mv'R = I_o\omega$
$\frac{1}{2}\ mv^2 = \frac{1}{2}\ I_o\ \omega^2 + \frac{1}{2}\ mv'^2 = \frac{1}{2}\ I_o\ \omega^2$

(con $I_o = \frac{M\ell^2}{12} = 0.67\ Kgm^2$)

Risolvendo il sistema (le cui incognite sono $\omega\ e\ m$) si ottiene:
$\omega = mvR/I_o$
e la massa tale che il proiettile resti fermo dopo l'urto
$m = \frac{I_o}{R^2} = 1.85\ Kg$ (indipendente dal valore di v)